

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 26 日現在

機関番号：32612

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24510200

研究課題名(和文) 定量的金融リスク管理のための数値計算技術の開発と適用

研究課題名(英文) Efficient computational methods for quantitative financial risk management

研究代表者

今井 潤一 (Imai, Junichi)

慶應義塾大学・理工学部・教授

研究者番号：10293078

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、金融機関や一般企業にとって不可欠な、金融リスクのより良いマネジメントを行うために必要な数値計算技術の開発を行うことが主たる目的であった。これまでの金融実務では、金融リスクの定量的分析を行うときには、リスク資産価格のリターン正規性を想定していることが多かったが、本研究では実証分析の結果明らかとなった非正規性が金融リスク管理にどのような影響を与えるかに関する分析を行った。また、その非正規性の想定の下、主に準モンテカルロ法による数値計算技術を用いて正確かつ効率的な定量手法を提案し、その実用性を明らかにした。

研究成果の概要(英文)：The goal of this research was to develop a new series of computational methods that can help management handle financial risk more efficiently. Most existing numerical methods used in current financial institutions are based on a classical assumption that returns of financial assets, interest rates, and exchange rates are under normal distribution. However, many empirical studies indicate that historical financial data do not support the assumption and we need more accurate models. Motivated by these findings, we first investigated the effects of new models on practical risk management in terms of valuation, hedging, and risk measure computation. Then, we have proposed a couple of simulation methods that can generate samples from any class of distribution. We have also proposed an enhanced quasi-Monte Carlo method that can evaluate financial instruments as well as financial risk measures more accurately and more efficiently.

研究分野：金融工学

キーワード：ファイナンス シミュレーション

1. 研究開始当初の背景

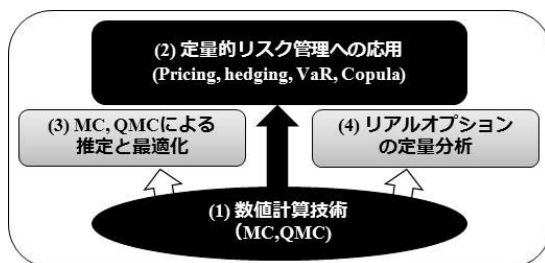
金融リスクのモデリングにおいては、これまで正規分布とそれを利用したブラウン運動の活用が標準的であった。ところが近年の実証分析より、ブラウン運動のような単純な確率モデルでは現実の金融市場の挙動を正しく表せないことが明らかとなってきた。多くの市場で観察される典型的な特徴としては、(a) 価格のジャンプ、あるいは分布の厚い分布の裾の存在、(b) ボラティリティ・クラスタリングと呼ばれるボラティリティ自身の変動、(c) 複数のリスク間の非線形な依存関係、などが挙げられる。

特徴(a)をより正確に表現するため、ブラウン運動に代わる新たな確率モデルとして無限分解可能分布と、そこから定義されるレヴィ過程が提案され、現在本格的な研究が行われている。また、特徴(b)に対しては、確率ボラティリティ・モデルが提案され、ボラティリティ・モデルとしてレヴィ過程、レヴィ-OU 過程などが提案されている。特徴(c)は特に信用リスク管理において重要であり、正規平均分散混合分布など様々なクラスの多次元分布やコピュラによる表現が提案されている。これら新しいモデルを導入することで、現実の市場をより正確に描写することが可能になる反面、解析的な分析、解析解の導出がごく限られたクラスを除くとほぼ不可能となり、これまで以上に数値解析の果たす役割は大きくなっている。

2. 研究の目的

本研究の目的は、市場リスク・信用リスクといった金融リスクを定量的に管理するための数値計算技術、特にシミュレーション技術を中心に、効率的かつ精度の高い計算手法を開発し、それを現実のリスク管理業務に利用できる形で実装することである。具体的には、多次元のレヴィ過程に代表される、より現実的な確率モデルに対する汎用的なシミュレーション技術を開発すると共に、準モンテカルロ法に代表される効率化手法を用いて、広範な金融リスクの諸問題に対する応用技術を構築することにある。

