

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 12 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540219

研究課題名(和文)感染症数理モデルの基本再生産数に関する大域漸近安定理論

研究課題名(英文) Theory of global asymptotic stability on the basic reproduction number of epidemic mathematical models

研究代表者

室谷 義昭 (MUROYA, YOSHIAKI)

早稲田大学・理工学術院・名誉教授

研究者番号：90063718

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,600,000円

研究成果の概要(和文)：Nonlinear incidence rates と遅れを持つ SIRS 感染症モデルの Lyapunov 関数法や単調法による大域漸近安定性解析での最近の感染症数理モデルの基本再生産数に関する大域漸近安定性理論の研究をベースに、それらをさらに発展させ、permanence や、endemic 平衡解の存在性証明などの解析手法も含めた、グループ SIRS 感染症モデルや、patch structure を持つグループ SIS 感染症モデル、HIV などのウィールス感染症モデル、および、関連する Lotka-Volterra 方程式系への大域漸近安定性理論に多くの研究成果を得ることができた。

研究成果の概要(英文)：We have established much contribution to the theory of global asymptotic stability on multi-group SIRS epidemic models, SIS epidemic models with patch structure, HIV virus disease models and related Lotka-Volterra systems, which are contained new analytical techniques on permanence and the existence of the endemic equilibrium of model by applying the recent results on the global stability by the basic reproduction number of epidemic model.

研究分野：数理生物学

キーワード：関数方程式の大域理論 数理モデル 感染症モデル 大域漸近安定性 Lyapunov 関数法

1. 研究開始当初の背景

これまで、感染症の流行に伴い、種の時間変化に対する個体群動態に関する漸近挙動を調べるために様々な数理モデル(微分方程式や差分方程式)が利用されてきた。Kenmark と McKendrick (1927) 以来 Anderson と May (1979) によって考案された SIR (Susceptible-Infected-Recovered) 感染症モデルは数理生物学の発展過程において特に有名である。一方、ペストやマラリア、デング熱といった媒介生物のいる感染症の伝播を調べるために考案された、時間遅れをもつ SIR 感染症モデルの安定性解析の研究は Takeuchi 等 (2000) など、先覚的研究にも関わらず、時間遅れが十分大きい場合での感染症平衡点の大域安定性解析が永らく未解決問題として残っていた。そのような中で、斬新な Lyapunov 数を用いた手法で、McCluskey 論文(2010) により、時間遅れをもつ SIR 感染症モデルの問題は完全に解析された。この McCluskey (2010) 論文がきっかけとなり、双線形接触項だけでなく、飽和型接触項などの非線形接触項を持つ場合の時間遅れをもつ SIR タイプの感染症モデルの大域漸近安定性解析の研究が大きく進展し、現在も進行中である。

2. 研究の目的

この感染症数理モデルの基本再生産数に関する大域漸近安定性理論の発展を目指す。特に、Lyapunov 関数法や単調法による、SIR 感染症モデルや SIRS 感染症モデル、また、グループモデルへの応用、並びに、これらの離散モデルへの応用を目指す。また、これらの手法の本質をつかみ、教育的見地から整理し、今後の応用に寄与する。

3. 研究の方法

当初は perturbation 手法をとりあえず考えるが、それをベースに Lyapunov 関数法の本質にせまり、かつ教育的観点から、如何に、数学的に理解しやすい記述で、大域漸近安定性をまとめるかにも、注意したい。また、単調反復法、数値解析的手法の応用など、この分野では、あまり見かけないが、大事な手法の1つであり、その開発と応用を目指す。

4. 研究成果

SIRS 感染症モデルに拡張することを考え、当初は 摂動的に、ついで、Lyapunov 関数法を拡張し、免疫消失項が比較的小さい場合の感染症平衡点の大域漸近安定となる十分条件を得た。更に、グループ SIR モデルへ応用し、グラフ理論を使わない簡単な方法も考案した。一方、単調法を改良する事により、免疫消失項が大きい場合の感染症平衡点の大域漸近安定となる十分条件を大幅に拡張することができた。後退オイラー法をベースにした離散モデルへの自然な拡張法で、遅れなしと遅れ付きの2つの場合に対応する、大域漸近安定となる離散モデルを見つけた。また、パーマネンスの解の正の下界を求める手法を発展させ、それをグループモデルにも拡張できる手法を開発した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計21件)全て査読有。

[1] Y. Muroya, A Lotka-Volterra system with patch structure (related to a multi-group SI epidemic model), to appear in DCDS-Series-S as CJS 2013 Proceedings. (doi番号なし).

