

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 19 日現在

機関番号：32620

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2012～2015

課題番号：24540284

研究課題名(和文) ヒッチンの一般化幾何と超弦理論

研究課題名(英文) Superstring with manifest T-duality

研究代表者

初田 真知子 (Hatsuda, Machiko)

順天堂大学・医学部・教授

研究者番号：10364887

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：T-双対性は、弦理論の低エネルギー有効理論としての重力理論の本質的な特徴である。本研究結果として、T-双対性を明白に持つような超空間の方法を用いて、II型超弦理論の重力理論を定式化を与えた。このT-双対性が明白な超空間は2組の超ポアンカレ代数で生成されるダブル空間である。ここで、T-双対性を明白に表すために、その空間を定義する代数として非縮退アフィン・リー代数を考える必要がある。またラモン・ラモン(RR)ゲージ場を導入するために、RR電荷を超代数の中心拡大として導入した。さらに、対称性とT-双対性を明白に持つゲージ不変な超弦作用を提唱した。

研究成果の概要(英文)：T-duality is an essential feature of the gravity theory obtained as the low energy effective theory of the string theory. A superspace formulation of type II superstring background with manifest T-duality symmetry is presented in this project. This manifestly T-dual formulation is constructed in a space spanned by two sets of nondegenerate super-Poincare algebra. We introduce Ramond-Ramond charges as a central extension of the algebra. We also present a gauge invariant superstring action with manifest T-duality preserving the two-dimensional diffeomorphism invariance and the kappa-symmetry.

研究分野：素粒子理論

キーワード：超弦理論 T-双対性 超対称性 対称性 超空間 RR ゲージ場

1. 研究開始当初の背景

(1) 物理法則の統一理論の候補である超弦理論は、直観からかけ離れた興味深い性質を持つ。例えば、弦の運動量と巻き付き量を入れ換えた(図1)世界は互いに関係付いている、あるいは全く変わらないという性質がある。



図1

これを T デュアリティといい、大きいスケールと小さいスケールの入れ換えに対するデュアリティとも解釈できる。この T デュアリティがある重力理論では最小距離が存在するため、宇宙初期の特異点を回避することができる。

2002年に、ヒッチンは、この T デュアリティを内包するような一般化された幾何空間を、クーラン括弧を用いて導入した。一方1993年ジーゲルは、ヒッチンの仕事とは独立に、その空間の共変微分演算子が満たす新しい代数を提唱し、後にそれはクーラン括弧を導くより一般的なダブル空間での T デュアリティ共変な一般座標変換の代数であることが示された。ハル、ズウィーバッハ等はこの T デュアリティを弦場の理論において検討し、座標を倍にしたダブル空間による危機術を精力的に推し進めている。一方で数回の T デュアリティ変換で得られる、これまでの幾何とは異なる新しい非幾何的な新奇なブレングも研究されている。

(2) このような背景の中、申請者はこれまでのトポロジカルな量子渦及び D ブレンの研究、反ド・ジッター時空上の超弦の共変微分の代数、可積分性とその T デュアリティとの関係の研究成果がある。これらを踏まえ、あるセクションでヒッチンの一般化幾何を導くような、T デュアリティを明白に持つような超対称空間をジーゲルの超弦代数で定式化し、その超空間の重力理論が超弦理論のより新しい記述になるようなアプローチを考えた。さらに、この T デュアリティを明白に持つような超空間上の超弦を考えることで、IIA 型と IIB 型超重力理論を統一的に記述する事を考えた。

2. 研究の目的

(1) T デュアリティを持つ空間を定義する代数の生成元は、ボゾニックな場合は弦の運動量と巻き付き量である。超対称性を持ち、II 型の場合はさらにラモン・ラモンゲージ場も持つような T デュアリティを明白に持つ空間を定義する代数を求める事が、本研究の目的である。つまり、超対称性を持った弦及び D ブレンの矛盾のない、アフライン・リー代数を求める事である。

(2) T デュアリティを指導原理とした超重力理論を、T デュアリティを明白に持つように定式化する事が、本研究の目的である。それは、超弦理論の低エネルギー有効理論としての IIA 型と IIB 型超重力理論を含み、さらにこれまで知られていなかった新奇なブレングを含むような超重力理論を記述している可能性がある。

(3) T デュアリティを明白に持つ超弦理論の作用を与えることも目標とする。この低エネルギー有効理論が、上述の目的(2)で求めた T デュアリティを明白に持つ超重力理論の起源であることが期待される。

