

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 4 月 28 日現在

機関番号：32670

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540209

研究課題名(和文) ヒステリシスを含む数理モデルの解析方法の開発と妥当性の考察

研究課題名(英文) On development of analytical method for mathematical models including hysteresis and study of the suitability of the models

研究代表者

愛木 豊彦 (Aiki, Toyohiko)

日本女子大学・理学部・教授

研究者番号：90231745

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：コンクリート中性化や形状記憶合金の形状変化を記述する非線形偏微分方程式のシステムでは、ヒステリシスの数学的扱いが困難なため、適切性を示すことが容易ではなかった。本研究では、非線形偏微分方程式の古典的な結果を適用することで、システムに対する初期値境界値問題の解の一意性を示すことができた。また、コンクリートの腐食過程を表現するマルチスケールを用いた数理モデルの適切性や解の時間無限大での挙動に関する結果を得ることができた。この考察を通して、ヒステリシスのマルチスケールを用いた表現を着想するに至り、水分吸着現象を記述する自由境界問題を導出し、解の時間に関する大域的存在と一意性を証明することができた。

研究成果の概要(英文)：In a study for the system of nonlinear partial differential equations describing concrete carbonation process and dynamics of shape memory alloy material it was not easy to obtain the well posedness of the system because of the difficulty of mathematical treatment for hysteresis. In this research project by applying the classical theory for nonlinear partial differential equations we can show the uniqueness of a solution to the initial boundary value problem for the system. Also, we obtain the well posedness and a result on large time behavior of a solution to a mathematical multi-scale model describing a concrete corrosion process. We have an idea to deal with hysteresis by using multi-scale modeling motivated by the study for concrete corrosion problem so that we have proposed a free boundary problem as a mathematical model for adsorption phenomenon, and proved the global existence in time and the uniqueness of a solution to the problem.

研究分野：非線形偏微分方程式

キーワード：自由境界問題 ヒステリシス コンクリート中性化

1. 研究開始当初の背景

本研究は、ヒステリシスを伴う現象の偏微分方程式からなる数理モデルを構築し、そのモデルの微分方程式の初期値問題としての適切性について考察することを目的としている。研究開始当初は、そのようなモデルの研究が少なかったため、モデル構築の際、従来のヒステリシスの数学的表現を採用し、それ自身の改良や偏微分方程式の解の性質の向上によって、モデルの適切性を示そうとした。

2. 研究の目的

本研究では、以下の三つの題材を記述する数理モデルを扱い、それぞれの適切性等を示すことを目的としている。その題材ごとに詳細な研究目的を示す。

(1) 形状記憶合金

炊飯器に付属する蒸気を逃がすための栓などに使われている形状記憶合金の形状変化を考える際、応力と歪の関係はヒステリシスである。そこで、形状記憶合金でできたワイヤーの動きを2次元領域で考え、それを記述する数理モデルを開発し、その適切性について考察する。

(2) コンクリート中性化過程

コンクリート中性化過程においては、相対湿度と水分飽和度の関係など、いくつかの変数間の関係が、ヒステリシスとなっている。そこで、3次元領域でそれらの効果を取り入れたコンクリート中性化問題を考え、その適切性を示す。

(3) コンクリートの腐食問題

3次元領域上のコンクリートでできた土管の腐食問題について、ヒステリシス効果を見逃した場合と考慮した場合のそれぞれについて考察し、問題の適切性を示す。そして、時間を無限大にしたときの、解の挙動を明らかにする。

3. 研究の方法

研究代表者が、モデルの導出及びそのモデルの解析を行い、研究分担者が数値解析や数値解析に必要な理論を構築した。国内外の会議に参加し、研究動向を調査しながら本研究を進めた。

4. 研究成果

研究課題の一つである形状記憶合金に関しては、当初計画していた成果を挙げられなかったが、残りの二つの課題に関しては、当初の計画以上の成果を得ることができた。特に、コンクリートの腐食問題に関しては、この研究を通して、マルチスケールモデリングの有用性に気づき、今後の研究課題につなげることができた。

