

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 10 日現在

機関番号：12701

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540116

研究課題名(和文) グラフ上の古典及び量子モデルの研究

研究課題名(英文) Study on classical and quantum models on graphs

研究代表者

今野 紀雄 (Konno, Norio)

横浜国立大学・工学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：80205575

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：種々のグラフ上の量子ウォークについて、その定常測度、時間平均極限測度、弱収束極限測度を求めることが出来た。例えば、グラフ上の量子ウォークを決めるユニタリ行列の特性多項式を重み付きゼータ関数を用いた公式を得ることが出来た。1次元系の2状態量子ウォークの定常測度を求め、アダマールウォークの場合には一様測度でない測度も得られた。さらに、1欠陥をもつ1次元系の量子ウォークのクラスに関して、その定常測度、時間平均極限測度、弱収束極限測度を求め、局在化についても明らかにした。木を結びつけたグラフやスパイダーネットに関しても、その局在化について解析を行った。

研究成果の概要(英文)：We obtained stationary measures, time-averaged limit measures, and weak limit measures for quantum walks on various graphs. For examples, we got a formula of characteristic polynomials of the unitary matrix determines the quantum walk on graphs by the weighted zeta function. We obtained stationary measures of two-state quantum walk on the line, in particular, a non-uniform stationary measure for the Hadamard walk. Moreover we got stationary measures, time-averaged limit measures, and weak limit measures for a class of quantum walks with one defect and clarified the localization. We analyzed localization of quantum walks on glued trees and spidersnets.

研究分野：数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：量子ウォーク 複雑ネットワーク アダマールウォーク 定常測度 極限定理 局在化

1. 研究開始当初の背景

グラフ(複雑ネットワーク)上の古典モデル(無限粒子系)と量子モデル(量子ウォーク)との解析を相互の構造的類似性を勘案して行う研究は限られていた。

2. 研究の目的

上記のような背景のもとで、グラフとして複雑ネットワークを考え、その上のモデルとして、古典モデルとしては主に確率セルオートマトン、量子モデルとしては主に量子ウォークという具体的なモデルを対象とし、それらの解析を相互の構造的類似性を利用して行うことを目的とした。

3. 研究の方法

種々のグラフ上の主に量子ウォークについて、対応するランダムウォークの性質と比較、解析することにより、その定常測度、時間平均極限測度、弱収束極限測度を、フーリエ解析、組合せ論的手法、母関数、CGMV法、直交多項式の諸性質等を用いて求め、それらの相互の関係を明らかにする。

4. 研究成果

種々のグラフ上の量子ウォークについて、その定常測度、時間平均極限測度、弱収束極限測度を求めることが出来た。例えば、グラフ上の量子ウォークを決めるユニタリ行列の特性多項式をグラフの重み付きゼータ関数を用いて得ることが出来た。現在では、その一部が四元数版の研究に発展している。さらに、その正の台や2乗の正の台の固有値について結果を得ることが出来た。1次元系の2状態量子ウォークに対して、その定常測度を求め、定常な一様測度を持つことを示した。特に、停留型の量子ウォークに関しては、様々な形の定常測度が存在することも明らかにした。関連して、1次元系の3状態量子ウォークに対しても解析を行った。さらに、1欠陥をもつ1次元系の量子ウォークのクラスに関して、その定常測度、時間平均極限測度、弱収束極限測度を求め、局在化についても明らかにした。ある場合には、定常測度と時間平均極限測度との間に密接な関係があることを発見した。また、定常測度、時間平均極限測度については、場所に関して指数的に減少する形のものの存在が明らかになった。そのことにより、多欠陥をもつ次元系の量子ウォークへの研究の足がかりとなった。木を結びつけたグラフやスパイダーネットに関しても、その局在化について解析を行い、その成立条件などを求めた。区間上の量子ウォークの極限定理を直交多項式の性質を用いて得た。量子グラフと量子ウォークとの関係を明らかにした。優先的選択によって構成される複雑ネットワークの量子版のモデルを提案しその性質を解析した。種々のオープン量子ランダムウォークのモデルに対して、その中心極限定理に対応する極限定理を求め、量子ウォークとの違いを明らかにすることが出来た。伊藤の公式に対する量子ウォーク版を提案し幾つかの結果を得た。1

次元アダマールウォークの正の部分の滞在時間に関する極限定理などを求めることが出来、対応する逆正弦則や一様分布定理として知られるランダムウォークの結果との違いを明らかにした。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計21件)

Takako Endo and Norio Konno, The time-averaged limit measure of the Wojcik model, *Quantum Information and Computation*, Vol.15, No.1&2, pp.105-133 (2015).

Norio Konno, The uniform measure for discrete-time quantum walks in one dimension, *Quantum Information Processing*, Vol.13, No.5, pp.1103-1125 (2014). doi:10.1007/s11128-013-0714-6.

Yusuke Ide, Norio Konno, Etsuo Segawa and Xin-Ping Xu, Localization of discrete time quantum walks on the glued trees, *Entropy*, Vol.16, No.3, pp.1501-1514(2014).doi:10.3390/e16031501.

