

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 10 日現在

機関番号：16201

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24531138

研究課題名(和文) 算数教育における誤概念の修正に関する理論的・実証的研究

研究課題名(英文) Theoretical and empirical study on revisions of students' false ideas in elementary mathematics education.

研究代表者

長谷川 順一 (Hasegawa, Junichi)

香川大学・教育学部・教授

研究者番号：90172890

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 900,000円

研究成果の概要(和文)：三角形・四角形、及び量分数の概念について、児童の誤判断の様相を明らかにし、それらを修正する教授方法を検討した。三角形・四角形は第2学年で扱われるが、第3、4学年で図形弁別の正答率が低下し第5学年で上昇すること、及び図形の提示順序が児童の図形判断に影響を与えることが明らかになった。量分数と分割分数の混同の問題については、帯分数の理解、数直線への帯分数の図示などの有効性が示された。

三角形・四角形や量分数については算数教科書で言語的説明がなされているが、それらが児童の判断基準として機能していない。このことから、図や教具のあり方に十分に留意した指導が必要である。

研究成果の概要(英文)：Two categories of concepts, triangles and quadrilaterals, and fractions, are analyzed respectively, with focusing mainly on students' misconceptions, manipulatives and drawings. The verbal explanations of triangles, quadrilaterals, and fractions are written in mathematics textbooks, however, these do not function as the criteria of mathematical decisions students make. Then adequate drawings and manipulatives are needed to support students' suitable understanding of concepts and ideas. For example, learning of mixed numbers, positioning of fractions on a number line can prompt adequate understanding of fractions. This suggests that the well-suited drawings can make students understand the meaning and significance of mathematical concepts and ideas.

研究分野：数学教育学

キーワード：三角形・四角形 面積・周長 量分数 誤判断 算数教育

1. 研究開始当初の背景

児童・生徒は個別性の高い数学的概念の構成と再構成を繰り返すことによって、個別性の低い、従って共有性の高い概念に構造化し拡大し精緻化させていく。その様相について数学教育研究の分野では、大局的な観点からのモデル化がなされたりもしてきた。例えば、幾何教育に関しては van Hiele による水準理論がよく知られている (Crowley, 1987)。その理論は、図形の認識の初期状態からユークリッド幾何を対象とする理論構成までの幾何教育・学習の広がりを数段階の水準として捉えようとするものであった。また、Piaget (1975) は、数学的認識の様相を均衡化の過程として捉え、それを簡潔な図式によって示している。数学的認知や数学的知識の発達の様相を大局的・一般的にモデル化しようとする研究は、他にもみられる。

しかし、そのような観点からなされた諸研究は、認識の様相などを大局的・一般的に把握しようとするため、個々の数学的概念や知識についての指導の問題点や方法をミクロの観点から検討するには必ずしも適切であるとはいえない。算数・数学の日々の毎回の授業を構想し、あるいは児童の行う誤判断に修正を施そうとするのであれば、個々の数学的概念や知識にそくした検討が必要である。

2. 研究の目的

本研究では、上記のような観点から算数教育で扱われる3つの数学的概念や知識を取り上げ検討を加えた。ここでは、三角形・四角形及び量分数の判断に焦点を当てて実施した調査研究の結果を報告する。それらの結果は、今後の授業実践及び同様の観点からなされる教育研究に対して実証的な資料を提供するものとなる。

三角形・四角形の弁別・判断については、提示図形の異なりが児童の図形判断に与える影響に焦点を当てて検討する。量分数については、量分数と分割分数の混同の問題 (長谷

川、1999、2000) に焦点を当て、第5学年の児童を対象とし、提示する問題による判断の異なりについて検討した調査の結果を示す。

3. 研究の方法

これまでに実施した授業観察、授業実験、調査研究の結果を基盤とし、小学生を対象として実施した調査の結果を検討し考察を加える。ここで報告する三角形・四角形及び量分数についての調査は、結果を対照的に検討できるように比較可能な観点を設定して実施した。それによって、当該の概念などの理解についての算数教育上の問題点を明らかにするとともに、児童の誤判断を修正するための教育方法についての示唆を得ることが可能となる。

4. 研究成果

(1) 三角形・四角形の判断

調査の目的と方法

小学校算数科では、各学年で様々な図形が扱われる。それらの学習が、児童の保持している三角形・四角形の内容理解を促進することもあれば、阻害することもあるかもしれない (長谷川、2008)。そこで、現行学習指導要領 (2008年改訂) のもとで学習している小学校第2～5学年の児童を対象とし、三角形・四角形の図形弁別の様相を明らかにするとともに図形概念の指導に対する示唆を得ることを目的として、2012年に調査を実施した。本調査では、次のような2種類の問題冊子を作成した。1つは、長方形から不等辺四角形へと図形を配置したものであり、もう1つは提示順序のみを逆にし、不等辺四角形から長方形へと図形を配置したものである (提示図形は18個)。前者に回答した児童を「長方形先行群」、後者に回答した児童を「不等辺四角形先行群」という。図1は、提示図形の例を示したものである。長方形先行群の児童は … の順に回答し、不等辺四角形先行群の児童は …

