

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 21 日現在

機関番号：37104

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2012～2015

課題番号：24540198

研究課題名(和文) 確率波動方程式の解の存在、漸近安定性と不変測度の研究

研究課題名(英文) A studies on existence, asymptotic behavior of solutions and invariant measure to stochastic wave equations

研究代表者

谷口 剛 (Taniguchi, Takeshi)

久留米大学・文学部・教授

研究者番号：00102096

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)： ダンピング項とソース項をもつ波動方程式に乗法ノイズ $B(t, X(t), Y(t))dW(t)$ で摂動された確率波動方程式の弱解の局所的存在、大域的存在、漸近安定性、爆発と不変測度についての結果を得た。

他方、研究の進捗状況に合わせて、確率ナビヤーストークス方程式の研究も同時に行った。非有界領域での確率ナビヤーストークス方程式の解の存在の研究が近年盛んになってきた。しかし、外部領域での研究はほとんどない。半群の方法を用いて、確率項で摂動された場合の弱解の存在と漸近安定性を証明した。

研究成果の概要(英文)： In this research we have considered a stochastic wave equation with damping and source term driven by the noise $B(X(t), Y(t))dW(t)$. We have obtained some results on local, global existence, asymptotic behavior, explosion of weak solutions and invariant measure to the above-mentioned stochastic wave equations.

We also have obtained some results on the existence and asymptotic behavior of a weak solution to a stochastic Navier-Stokes equation on an exterior domain by the semigroup method.

研究分野：確率偏微分方程式論

キーワード：弱解 漸近安定 爆発 不変測度

1. 研究開始当初の背景

(1) 波動方程式に関して、Journal of Differential Equations 109(1994), 295-308 において、論文名 Existence of a solution of the wave equation with nonlinear damping and source term で Georgiev と Todorova は非線形 damping term と source term をもつ場合について、不動点定理を応用して局所解の存在を証明した。さらに、大域解の存在と解の爆発のための十分条件を与えた。その後、Messaoudi, Vitillaro そして Messaoudi と Said-Houar, Hu と Zhang 等は解の爆発をさらに詳しく研究した。

(2) 確率波動方程式に関しては、The annals of Applied Probability, 16(2006) 757-789 において、論文名 Asymptotics of solutions to semilinear stochastic wave equations で有界領域における damping term をもつ半線形確率波動方程式の弱解の漸近安定性をエネルギー法で P. Chow は研究した。この結果は注目を集めた。

(3) (2)での方程式において、Da Prato と Zabczyk による方法によって、Chow は不変測度の存在を証明した。Kim は Applied Mathematics and Optimization, 58(2008), 29-67 において、論文名 On the stochastic wave equation with nonlinear damping で有界領域での非線形確率波動方程式に対して、不変測度の存在を証明した。確率波動方程式に関しては、半群による方法を P. Chow は(2)の論文で利用した。

(4) Bo, Tang と Wang, は Journal of Differential Equations 244(2008) 170-187 において乗法ノイズをもつ確率波動方程式の局所解の存在を証明した。しかし加法的ノイズについてのみ、その解の爆発を証明した。乗法ノイズを持つ場合には、彼らは大域的な解の存在と爆発については証明しなかった。

2. 研究の目的

Bo, Tang と Wang, そして Gao, Liang と Guo が乗法ノイズをもつ確率波動方程式の局所的解の存在を証明した。しかし大域的な解の存在と爆発についてはその証明の困難性によりできなかった。故に、重要な研究課題の1つは乗法的ノイズをもつ確率波動方程式の大域的な解の存在と爆発について研究することである。

更に、P. Chow の確率波動方程式の弱解の存在、漸近安定性の結果と不変測度の存在定理を拡張すること

3. 研究の方法

より広い範囲の確率波動方程式に対して、ガラキン法により、弱解の存在を証明する。不変測度の存在は解のモーメント指数終局有界性を証明することによって、Prokhorov の定理と Krylov-Bogoliubov の定理を利用して示す。

