

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 16 日現在

機関番号：33919

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540149

研究課題名(和文)無限次元確率解析による量子情報論の新展開および力学系理論への応用

研究課題名(英文)New developments on quantum information theory by an infinite dimensional stochastic analysis and applications to dynamical system theory

研究代表者

齊藤 公明(SAITO, KIMIYAKI)

名城大学・理工学部・教授

研究者番号：90195983

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：実数高次ホワイトノイズ微分に結合する無限次元ブラウン運動を構成し、その生成作用素がexotic Laplacianであること、実数次の高次チェザロ和に関する定理、exotic Laplacianと実数高次ホワイトノイズ微分に関するLevy Laplacianとの同等性を証明した。積について閉じた超関数空間を構成し、無限次元ブラウン運動の冪乗を繰り込み無しで定式化した。この冪乗に関して確率解析における伊藤の公式を拡張し、量子場の理論における発散量を数学的に定式化した。移民付きのG-W分枝過程の推移確率行列の三角化分解法を与え、この確率過程の極限分布を得た。アルゴリズム開発も行った。

研究成果の概要(英文)： We introduced an infinite dimensional Brownian motions associated with higher real order derivatives of white noise and proved that their generators of this stochastic processes are given by exotic Laplacians. We also proved that higher real order Cesaro Theorem, and that the exotic Laplacian coincides with the Levy Laplacian associated with higher real order derivative of white noise.

Constructing a space of distributions on which the product is well-defined, we formulated powers of an infinite dimensional Brownian motion without any renormalization as mathematics. This implies a generalization of the Ito formula in stochastic analysis. On the space of distributions the divergent part in the theory of quantum field is also formulated as mathematics. We gave a method of triangulation decomposition of the transition probability matrix of the G-W branching process, and obtained a limiting probability distribution of the process. We also developed a new algorithm of the method.

研究分野：確率解析学

 キーワード：無限次元解析 確率解析 関数解析 量子情報論 力学系理論 無限次元ラプラシアン 確率論の数論
量子確率論

1. 研究開始当初の背景

代表者齊藤は特に、ホワイトノイズ空間に働くある種の作用素を基に新しい確率解析として、無限次元解析を展開している。これまでに無限次元確率過程の構成方法における新しい展開を論文にまとめ、いくつかの成果を得ている。研究分担者三町はエルゴード理論に詳しく、その数論への応用や画像情報への応用の研究を続けている。また、符号力学系において、記号変換に関するエントロピーの研究を行ない、成果をあげている。この成果は量子情報へ展開することができる。近年イタリアヴォルテラ研究所の Accardi 氏の率いる量子確率論のグループとの国際交流が盛んに行われ、ホワイトノイズ理論は極微の現象を記述する量子ホワイトノイズ理論へと急速に発展している。特に、申請者と Ji 氏の共同研究による無限次元ラプラス作用素（特にレヴィラプラシアン）の生成する確率過程の構成法の研究および、申請者と Accardi 氏、Ji 氏の共同研究による無限次元ラプラス作用素の一般化とその生成する確率過程の構成法の研究は、ホワイトノイズ理論に新しい展開を与える。これらの研究に基づき、Accardi 氏との更なる新しい共同研究が始まり、その発展として、本理工学部とヴォルテラ研究所との共同研究協定を結ぶに至っている。また、Kuo 氏とは抽象 Wiener 空間上のレヴィラプラシアンの研究を量子論への拡張も含めて続けている。

2. 研究の目的

本研究の目的は、確率論、解析学、グラフ理論、数論、計算機科学のそれぞれの専門分野から総合的に応用に適した無限次元確率解析を共同研究し、その立場からの量子化法、さらに量情報解析として新しいアプローチを展開することにある。特に、力学系理論への関連付けを念頭におき、レヴィのラプラシアン一般化(exotic Laplacians) に基づいた確率解析をもとに、量子情報解析を展開する。レヴィのラプラシアンは、2階微分作用素の平均極限(チェザロ和)として与えられ、一般化とは、高次オーダーの平均極限(高次オーダーチェザロ和)とオーダーを一般にした作用素である。最近の成果としてこの exotic Laplacians が無限次元ブラウン運動のある種の高次微分を生成することがわかり、この立場からホワイトノイズ超汎関数理論の新展開を行なう。

3. 研究の方法

基本的に各年度とも基本的な研究計画は同じものとし、年度が進むに連れて研究内容も収束してゆくようにした。研究計画・方法としては、以下に挙げる項目を中心に考えた。

数学、物理、経済等関連分野のセミナーを開き、各界の研究者達との議論、共同研究を行う。

他大学、関連機関等の研究者にレヴェュとしての講演を依頼する。

海外の研究者との共同研究。

関連の研究集会への参加及び研究発表。

計算機数式処理システムの充実と量子計算などの数理的実験。

代表者齊藤は主に無限次元確率解析の観点から量子情報論へのアプローチを、分担者三町は力学系理論、数論的確率論への応用を試みた。特にレヴィラプラシアン、その一般化に基づいた確率解析を中心として、その関連のセミナー、研究会