[2] Y. Muroya and T. Kuniya, Global stability for a delayed multi-group SIRS epidemic model with cure rate and incomplete recovery rate, On line Ready in Intern. J. Biomath., doi:10.1142/S1793524515500485.

[3] Y. Muroya and Y. Enatsu, Global stability of an HIV pathogenesis model with cure rate, Article first published on line in Math. Method. Appl. Sci., doi:10.1002/mma.3334.

[1-3] は 2015 年度に掲載予定。

[4] Y. Nakata, Y. Enatsu, H. Inaba, T. Kuniya, Y. Muroya and Y. Takeuchi, Stability of epidemic models with waning immunity, SUT Journal of Mathematics **50** (2015) 205-245. (doi番号なし).

[5] T. Faria and Y. Muroya, Global attractivity and extinction for Lotka-Volterra systems with infinite delay and feedback controls,

Proceedings of the Royal Society of Edinburgh: Section A **145** (2015) 301-330. doi:10.1017/S0308210513001194.

[6] Y. Muroya, T. Kuniya and J. Wang, A delayed multi-group SIS epidemic model with nonlinear incidence rates and patch structure, *J. Math. Anal. Appl.* **425** (2015) 415-439. doi:10.1016/j.jmaa.2014.12.019.

[7] Y. Muroya and T. Kuniya, Global stability of nonresident computer virus models, *Math. Method. Appl. Sci.* **38** (2015) 281-295. doi:10.1002/mma.3068.

[8] T. Kuniya, Y. Muroya and Y. Enatsu, Threshold dynamics of an SIR epidemic model with a hybrid of multi-group and patch structures, *Math. Bios. Eng.* **11** (2014) 1375-1393. doi:10.3934/mbe.2014.11.1375.

[9] Y. Muroya and Kuniya, Further stability analysis of a multi-group SIRS epidemic model with varying total population sizes, *Appl. Math. Letters* **38** (2014) 73-78. doi:10.1016/j.aml.2014.07.005.

[10] Y. Muroya, Global stability of a delayed nonlinear Lotka-Volterra system with feedback controls and patch structure, *Appl. Math. Comput.* **239** (2014) 60-73. doi:10.1016/j.amc.2014.04.036.

[11] T. Kuniya and Y. Muroya, Global stability of a multi-group SIS epidemic model for population migration, *Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B* **19** (2014) 1105-1118. doi:10.3934/dcdsb.2014.19.1105.

[12] Y. Muroya and T. Kuniya, On global stability of a nonresident computer virus model, *Acta Mathematica Scientia* **34** (2014) 1427-1445. (doi 番号なし).

[13] Y. Muroya, H. Li and T. Kuniya, Complete global analysis of an SIRS epidemic model with graded cure rate and incomplete recovery rate, *J. Math. Anal. Appl.* **410** (2014) 719-732. doi:10.1016/j.jmaa.2013.08.024.

[14] Y. Muroya, Y. Enatsu and H. Li, Global stability of a delayed SIRS computer virus propagation model, *Inter. J. Comput. Math.* **91** (2014) 347-367.

[15] Y. Muroya, Y. Enatsu and H. Li, Global stability of a delayed HTLV-I infection model with a class of nonlinear incidence rate and CTLs immune response, *Appl. Math. Comput.* **219** (2013) 10559-10573. doi:10.1016/j.amc.2013.03.081.

doi:10.1080/00207160.2013.790534.