3. 研究の方法



本研究の具体的な目標は上の図のように4つにまとめられる。

- (1) 数値計算技術の開発:
- (2) 定量的リスク管理への応用:

- (3) モンテカルロ法, 準モンテカルロ法による推定と最適化
- (4) リアルオプションの定量分析への拡張

目的(1)に関しては、密度関数の利用、級数展開の応用、レヴィ速度の利用、そして、特性関数の利用を通じて、乱数生成方法を提案していく。目的(2)に対しては、レヴィ過程のもとでのリスク測度の計算やエキゾチックオプションの効率的計算方法について検討する。目的(3)と目的(4)は特に目的(2)を達成するための技術的条件として考えられる重要な要素である。

本研究のアプローチの特徴としては、工学という観点から定量的な分析を可能とする実践的・具体的手法を開発することを目指していることが挙げられよう。単に方程式や抽象的な公式の導出のみを目指すのではなく、現実のビジネスでも利用できる効率的な定量分析手法を具体的に明示し、最終的にはプログラムを実装することで研究を完成を目指している。

4. 研究成果

本研究の貢献は、大きく次の2点に分類できると考えられる。第1に金融リスク資産のシミュレーションを行うために必要不可欠なサンプルパスの生成に関して、体系的な方法論を提供したことである。これまで、この確率過程に対して個別に対処してきたのに対して、本研究では、数値計算手法のり点を最大限生かすことで、

- (1) 密度関数を利用したサンプリング手法
 - (2) 級数展開を利用したサンプリング手法
 - (3) レヴィ測度を利用したサンプリング手法
 - (4) 特性関数を利用したサンプリング手法
- を開発・実装し、金融リスク管理に十分利用可能であることを実証した。特に、(4)の方法は、通常実務で利用される任意の確率過程に利用可能であると考えられることから、非常に広範囲に利用可能である。

貢献の第2は、準モンテカルロ法の効率的利用に関する貢献である。準モンテカルロ法を説くに金融の問題へ適用する際の問題点として、これまで

- (1) 高次元問題に適用した場合の精度の悪化
- (2) 非連続関数への適用が機能しない

と指摘されてきた。これに対して本研究では、(1)の課題に対しては、GLTと命名した、実質次元の減少という観点から課題に取り組み、金融分野でよく知られている様々なレヴィ過程のもとで、この方法がうまく機能し、計算精度を上げることが出来ることを実証した。また、(2)の課題に対しては、ILTと命名した方法を提案し、非連続性を含む複雑な証券の評価問題に対し、提案手法が極めて柔軟に、かつ効果的に機能することを実証した。これらの結果、より一般的な確率過程のもと、大規模かつ複雑なファイナンスの問題を解決する一つの現実的な手法を提供出来るよ

うになった。また、金融リスク管理分野における数値計算手法のより広範な利用可能性とその有用性が向上したと考えられる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 10 件) 全て査読有り

- Junichi Imai, (2015), Dimension Reduction for Pricing Options under Multidimensional Lévy Processes, *Asia-Pacific Financial Markets*, 22(1), pp. 1-26.
- 杉浦大輔, 今井潤一(2015), 米国金先物市場におけるアメリカンオプションの価格評価分析, *ファイナンスとデータ解析 (ジャフィー・ジャーナル 金融工学と市場計量分析)*, pp. 234-267.
- Junichi Imai and Ken Seng Tan (2014), Pricing Derivative Securities Using Integrated Quasi-Monte Carlo Methods with Dimension Reduction and Discontinuity Realignment, *SIAM Journal on Scientific Computing (SISC)*, 36(5), pp. A2101-A2121.
- Junichi Imai, (2014), Comparison of low discrepancy mesh methods for pricing Bermudan options under a Lévy process, *Mathematics and Computers in Simulation*, 100, pp. 54-71.
- Kunio So and Junichi Imai (2014), Distributional Bounds for Portfolio Risk with Tail Dependence, *Methodology and Computing in Applied Probability*, DOI 10.1007/s11009-014-9396-5.
- Yuko Otani and Junichi Imai (2013), Pricing Portfolio Credit Derivatives with Stochastic Recovery and Systematic Factor, *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 43(4), pp.176-184.
- Junichi Imai (2013), Comparison of random number generators via Fourier transform, *Monte Carlo Methods and Applications*, 19(3), pp. 237-259.
- Junichi Imai and Reichihiro Kawai (2013), Numerical inverse Lévy measure method for infinite shot noise series representation, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 253, pp. 264-283.
- 杉浦大輔, 今井潤一 (2013), Time-changed Lévy 過程の下でのアメリカンオプションの評価, *実証ファイナンスとクオンツ運用 (ジャフィー・ジャーナル: 金融工学と市場計量分析)*, pp. 196-232.
- 鈴木悠也, 今井潤一 (2012), 実質次元減少法による QMC を用いたポートフォリオのリスク指標の推定, *日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌*, 55, pp. 177-193.