4. 研究成果

本研究ではダンピング項とソース項をもつ波動方程式に次のタイプの乗法ノイズ

$$B(t, X(t), Y(t)) dW(t)$$

をもつ確率波動方程式の大域的な解の存在と爆発について、1つの十分条件を与えた。他方、研究の進捗状況に合わせて、確率ナビヤーストークス方程式の研究も同時に行った。引用文献、とにおいて、非有界領域での確率ナビヤーストークス方程式の解の存在の研究が近年盛んになってきた。しかし、外部領域での研究はほとんどない様である。半群の方法を用いて、引用文献との方程式に確率項で摂動された場合の弱解の存在を証明した (Discrete and Continuous Dynamical Systems, 34(2014), 4323-4341. Nonlinear Differential Equations and Applications, 21(2014), 813-840.)

< 引用文献 >

T. Miyakawa,

On nonstationary solution of the Navier-Stokes equations in an exterior domain, Hiroshima Journal Of Mathematics, 12(1982), 115-140.

T. Miyakawa and H. Sohr,

On energy inequality, smoothness and large time behavior in L2 for weak solutions of the Navier-Stokes equations in exterior domain,

Math. Z., 199(1988), 455-478.

Z. Brzezniak and Y. Li,

Asymptotic compactness an absorbing sets for 3D stochastic Navier-Stokes equations on some unbounded domains,

Transaction American Mathematical Society, 358(2006), 5587-5629.

S.Sritharan and P. Sundar,

Large deviations for the two dimensional Navier-Stokes equations with multiplicative noise,

Stochastic Processes and Applications, 116(2006), 1636-1659

Takeshi Taniguchi,

The existence of energy solutions to 2-dimensional non-Lipschitz stochastic Navier-Stokes equations in unbounded domain,

Journal of Differential Equations, 251(2011), 3329-3362.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 5 件)

Takeshi Taniguchi,

Explosion of solutions to nonlinear stochastic wave equations with multiplicative noise,

Nonlinear Analysis, 117(2015), 47-64.
査読あり

Takeshi Taniguchi,

Global existence of a weak solution to 3d stochastic Navier-Stokes equations in an exterior domain,

Nonlinear Differential Equations and Applications, 21(2014), 813-840.
査読あり

Takeshi Taniguchi,

The existence and decay estimates of the solutions to 3D stochastic Navier-Stokes equations with additive noise in an exterior domain,

Discrete and Continuous Dynamical Systems, 34(2014), 4323-4341.
査読あり

Tomas Caraballo, Gabor Kiss and

Takeshi Taniguchi,

Pullback attractor for differential equations with multiple variable delays in Lipschitz nonlinearities,

International Journal Bifurcations and Chaos in Applied Sciences and Engineering, 23(2013), No. 11(1350187), 1-10.
査読あり

Takeshi Taniguchi,

The existence and asymptotic behavior of energy solutions to stochastic 2D functional Navier-Stokes equations driven by Levy processes,

Journal of mathematical Analysis and Applications, 385(2012), 634-654.
査読あり

[学会発表](計 1 件)

Takeshi Taniguchi,

Exponential boundary stabilization for nonlinear wave equations with localized damping and nonlinear boundary condition,
International Conference on Differential & Difference Equations and Applications, May 18-22, 2015,
Departamento de Ciencias Exactas e Naturais, Military Academy
Amadora, Portugal

[図書](計 0 件)

[産業財産権]
出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等

6．研究組織

(1) 研究代表者

谷口 剛 (Taniguchi Takeshi)
久留米大学文学部 教授
研究者番号：00102096

(2) 研究分担者

謝 ビン (Xie Bin)
信州大学理学部 准教授
研究者番号：50510038

譚 康融 (Tan kouyu)
久留米大学経済学部 教授
研究者番号：70368968

永瀬 範明 (Nagase Noriaki)
弘前大学理工学研究科 准教授
研究者番号：30228019

(3) 連携研究者

(0)

研究者番号：