[16] Y. Enatsu and Y. Muroya, A simple discrete-time analogue preserving the global stability of a continuous SIRS epidemic model with no delays, *Inter. J. Biomath.* **6** (2013) 1350001 (17 pages) doi:10.1142/S1793524513500010.

[17] Y. Muroya, Y. Enatsu and T. Kuniya, Global stability for a class of multi-group SIR epidemic models with patches through migration and cross patch infection, *Acta Mathematica Scientia* **33** (2013) 341-361. (doi番号なし).

[18] Y. Muroya and Y. Enatsu, A discrete-time analogue preserving the global stability of a continuous SEIS epidemic model, *J. Differ. Equ. Appl.* **19** (2013) 1463-1482. doi:10.1080/10236198.2012.757602.

[19] Y. Muroya, Y. Enatsu and T. Kuniya, Global stability for a multi-group SIRS epidemic model with varying population sizes, *Nonlinear Analysis RWA* **14** (2013) 1693-1704. doi:10.1016/j.nonrwa.2012.11.005.

[20] Y. Muroya, Y. Enatsu and H. Li, A note on the global stability of an SEIR epidemic model with constant latency time and infectious period, *Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B* **18** (2013) 173-183. doi:10.3934/dcdsb.2013.18.173.

[21] Y. Nakata, Y. Enatsu and Y. Muroya, Complete global dynamics of a delayed viral infection model with lytic and nonlytic effectors, Sociedad Española de Matemática Aplicada (SeMA) Journal **60** (2012) 27-50.

[学会発表](計 12 件)

Y. Muroya, T. Kuniya and Y. Enatsu, Global stability of SIRS epidemic models and related models, Seminar, Department of Mathematics, University of Pannonia, Veszprem, Hungary, at February 2, 2015.

Y. Muroya, T. Kuniya and Y. Enatsu, Global stability of SIRS epidemic models and related models, Seminar of EPIDELAY, Bolyai Institute, University of Szeged, Hungary, at January 22, 2015.

室谷義昭、國谷紀良、Global stability of multi-group SIRS epidemic models, 27年度合同応用数学研究会、龍谷大学瀬田キャンパス、2014年12月18日 2014年12月20日。

室谷義昭、Influence of feedback controls to Lotka-Volterra systems with patch structure, 第10回「生物数学の理論とその応用」、京都大学数理解析研究所、2013年11月20日。

室谷義昭、On global dynamics of Lotka-Volterra systems and SIR epidemic models, 第2回岐阜数理科学研究会、2013年9月17日。

Y. Muroya, Global stability of Lotka-Volterra systems with infinite delays and feedback controls, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematic 2013(CJS2013).

室谷義昭、Delayed Lotka-Volterra systems with feedback controls and multi-group epidemic models, 第38回応用数学研究集会、福岡教育大学自然科学棟、2013年8月17日。

江夏洋一、室谷義昭、遅延微分方程式に支配される個体群動態モデルの解の漸近挙動とその応用、情報数理セミナー、東邦大学、2013年6月7日。

Y. Muroya, Y. Enatsu, T. Kuniya, Lyapunov function techniques to analyze the global stability of some epidemic models, Centro de Mathematica e Applicacoes Fundamentais (CMAF), Universidade de Lisboa, Lisbon, Portugal March 7, 2013.

室谷義昭、Global stability of epidemic models (感染症モデルの大域安定性)。第37回応用数学研究会、福岡教育大学 数学教室、2012年8月25日。

室谷義昭、SIRS 感染症モデルの大域安定性、第41回数値解シンポジウム、伊香保温泉よろこびの宿しん喜、2012年6月6日。

Y. Muroya, Y. Enatsu, On global stability of SIRS epidemic models with nonlinear incidence rates and delays, 2012 1st China-Japan-Korea International Conference on Mathematical Biology, Busan, Korea, at May 24, 2012.

6. 研究組織

(1)研究代表者

室谷 義昭 (MUROYA Yoshiaki) 早稲田大学 理工学術院 名誉教授

研究者番号：90063718