- 1) 無限次元確率解析, 作用素解析関係
- 2) 偏微分方程式論, 超関数論(特に, Yang-Mills 方程式に関する話題)
- 3) 量子確率論, 量子情報論関係
- 4) 力学系理論, 数論などへの応用
- 5) 海外との共同研究

等の開催により研究を進めた。これらの内容ではホワイトノイズを確率変数の素子と考えることにより、一貫して研究を進めることができた。ホワイトノイズ微分が消滅作用素、その共役作用素が生成作用素の役割を果し、量子ホワイトノイズ、量子ブラウン運動をこの無限次元確率解析の立場から記述することができる。この立場から相互の関連を深めながら、研究集会および共同研究を進めた。海外との共同研究は、主に、Accardi、齊藤により、量子情報解析としてのホワイトノイズ作用素解析を議論し、問題点提起、論文作成を行なった。また、Yang-Mills 場のレヴィラプラシアンに基づいた確率解析による表現に関して議論し、問題提起および成果をまとめ上げた。三町、齊藤により、符号力学系の量子エントロピーの研究を行い、問題提起および成果をまとめた。加えて、計算機実験に基づくアルゴリズムの開発を行なった。

国外からの招待者(レヴェュ-依頼):

3年間のうち、ロ-マ大学 L. Accardi 教授(イタリア)、ルイジアナ州立大学 H.-H. Kuo 教授(米国)、ローマ大学 R. Monte 教授(イタリア)、韓国忠北国立大学 U.C. Ji 教授、などに依頼した。

計算機(設備)関係:

本研究においては、ホワイトノイズと汎関数微分方程式を考察することや、力学系理論、数理物理、特に、量子化として、ファインマン経路積分の超関数論的計算法、確率過程量子化法、量子カオス論、量子計算への応用、経済学(特にファイナンス)への応用も含み、量子情報解析としての無限次元確率解析、ホワイトノイズ理論の展開を行なったため、数値解析、数式処理等計算機数学的手法も逐次利用して研究した。

ホワイトノイズをいろいろなデバイスに入力し、その出力をウィナー展開、ヴォルテラ展開などの核関数を求め、可視化するシステムをより精密に構築することを念頭におき、準備をした。そのための画像解析ソフトを購入した。

平成24年度 - 平成26年度の期間、ローマ大学トルヴェルガタのヴォルテラ研究所長の L. Accardi 教授、および、ルイジアナ州立大学教授 H.-H. Kuo 教授には、研究協力者になっていただき、共同研究を国際的に進めた。特に、exotic Laplacians に基づいた確率解析の国際的に展開した。互いの研究所、大学に出向いて直接研究打ち合わせ、議論、論文作成などを実施した。

4. 研究成果

離散分布に従う移民付きの Galton-Watson 分枝過程の推移確率行列の三角化分解法を与え、この確率過程の極限分布を得ることに成功した。計算機によるアルゴリズムの開発も行なった。本成果は国際論文誌 COSA, ROSE に掲載された。(雑誌論文, 雑誌論文)本研究から派出して、充足可能性問題についてのアルゴリズム開発、ホワイトノイズ入力によるデバイス研究などに向けて検討を進めている。

実数次の高次ホワイトノイズ微分に結合する無限次元ブラウン運動を導入し、この確率過程の生成作用素が exotic Laplacian であることを証明した。加えて、実数次の高次チェザロ和に関する定理、exotic Laplacian と実数次高次ホワイトノイズ微分に関する Lévy Laplacian との同等性を証明した。本成果は国際論文誌 IDAQP に掲載された。(雑誌論文)

高次チェザロ和に関する定理を新たに発見し、それを用いて、微分作用素の共役の第二量子化により、exotic Laplacian と高次ホワイトノイズ微分に関する Lévy Laplacian との同等性を証明した。この立場から exotic Laplacian の生成する無限次元確率過程の構築を行なった。本確率過程はデルタ超関数の高次微分を基底に持つ無限次元ブラウン運動として構成される。本成果は国際論文誌 WNAQP に掲載された。(雑誌論文)本成果の更なる発展として、高次チェザロ和に関する定理の連続化について Accardi 教授、代表者で論文をまとめている。また、関連した共著の専門書を執筆している。