[学会発表](計 12 件)

- Junichi Imai and Yasuhiro Kaneko, A Simulation - based Stochastic Programming Model for Hedging Financial Derivatives in a Lévy Market, The Quantitative Methods in Finance 2013 Conference, December 17, 2013, Hilton Hotel, Sydney (Australia).
- Junichi Imai, Integrated quasi-Monte Carlo methods with dimension reduction and discontinuity realignment, Seminar in KTH, September 30, 2013, KTH, Stockholm (Sweden).
- Junichi Imai and Yasuhiro Kaneko, A Simulation - based Stochastic Programming Model for Hedging Financial Derivatives in a Lévy Market, 2013 年 8 月 4 日, JAFEE 2013 夏季大会, 明治大学 (東京都・千代田区).
- Junichi Imai and Ryo Maruyama, Corporate financing and investment expansion under asymmetric information, 17th Annual International Conference on Real Options, July 26, 2013, The University of Tokyo, Tokyo (Japan).
- Junichi Imai, Yasuhiro Kaneko, A Simulation - based Stochastic Programming Model for Hedging Financial Derivatives in a Lévy Market, 17th International Congress on Insurance: Mathematics and Economics (IME2013), July 1, 2013, University of Copenhagen, Copenhagen (Denmark).
- 今井潤一, リアルオプション: アプローチの導入から現状の課題まで, リアルオプション・ワークショップ, 2013 年 2 月 21 日, 同志社大学 (京都府・京都市).
- 今井潤一, リアルオプションの導入とその発展, 2013 年 1 月 17 日, 応用統計計量ワークショップ, 東北大学大学院経済学研究科 (宮城県・仙台市).
- 今井潤一, リアルオプション, 2012 年 12 月 18 日, 青山学院大学 青山ビジネススクール (東京都・渋谷区).
- 杉浦大輔, 今井潤一, Time-changed Lévy 過程の下でのアメリカンオプションの評価, JAFEE 2012 夏季大会, 2012 年 8 月 4 日, 成城大学 (東京都・世田谷区).
- 大谷祐子, 今井潤一, システムティック・ファクターを考慮した確率的な回収率の下でのポートフォリオ・クレジット・デリバティブ評価, JAFEE 2012 夏季大会, 2012 年 8 月 4 日, 成城大学 (東京都・世田谷区).
- 鈴木悠也, 今井潤一, 実質次元減少法による QMC を用いたポートフォリオのリスク指標の推定, JAFEE 2012 夏季大会, 2012 年 8 月 3 日, 成城大学 (東京都・世田谷区).
- Junichi Imai, Masanori Hatashita, Yasuhiro Kaneko, Hedging Guaranteed Annuity

Options under non-Gaussian Market and Interest Rate Risks, 16th International Congress on Insurance: Mathematics and Economics (IME2012), June 28, 2012, University of Hong Kong, Hong Kong (China).

〔図書〕(計 1 件)

古川浩一，蜂谷豊彦，中里宗敬，今井潤一
(2013). コーポレート・ファイナンスの考え方,
340 頁，中央経済社.

〔その他〕

<http://www.ae.keio.ac.jp/lab/soc/imai/JIMAI/index2.html>

<http://www.ae.keio.ac.jp/lab/soc/imai/JIMAI/Java/JAVAProgram.html>

6 . 研究組織

(1)研究代表者

今井 潤一 (Imai Junichi)

慶應義塾大学・理工学部・教授

研究者番号：10293078