(1) 形状記憶合金

本研究2年目に、以前に考察した炊飯器に属している形状記憶合金でできている栓の動きを記述する数理モデルの妥当性を検証するた

めに、数値実験を行った。まず、第一段階として、そのモデルを単純化した常微分方程式を用いた数理モデルを取り上げた。その結果、このモデルの解の挙動は、予想していたものと大きく異なっており、モデルを再構築する必要性が明らかとなった。従って、形状記憶合金に関し、当初の研究目的を達成するためには、栓の構造を調査しなければならず、本研究の期間内には実現が不可能と考え、この題材に関する研究を中断することとした。

(2) コンクリート中性化過程

この題材に関しては、水分吸着過程を記述する1次元自由境界問題と3次元領域におけるコンクリート中性化問題に現れる水分の質量保存則に対応する初期値問題の二つの課題について研究した。

・1次元自由境界問題について

(1年目)

コンクリート中性化現象に現れる水分の吸着過程を自由境界問題として表現し、その問題の解の時間に関する局所存在と一意性を証明することができた。また、この自由境界問題の近似解を求めるアルゴリズムを開発した。さらに、そのアルゴリズムを用いて得られた数値解が、ヒステリシス的な挙動を示した。このことから、このモデルが、水分吸着過程を表現するモデルの候補の一つになる可能性を示した。

(2年目)

時間無限大において、自由境界問題の解が収束するかどうかを、数値実験によって確かめ、収束するという予想を得た。そして、自由境界の成長に関し、より詳細な仮定を重要解の成長度や境界条件に設けることで、自由境界が領域の内部に留まるといった条件のもと、解が収束することを証明することができた。なおかつこの仮定は、物理的に妥当なものである。

(3年目)

自由境界の成長度や境界条件に対する前年度と同様な仮定の下で、自由境界が固定境界に近づくことなく、解が時間無限大まで存在すること、さらに、時間無限大にしたとき、自由境界や未知関数が定常問題の解に収束することを証明した。前年度は、自由境界が固定境界に近づかないことを仮定して議論していたので、これは大幅な進展と言ってよい。また、数値実験の結果から、自由境界の収束速度が、定常問題の解の構造に依存するという予想を得た。

・水分の質量保存則に対応する初期値問題

この問題を詳しく説明すると、係数がヒステリシス作用素で表現されている非線形放物型偏微分方程式の初期値境界値問題である。これまで、ヒステリシス作用素の連続性が十分ではないため解の一意性が得られていなかった。そこで、準線形方程式の解の正則性の評価に関する古典的な結果を適用することにより、ヒステリシス作用素の低い連続性を補い、解の一意性を証明することができた。

(3)コンクリートの腐食問題

ヒステリシス効果を見逃した場合において、問題の適切性と解の時間無限大での強収束を証明した。その過程で、定常問題の解の存在と一意性も得ることができた。当初、この問題では、解軌道のコンパクト性が収束を示すためには十分ではないと予想していた。従って、当初の研究目的では、ヒステリシス効果を考慮した場合も考えることにしていたが、上述のように時間無限大での解の強収束を得られたので、予想を超える良い結果が得られたと判断している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 11 件)

1. Toyohiko Aiki, Kota Kumazaki, Uniqueness of a solution for some parabolic type equation with hysteresis in three dimensions, *Networks and Heterogeneous Media*, 9(2014), 683-707, (査読有)
2. O. Krehel, T. Aiki, A. Muntean, A thermo-diffusion system with smoluchowski interactions: well-posedness and homogenization, *Networks and Heterogeneous Media*, 9(2014), 739-762, (査読有)
3. N. Sato, T. Aiki, Y. Murase, K. Shirakawa: A one dimensional free boundary problem for adsorption phenomena. *Netw. Heterog. Media*, 9 (2014), 655-668, (査読有)
4. Toyohiko Aiki, Adrian Muntean, A free-boundary problem for concrete carbonation: Rigorous justification of \sqrt{t} -law of propagation, *Interfaces and Free boundaries*, 15(2013). 167-180, (査読有)
5. Toyohiko Aiki, Adrian Muntean, Large-time asymptotics of moving-reaction interfaces involving nonlinear Henry's law and time dependent Dirichlet data, *Nonlinear Analysis Series A: Theory, Methods & Applications*, 93(2013), 3-14,

(査読有)