積が自然に定義できる超関数空間を構成することにより、この空間において無限次元ブラウン運動の冪乗を繰り込み無しで定式化することができた。その結果、このべき乗に関して確率解析における伊藤の公式を拡張した。通常量子場の理論などで用いられる発散量 (0) は本空間において数学的に定式化することができ、本ブラウン運動の生成作用素は (0) を介して Lévy Laplacian と Volterra Laplacian を結合した形で表現される。本成果は国際論

文誌 COSA に掲載された。(雑誌論文)本成果により Lévy Laplacian が抽象 Wiener 空間上での確率解析においても展開が可能であることがわかり、現在 Kuo 教授、代表者、分担者で論文をまとめている。

ホワイトノイズを様々なデバイスに入力し、その出力をウィナー展開、ヴォルテラ展開などの核関数を求め、可視化するシステムを構築し、その実験および解析を現在続けている。研究成果のに関連して、アルゴリズム、量子アルゴリズムの開発も検討している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 5 件)

Y. Uchimura and K. Saitô: “Asymptotic behavior of the Bernoulli type Galton–Watson branching process with immigration”, *Random Operators and Stochastic Equations*, 査読有, 2015, Vol. 23 (1), pp. 1–10

DOI 10.1515/rose-2014-0024

K. Saitô and T. Shimada: “Powers of an Infinite dimensional Brownian motion associated with the product of distributions,” *Communications on Stochastic Analysis*, 査読有, Vol.8, 2014, pp. 289—311.

K. Saitô: “Infinite dimensional Laplacians associated with derivatives of white noise”, *QP-PQ: Quantum Probability and White Noise Analysis*, 査読有, Vol. 29, 2013, pp. 233-248.

L. Accardi, U. C. Ji and K. Saitô: “The exotic Laplacians generate the Markov processes given by distribution derivatives of white noise”,

Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and related Topics, 査読有, Vol.16, No.3, 2013, pp.1-26.

DOI: 10.1142/S0219025713500203

Y. Uchimura, K. Saitô: “Limiting distributions of Galton-Watson branching processes with immigration”, Communications on Stochastic Analysis, 査読有, Vol. 6, No.2, 2012, pp. 281-295.

[学会発表](計 9 件)

K. Saitô: “The product of distributions and powers of an infinite dimensional Brownian motion,” Invited talk, Volterra Center, University of Rome II, Italy, Joint research on Infinite Dimensional Analysis and Quantum Probability (2014-5)

K. Saitô and T. Shimada: “The product of distributions and renormalizations,” Invited talk, Research Institute of Mathematical Finance, Chungbuk National University (2014-3)

K. Saitô: “Higher powers of delta distributions”, Invited talk, Joint research on Infinite Dimensional Analysis and Quantum Probability, Volterra Center, University of Rome II, Italy (2013-11)

K. Saitô: “Infinite dimensional analysis based on higher order derivatives of white noise”, Invited talk, the 8th Jikji Workshop: Infinite Dimensional Analysis and Quantum Probability, NIMS, Daejeon, Korea, p.14, (2013-8)

K. Saitô: “Infinite dimensional Laplacians and distribution derivatives of white noise”, Invited talk, Joint research on Infinite Dimensional Analysis and Quantum Probability, Volterra Center, University of Rome II, Italy, Preprint N.637 (2013-6)

K. Saitô: “Remark on the exotic Laplacian and white noise polynomials”, Invited talk, Seminar on probability theory, p.2, Chungbuk National University, Korea (2013-5)

K. Saitô: “Infinite dimensional analysis

based on higher order derivatives of white noise”, Invited talk, 4th International Workshop on Quantum Probability and its Applications, October 11 – 14, Campobasso – Italy (2012-10)

K. Saitô: “Infinite dimensional Laplacians associated with derivatives of an infinite dimensional Brownian motion”, Invited talk, Centro Vito Volterra, Universitat di Roma Tor Vergata, Italy (2012-9)

K. Saitô: “Infinite dimensional Brownian motion associated with exotic Laplacian”, Invited talk, Chungbuk National University, Korea (2012-5)

[図書](計 0 件)

[産業財産権]
出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

齊藤 公明 (SAITO, Kimiaki)
名城大学・理工学部・教授
研究者番号: 90195983

(2) 研究分担者

三町 祐子 (MIMACHI, Yuko)
名城大学・理工学部・准教授
研究者番号: 00218629

(3) 連携研究者

市原 完治 (ICHIHARA, Kanji)
名城大学・理工学部・教授
研究者番号: 00112293

(4) 連携研究者

尾畑 伸明 (OBATA, Nobuaki)
東北大学大学院・情報科学研究科・教授
研究者番号: 10169360

(5) 連携研究者

日比野 雄嗣 (HIBINO, Yuji)
佐賀大学・工学系研究科・准教授
研究者番号: 50253589