3. 研究の方法

(1) 超弦及び D ブレンの共変微分による代数を求めるために、ハミルトニアン解析(正準形式による解析)を行い、系のゲージ対称性の拘束条件を求める。超対称性を実現するためには、ボソンとフェルミオンの自由度を一致させるために κ 対称性が必要である。このためにフェルミオンの拘束条件から第 1 類拘束条件を矛盾なく構築することが必要である。

(2) 超対称性を含まないダブル空間での重力理論はいくつか提唱されている中、本研究では時空の超対称性を明白に保つような超空間の方法を用いる。上述の方法(1)で得られた超対称な共変微分の代数が超空間を定義する。ダブル空間の超代数を時空の超対称性 $N=2$ である II 型の超代数に拡張する。

(3) ラモン・ラモンゲージ場を含むようにするためには、II 型超代数の中心拡大の方法を用いる。この中心拡大する生成元として、左向きスピノルと右向きスピノルの指標を持つラモン・ラモン電荷とその非縮退対を導入する。

(4) 明白に T デュアリティも超対称性も併せ持つような超弦の作用を得るために、規かな共変微分のカレントが必要である。このカレントを求めるためには、非縮退生成元を導入してそれらに対するダブル座標も導入するという方法で、矛盾のないアフライン・リー代数を構築する。

4. 研究成果

(1) D ブレンの系に対して正準形式による解析を行い、運動量と D ブレンに拡張された巻き付き量のなす共変微分が生成するカレント代数を求めた。この代数を用いて、T デュアリティ共変なクーラン括弧を求めた(“Canonical approach to Courant brackets for D-branes”)。言い換えると、世界体積上のカレント代数が、重力場の一般座標変換に加えラモン・ラモンゲージ場のゲージ変換を生成する事を示した。Dp ブレンの世界体積

は(p+1)次元であるため、2次元特有のTデュアリティが明白ではないのだが、Dブレン上のDBIゲージ場(U(1)ゲージ場)がp次元空間方向を1次元に射影して、運動量と巻付量に対応するカレントを構築できる事を示した。さらに、D3ブレンの場合は、Tデュアリティに加えて、NSNSゲージ場とラモン・ラモンゲージ場を入れ換えることでSデュアリティも実現できる。

(2) M理論におけるM2ブレン(“SL(5) duality from canonical M2-brane”)に対して、研究成果(1)で求めたように、世界体積上の共変微分の生成する代数を与えた。これが局所的なTデュアリティ共変な一般座標変換を生成する。また、この共変微分が、TデュアリティSデュアリティを統合したUデュアリティ対称性であるSL(5)対称性の基底である事を示した。M2ブレンの低エネルギー極限のみに限れば、Uデュアリティは大局的な連続パラメータの対称性である。このように、局所的及び大局的な両面(図2)を明らかにした。

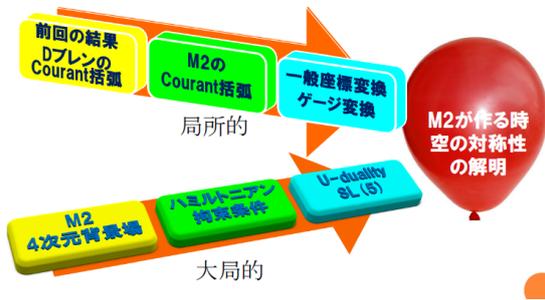


図2

Tデュアリティを明白にするため、倍の座標を用いたダブル空間であるが、通常空間に帰着させるためのセクション条件をM2ブレン世界体積の空間方向ハミルトニアンから得られることを示した。

(3) M理論におけるM5ブレン(“M5 algebra and SO(5,5) duality”)に対して、PST型のM5ブレン作用を用いて、世界体積上の共変微分の生成する代数を与えた。M5ブレン上には、M2ブレンの境界線素に対応する2階反対称自己双対テンソル場が結合している(図3)。

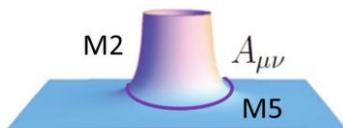


図3

共変微分は、次の運動量とM2の巻付量とM5の世界体積要素である：

$$Z_M = \begin{pmatrix} P_m \\ E^{ij} \partial_i x^m \partial_j x^n \\ \epsilon^{i_1 \dots i_5} \partial_{i_1} x^{m_1} \dots \partial_{i_5} x^{m_5} \end{pmatrix}$$