6. Toyohiko Aiki, Yusuke Murase, Naoki Sato and Ken Shirakawa, A mathematical model for a hysteresis appearing in adsorption phenomena, *数理解析研究所講究録, 非平衡現象における発展方程式論の新展開*, 1856(2013), 1-11, (査読無)
7. Y. Murase, A. Ito, Mathematical model for the process of brewing Japanese sake and its analysis, *Adv. Math. Sci. Appl.*, 23(2013), 297-317, (査読有)
8. Toyohiko Aiki, Kota Kumazaki, Mathematical model for hysteresis phenomenon in moisture transport of concrete carbonation process, *Physica B*, 407(2012), 1424-1426, (査読有)
9. Tasnim Fatima, Adrian Muntean, Toyohiko Aiki, Distributed space scales in a semilinear reaction-diffusion system including a parabolic variational inequality: A well-posedness study, *Advances in Mathematical Sciences and Applications*, 22(2012), 295-318, (査読有)
10. Toyohiko Aiki, Kota Kumazaki, Mathematical modeling of concrete carbonation process with hysteresis effect, *数理解析研究所講究録, 非平衡非線形現象の解析 - 発展方程式の立場から -*, 1792(2012), 98-107, (査読無)

[学会発表](計 27 件)

1. T. Aiki, O. Krehel, A. Muntean, コロイド物質の質量変化を記述する方程式に対する均質化について, 日本数学会・実函数論分科会, 2015年3月21日, 明治大学総合数理学部 (東京都千代田区)
2. 愛木豊彦, 水分吸着過程を記述する1次元自由境界問題の境界値と解の連続依存性について, 第40回発展方程式研究会, 2014年12月25日-27日, 日本女子大学目白キャンパス(東京都文京区)

3. 愛木豊彦, 村瀬勇介, 水分吸着過程を記述する自由境界問題の解の時間無限大の挙動について, 日本数学会・実函数論分科会, 2014年9月18日, 広島大学総合科学部(広島県東広島市)
4. T. Aiki, Large time behavior of a solution to a free boundary problem describing adsorption phenomenon, 10th AIMS international conference on dynamical systems, differential equations and applications, 2014年7月7日-7月11日, Universidad Autonoma de Madrid, Madrid, Spain
5. T. Aiki, Large time behavior of a solution to the free boundary problem describing adsorption phenomena, Conference on Partial Differential Equations, 2014年5月28日-6月1日, Monastery of Novacella, Southern Tyrol, Italy
6. 久保雅弘, 村瀬勇介, 準劣微分作用素によって生成される楕円型変分不等式と仮似変分不等式について, 日本数学会・実函数論分科会, 2015年3月21日, 明治大学総合数理学部(東京都千代田区)
7. 村瀬勇介, 日本酒醸造過程モデルの解析と数値計算に関連する今後の研究について, 第5回非線形数理科学, 2015年02月21日, ながおか市民センター(新潟県長岡市)
8. 村瀬勇介, 久保雅弘, 準劣微分作用素によって生成される仮似変分不等式に対応した作用素方程式の可解性について, 第40回発展方程式研究会, 2014年12月25日-27日, 日本女子大学目白キャンパス(東京都文京区)
9. 伊藤昭夫, 剣持信幸, 村瀬勇介, 終了時刻が未知関数に依存する日本酒醸造過程モデルに対する最適制御問題について, 日本数学会・実函数論分科会, 2014年9月18日, 広島大学総合科学部(広島県東広島市)
10. Y. Murase, Large Solvability and optimal control problems on mathematical modeling for brewing process of Japanese Sake, 10th AIMS international conference on dynamical systems, differential equations and applications, 2014年7月7日-7月11日, Universidad Autonoma de Madrid, Madrid, Spain
11. T. Aiki, O. Krehel, A. Muntean, Smoluchowski population balance equation modified for hot colloids, 日本数学会2014年度年会・実函数論分科会, 2014年03月15日~2014年03月18日, 学習院大学(東京都豊島区)
12. Toyohiko Aiki, Free boundary problem describing adsorption phenomena, Conference on Nonlinear Phenomena in Biology, Physics and Mechanics, 2014年03月03日~2014年03月07日, Helmholtz Zentrum Munich, Neuherberg, Germany
13. Toyohiko Aiki, Examples of application of mathematics learning at junior high school, The Sixth International Conference on Science and Mathematics Education in Developing Countries(招待講演), 2013年11月01日~2013年11月03日, University Mandalay, Myanmar
14. 愛木豊彦・村瀬勇介, 水分吸着過程を記述する自由境界問題の時間無限大における解の挙動について, 第39回発展方程式研究会, 2013年12月21日~2013年12月23日, 日本女子大学目白キャンパス(東京都文京区)
15. Toyohiko Aiki, Large time behavior of a solution to a two-scale problem as mathematical model for sulfate attack in sewer pipes, Equadiff13, 2013年08月26日~2013年08月30日, Charles University in Prague, Prague, Czech Republic
16. 久保雅弘, 村瀬勇介, 準劣微分作用素によって生成される楕円型変分不等式と仮似変分不等式について, 日本数学会2014年度年