の順に回答したことになる。そのような2種類の問題冊子を第2～5学年の各学級でランダムに配布し、18の図形の1つひとつについて、「三角形、四角形、三角形でも四角形でもない」の何れかの判断を求めた。

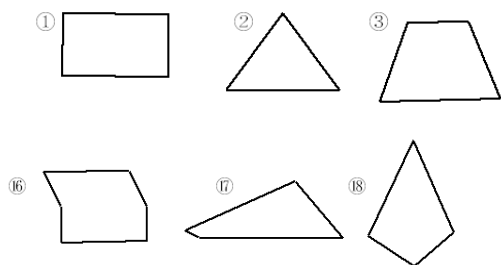


図 1 提示図形例

調査結果

長方形先行群、不等辺四角形先行群の人数は、それぞれ2年生は39名と42名、3年生は36名と35名、4年生は38名と37名、5年生は37名と38名であった。各図形に対する判断について、正答に1点、それ以外に0点を与え(18点満点)、各学年各群ごとに平均値を算出した。図2は、その結果を表したものである。

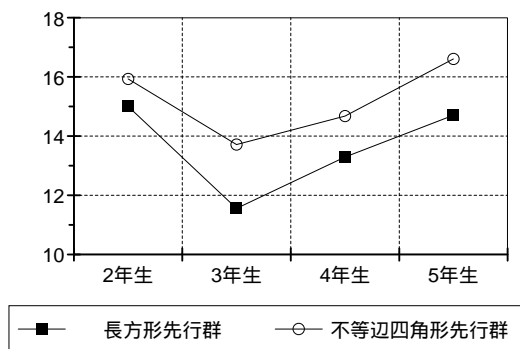


図 2 調査の結果

この結果について学年×群の2要因の分散分析を行ったところ、学年の主効果 ($F(3,294) = 12.91, p < .01$)、群の主効果 ($F(1,294) = 16.76, p < .01$)が有意であった。交互作用は有意ではなかった ($F(3,294) = 0.50$)。学年の主効果についてHSD法によって多重比較を行ったところ、(3年生) = (4年生) < (2年生) = (5年生)であった (p

< .05)。

最初に提示する図形が児童の図形判断に影響を及ぼすことが、明らかになった。このことから、図形を扱う際には、どのような図形をどのように用いるかについて十分検討する必要がある。また、個々の図形に対する判断の様相も検討したが、それらを勘案すると、不等辺四角形先行群ではカドの数による判断を過剰適用していると思われる児童もみられた。また、第3、4学年では正答率の低下がみられた。これは正三角形や二等辺三角形(第3学年)、平行四辺形や台形、ひし形(第4学年)を学習する際に等辺、等角による判断が強調されることによるものであると思われる。なお、第5学年での正答率の上昇は、その学年で扱われる合同や三角形、四角形、五角形の角の和の学習によるものであることが調査によって確かめられた。

これらのことから、第2学年で三角形・四角形を学習した後も、正概念の強化を図る場を設ける必要がある。また、例えば第3学年で六角形や七角形などを扱う活動を取り入れるなども考えられる。

(2) 量分数の判断

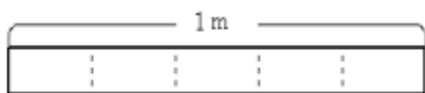
調査の目的と方法

現在は分数は小学校第2学年で導入されるが、1998年の学習指導要領では分数は第4学年で導入され真分数、帯分数、仮分数が扱われていた。それまでに実施した調査結果などから、帯分数や分数の数直線表示の学習が量分数の適切な判断に有効であることが示唆されていた(長谷川、1999)。そこで、本学習指導要領のもとで分数を学習した第5学年の児童(第5学年の「分数」:は未習)を対象とし、帯分数の数直線表示を求める問題の量分数判断への影響をみることを目的として調査を実施した。なお、本調査は1998年学習指導要領のもとで実施したものであったが、その結果は公表していなかった。そこで今回、改めてデータ分析を行い考察を加