この代数が生成する局所的ゲージ変換で、重力場の一般座標変換と11次元超重力の3テンソルゲージ場Cのゲージ変換を生成する事を示した。また、この共変微分が、Uデュアリティ対称性であるSO(5,5)対称性の基底である事を示した。さらに、共変微分の積であるバイスピノル表現がSO(5,5)ベクトル表現の拘束条件になっている事を示した。これが、ダブル空間から通常空間に帰着させるためのセクション条件に他ならない。

$$\begin{cases} (Z \tilde{\rho}_{[M5]} Z)_m = Z_m Z^{[5]} + \epsilon_{m\dots} Z^{[2]} Z^{[2]} \approx 0 \\ (Z \tilde{\rho}_{[M2]} Z)^m = Z_n Z^{mn} \approx 0 \end{cases}$$

(4) Tデュアリティを明白に持つII型超空間を提唱した(“Superspace with manifest T-duality from type II superstring”)。この超空間は、2組の超対称ポアンカレ代数を生成元とするアファイン・リー代数で定義する。共変微分カレント $\mathring{\nabla}_M$ は以下のアファイン・リー代数を満たす：

$$[\mathring{\nabla}_M(0), \mathring{\nabla}_N(\sigma)] = -if_{MN}^K \mathring{\nabla}_K \delta(\sigma) - i\eta_{MN} \partial_\sigma \delta(\sigma)$$

この右辺第2項はシュウィンガー項であり、弦特有の効果を与える。このアファイン・リー代数のカレント $\mathring{\nabla}_M$ が、超空間の基底を成しているため、この基底による一般化された超場計量テンソルのTデュアリティ共変な一般座標変換は、B場のゲージ変換を与えるのも、シュウィンガー項の寄与である。

$$[E \mathring{\nabla}(0), \xi \mathring{\nabla}(\sigma)] = -i\delta_\xi E \mathring{\nabla} \delta(\sigma) - iE\eta\xi \partial_\sigma \delta(\sigma)$$

この超場計量の変換則の部分にTデュアリティ共変な一般座標変換である。この代数のヤコビ恒等式から、リー代数は非縮退していなければならない事及び、代数の構造定数は完全反対称でなければならない事が導かれる。共変微分カレントは、運動量と巻付量及び超対称性生成元とローレンツ生成元、それらの非縮退対の生成元を含む。

さらに、この空間上での超重力理論を提唱した。共変微分の交換関係で曲率テンソルを計算した。

$$[\underline{D}_A(0), \underline{D}_B(\sigma)] = -iT_{AB}{}^C \underline{D}_C \delta(\sigma)$$

ここで、トージョンが曲率テンソルを含んでいる。一般には複雑であったトージョン(捻じれ)拘束条件が、 κ 対称性の無矛盾性により簡単に決定できる事を示した。また、すべての超曲率テンソル及び超多脚場は、プリポテンシャルである超場で与えられることが示された。

具体的な例として反ドジッター時空の場合のカレントと、それらの曲率テンソルを与えた。左向きモードと右向きモードを混ぜるように、非自明なトージョン項が現れる。

(5) Tデュアリティを明白に持つII型超空間にラモン・ラモンゲージ場を導入した。(“Ramond-Ramond gauge fields in superspace with manifest T-duality”)。これは、ラモン・ラモン荷電に対応する中心拡大されたII型超代数を用いた。まず通常のII型超代数を左向きと右向きモードに分けて与えると以下ようになる：

$$\{D_\mu, D_\nu\} = P_m(\gamma^m)_{\mu\nu}$$

$$\{D_{\mu'}, D_{\nu'}\} = -P_{m'}(\gamma^{m'})_{\mu'\nu'}$$

左向きモードと右向きモードの超代数にラモン・ラモン荷電 $\Upsilon_{\mu\nu'}$ を中心拡大した：

$$\{D_\mu, D_{\nu'}\} = \Upsilon_{\mu\nu'}$$

超空間の基底として、ラモン・ラモン荷電を導入すると、一般化された計量である超場にラモン・ラモンゲージ場が含まれる。つまり、ラモン・ラモンゲージ場を含むII型超重力理論を提唱したということである。この超空間のトージョン拘束条件は、正準次元1以下のトージョンは代数の構造定数またはゼロというようにさらに簡単なものとなった。また、グリーン・シュワルツ超弦作用をカレントの積で与えた。特にベス・ズミノ項は、一般に3次元の3つのカレントの積で与えられるため2次元ではカレントの積とならず対称性が明白でなくなるのだが、この定式化では2つのカレントの積で与えられるため、すべての対称性が明白である。

(6) Tデュアリティを明白に持つII型超弦の作用を与えた(“Type II chiral affine Lie algebras and string actions in doubled space”)。座標を倍にしたダブル空間であるため、非縮退超対称ポアンカレ代数という非可換代数であっても、Tデュアリティを明白に左向き/右向き既約なカレントを構築する事が出来た。ここで、B場とディラレーション場が重要な役割を担っている。