会・実函数論分科会, 2014年03月18日~2014年03月18日, 学習院大学(東京都豊島区)

17. Y. Murase, A. Ito, Solvability of mathematical modeling for brewing process of Japanese Sake with unknown finish time, Equadiff13, 2013年8月26日~2013年8月30日, Charles University in Prague, Prague, Czech Republic

18. 愛木豊彦, A. Muntean, 下水管コンクリートの腐食過程を記述する問題の解の時間無限大での挙動について, 日本数学会・実函数論分科会, 2013年03月20日~2013年03月23日, 京都大学吉田キャンパス(京都府京都市)

19. 愛木豊彦, 下水管コンクリートの腐食過程を記述する二重尺度問題の解の挙動について, 第38回発展方程式研究会, 2012年12月22日~2012年12月24日, 日本女子大学目白キャンパス(東京都文京区)

20. Toyohiko Aiki, Large time behavior of a solution to a two-scale problem for concrete corrosion in a sewer pipe, 5th Polish-Japanese Days on Nonlinear Analysis in Interdisciplinary Sciences - Modellings, Theory and Simulations -, 2012年11月05日~2012年11月09日, Kansai Seminar House, Kyoto, Japan

21. Toyohiko Aiki, A two-scale problem as mathematical model for sulfate attack in sewer pipes, ADMAT 2012, PDEs for multiphase advanced materials, 2012年09月17日~2012年09月21日, Palazzone, Cortona, Italy

22. Toyohiko Aiki, One-dimension model for concrete carbonation phenomena with nonlinear Henry's law, 9th AIMS International Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and applications, 2012年07月01日~2012年07月05日, The Hyatt Grand Cypress Resort, Orlando, Florida, USA

23. 伊藤昭夫, 剣持信幸, 村瀬勇介, 終了時刻が未知関数に依存する日本酒醸造過程モデルの可解性について, 日本数学会・実函数論分科会, 2013年03月20日~2013年03月23日, 京都大学吉田キャンパス(京都府京都市)

24. 村瀬勇介, 日本酒醸造過程モデルの単一ステージ可解性について, 第38回発展方程式研究会, 2012年12月22日~2012年12月22日, 日本女子大学目白キャンパス(東京都文京区)

25. Y. Murase, Solvability of mathematical modeling of brewing Sake in single fermenting stage, 5th Polish-Japanese Days on Nonlinear Analysis in Interdisciplinary Sciences - Modellings, Theory and Simulations -, 2012年11月5日~2012年11月9日, Kansai Seminar House, Kyoto, Japan

26. 村瀬勇介, 伊藤昭夫, 日本酒醸造過程モデルの解の存在性について, 日本数学会 2012年度秋期総合分科会, 2012年09月21日~2012年09月21日, 九州大学(福岡県福岡市)

27. Y. Murase, Mathematical modeling for brewing processes of Sake and its analysis, 9th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 2012年7月1日~2012年7月5日, The Hyatt Grand Cypress Resort, Orlando, Florida, USA

6. 研究組織

(1) 研究代表者

愛木 豊彦 (AIKI TOYOHICO)
日本女子大学・理学部・教授
研究者番号: 90231745

(2) 研究分担者

村瀬 勇介 (MURASE YUSUKE)
名城大学・理工学部・助教
研究者番号: 80546771