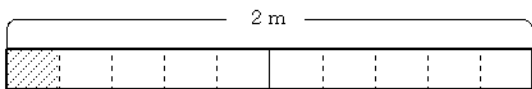
えた。

調査目的のもと、基本問題（A問題）、全体量明示・分数記入問題（B問題）、全体量不明確・分数記入問題（C問題）、全体量不明確・図示問題（D問題）の4種類の問題を作成した。また、それらを組み合わせ、それぞれA B C D、A C B D、A D B Cの順に回答する3種類の問題冊子を作成した。それらの問題冊子を第5学年3学級でランダムに配布し、3つの問題冊子別に結果を検討した。図3は、問題例を示したものである。

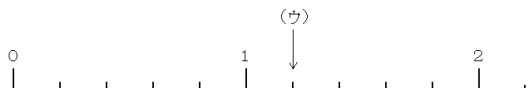
(A2) 長さが1mの テープがあります。
3/5 mに、色をぬりましょう。



(B1) 長さが2mの テープがあります。
黒くぬってあるところの長さを、分数で答えましょう。



(C1) 下の数直線で、(ウ)にあたる数を、
分数で答えましょう。



(D1) 下の数直線に、 $1 - 1/4$ を のし
るして表しましょう。

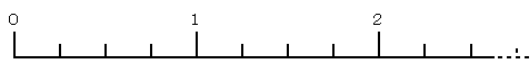


図 3 調査問題

調査結果

紙幅の都合で、ここではB1の結果のみを示す(図4)。図で、明示・分数記入群、不明確・分数記入群、不明確・図示群は、それぞれA B C D(37名)、A C B D(38名)、A D B C(39名)の順に回答した児童群を表す(括弧内は各群の人

数)。

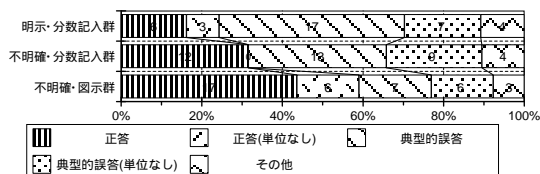


図 4 B1問題の結果

この結果について群×反応(正反応と誤反応)としてできる3×2の人数を表す分割表に対してカイ2乗検定を行ったところ有意差がみられた($\chi^2(2) = 10.80, p < .01$; 残差分析: 明示・分数記入群の正反応が少なく誤反応が多い($p < .05$)、不明確・図示群の正反応が多く誤反応が少ない($p < .01$)). もう1つのB問題でも同様の傾向がみられた。このことから、数直線上に帯分数を表示するなどの問題が、B1に対する「1/10m」などの典型的誤答を低減させ適切な量分数判断を促進することが確かめられた。

(3) 総合的考察

ここで検討した三角形・四角形や量分数(1/2 m、1/3 mなど)は、算数教科書にそれぞれその説明が記載されている。しかし、それらが概念の定義として機能しているとは言い難い。さらに、三角形・四角形については、第2学年よりも第3、4学年で図形判断の正答率が低下していた。言語的説明の一部が強化され他の部分が周辺化し、その結果、言語的説明が数学的概念の定義として機能しなくなる現象(概念定義の後退)がみられることは、注目すべきであろう。数学的概念の構成と再構成を目的として授業を実施する場合は、次の点に注意して活動を展開する必要がある。

教具による思考の外化、対象化、言語化の促進

当該の概念に関連する知識の重視と数学的知識の構造化

再学習する機会の設定

ここで教具とは、操作の可能性を基本

とし図やパソコンをも包含した学習を支援する道具をいう。特に量分数について検討したように、どのような図を用いるかが誤判断の修正に大きく関連している。そのような観点から、数学的教具について十分に検討を加える必要がある。また、諸概念の関連づけと構造化、それを促進する学習終了後の再学習の機会の設定なども、検討する必要がある。

文 献

Crowley, M. (1987) "The van Hiele model of the development of geometric thought." in M. M. Lindquist and A. P. Shulte (eds.) *Learning and Teaching Geometry, K-12*. NCTM, 1-16.

長谷川順一 (1999) 「量分数概念の理解における数直線モデルの効果」日本教育方法学会紀要「教育方法学研究」、25、39-46

長谷川順一 (2000) 「量分数概念の理解に関する継時的研究 - 小学校3～4年生を対象として - 」日本数学教育学会誌、82(12)、2-14

長谷川順一 (2008) 「図形の提示順序が児童の四角形の弁別に与える影響」香川大学教育実践総合研究、16、67-76

Piaget, J. (1975) "The equilibration of cognitive structures." The University of Chicago Press, 94-108

5 . 主な発表論文等

6 . 研究組織

(1)研究代表者

長谷川 順一 (HASEGAWA, Junichi)

香川大学・教育学部・教授

研究者番号：90172890