Yusuke Higuchi, Norio Konno, Iwao Sato and Etsuo Segawa, A remark on zeta functions of finite graphs via quantum walks, *Pacific Journal of Mathematics for Industry*, Vol.6, No.9 (2014).doi:10.1186/s40736-014-0009-6.

Xin-Ping Xu, Xiao-Kun Zhang, Yusuke Ide and Norio Konno, Analytical solutions for quantum walks on 1D chain with different shift operators, *Annals of Physics*, Vol.344, pp.194-212 (2014).doi:10.1016/j.aop.2014.02.018.

Takako Endo and Norio Konno, The stationary measure of a space-inhomogeneous quantum walk on the line, *Yokohama Mathematical Journal*, Vol.60, pp.33-47 (2014).

Takako Endo, Norio Konno, Etsuo Segawa and Masato Takei, A one-dimensional Hadamard walk with one defect, *Yokohama Mathematical Journal*, Vol.60, pp.49-90 (2014).

Norio Konno and Etsuo Segawa, One-dimensional quantum walks via generating function and the CGMV method, *Quantum Information and Computations*, Vol.14, No.13&14, pp.1165-1186 (2014).

Yusuke Higuchi, Norio Konno, Iwao Sato and Etsuo Segawa, Spectral and asymptotic properties of Grover walks on crystal lattice, *Journal of Functional Analysis*, Vol.267, pp.4197-4235 (2014). doi:10.1016/j.jfa.2014.09.003.

Norio Konno, Tomasz Luczak and Etsuo Segawa, Limit measures of inhomogeneous discrete-time quantum walks in one dimension, Quantum Information Processing, Vol.12, No.1, pp.33-53(2013).doi:10.1007/s11128-011-0353-8.

Vincenzo Nicosia, Takuya Machida, Richard Wilson, Edwin Hancock, Norio Konno, Vito Latora and Simone Severini, Co-evolution of networks and quantum dynamics: a generalization of preferential attachment, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, P08016 (2013).

Yusuke Higuchi, Norio Konno, Iwao Sato and Etsuo Segawa, Quantum graph walks I: mapping to quantum walks, Yokohama Mathematical Journal, Vol.59, pp.33-56 (2013).

Yukio Hayashi, Takayuki Komaki, Yusuke Ide, Takuya Machida and Norio Konno, Combinatorial and approximative analyses in a spatially random division process, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol.392, No.9, pp. 2212-2225 (2013). doi: 10.1016/j.physa.2013.01.025.

Norio Konno and Hyun Jae Yoo, Limit theorems for open quantum random walks, Journal of Statistical Physics, Vol.150, No.2, pp.299-319 (2013). doi:10.1007/s10955-012-0668-6.

Norio Konno, A note on Ito's formula for discrete-time quantum walk, Journal of Computational and Theoretical Nanoscience, Vol.10, No.7, pp.1579-1582 (2013).

Yusuke Higuchi, Norio Konno, Iwao Sato and Etsuo Segawa, A note on the discrete-time evolutions of quantum walk on a graph, Journal of Math-for-Industry, Vol.5 (2013B-3), pp.103-109 (2013).

Norio Konno, Nobuaki Obata and Etsuo Segawa, Localization of the Grover walks on spidernets and free Meixner laws, Communications in Mathematical Physics, Vol.322, pp. 667-695(2013).doi:10.1007/s00220-013-1742-x.

Yusuke Ide, Norio Konno and Etsuo Segawa, Time averaged distribution of a discrete-time quantum walk on the path, Quantum Information Processing, Vol.11, No.5, pp.1207-1218 (2012). doi:10.1007/s11128-012-0424-5.

Norio Konno, Sojourn times of the Hadamard walk in one dimension,

Quantum Information Processing, Vol.11, No.2, pp.465-480 (2012). doi:10.1007/s11128-011-0265-7.

Norio Konno and Iwao Sato, On the relation between quantum walks and zeta functions, Quantum Information Processing, Vol.11, No.2, pp.341-349 (2012). doi:10.1007/s11128-011-0250-1.

- ② Xin-Ping Xu, Yusuke Ide and Norio Konno, Symmetry and localization of quantum walk induced by extra link in cycles, Physical Review A, Vol.85, 042327 (2012). doi:10.1103/PhysRevA.85.042327.

〔学会発表〕(計4件)

今野紀雄、量子ウォークの定常測度の特徴づけ、グラフゼータの諸相、2015年1月7日、小山工業高等専門学校

今野紀雄、四元数ウォーク、3rd Yokohama Workshop on Quantum Walks、2014年11月19日、横浜国立大学

Norio Konno、An introduction to quantum walk and its applications、量子ウォーク数理の新展開:物質制御への応用、2013年6月18日、九州大学

Norio Konno、Stationary measures and time-averaged limit measures of quantum walks、アメリカ数学会:特別セッション「Quantum Walks and Related Topics」2013年1月10日、サンディエゴ(アメリカ)

〔図書〕(計1件)

今野紀雄、量子ウォーク、森北出版(2014)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

取得年月日:

国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

今野 紀雄 (KONNO NORIO)
横浜国立大学・大学院工学研究院・教授
研究者番号：80205575

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：