この世界面の一般座用変換不変性は κ 対称性に不可欠である。さらに、次元縮約条件を具体的に与えて、ダブル空間から通常の空

間に帰着できる事を示した。

$$\tilde{P}_m - \tilde{P}_{m'} = 0$$

これらの既約なカレントを用いてゲージ不変な作用を提唱した。

$$\mathcal{L}_0 = \sqrt{-hh^{ij}} J_i^{P+} J_j^{P+}$$

$$\mathcal{L}_{\text{WZ}} = -\frac{1}{2} \epsilon^{ij} (J_i^{P+} J_j^{P-} + J_i^N J_j^M B_{MN} - J_i^{N'} J_j^{M'} B_{M'N'})$$

ここで、ボソニックなカレントは、通常の物理的な座標と、巻付量に対応する座標の両方を含んでおり、左向き/右向きモードのカレントで書くと以下の様な線形結合となっている：

$$J^{P\pm} = J^P \pm J^{P'}$$

作用は、一般に弦の世界面のローレンツ対称性は失われるものだが、この定式化ではダブル座標を用いているおかげで、世界面のローレンツ対称性も一般座標変換不変性も明白に保つことができた。

このようにして得られたTデュアリティが明白なII型超弦理論は、低エネルギー有効理論として、研究成果(5)で得たTデュアリティを明白に持つII型超重力理論を導く事が期待される(図4)。これは、IIA型あるいはIIB型超重力理論は、それぞれIIA型あるいはIIB型の超弦理論の低エネルギー有効理論として得られることから推測される(図4の右斜め下向きの矢印)。また、次元削減によって、Tデュアリティを明白に持つII型超重力理論は、IIA型とIIB型の超重力理論を併せ持っており、その切り口の違いでIIA型かIIB型が実現されるという事で、それらはダブル空間ではパリティ変換として表現される(図4の左斜め下向きの矢印)。また、今回得られたTデュアリティを明白に持つII型超弦理論は、切り口によってIIA型あるいはIIB型超弦理論に帰着することがわかった。さらに、この理論が新奇なブレン等を含む新しい物理の記述を解明していきたい。

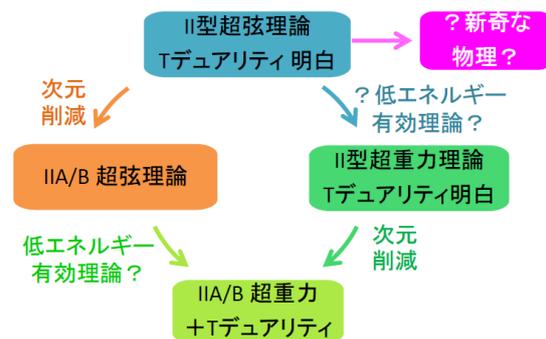


図4

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

① Hatsuda M, Kimura T,
Canonical approach to Courant brackets for
D-branes,
Journal of High Energy Physics ,1206
(2012) 034,
DOI: 10.1007/JHEP06(2012)034

② Hatsuda M, Kamimura K,
SL(5) duality from canonical M2-brane,
Journal of High Energy Physics, 1211
(2012) 001,
DOI: 10.1007/JHEP11(2012)001

③ Hatsuda M, Kamimura K,
M5 algebra and SO(5,5) duality,
Journal of High Energy Physics, 1306
(2013) 095,
DOI: 10.1007/JHEP06(2013)095

④ M.Hatsuda, K.Kamimura and
W.Siegel,
Superspace with manifest T-duality from
type II superstring,
Journal of High Energy Physics 1406 (2014)
039,
DOI:10.1007/JHEP06(2014)039

⑤ Machiko Hatsuda, Kiyoshi Kamimura ,
Warren Siegel
Ramond-Ramond gauge fields in superspace
with manifest T-duality
Journal of High Energy Physics 1502 (2015)
134
DOI: 10.1007/JHEP02(2015)134

⑥ Machiko Hatsuda, Kiyoshi Kamimura ,
Warren Siegel
Type II chiral affine Lie algebras and
string actions in doubled space,
Journal of High Energy Physics 1509
(2015) 113
DOI: 10.1007/JHEP09(2015)113

[学会発表] (計 11 件)

① 初田真知子, 木村哲士,
Superstring algebra toward generalized
geometry,
日本物理学会 第 67 回年次大会 (関西学院
大学)、2012 年 3 月 26 日

② 初田真知子, 上村潔,
Membrane algebra toward Generalized
Geometry、

日本物理学会 2012 年秋季大会 (京都産業大
学)、
2012 年 9 月 14 日

③ 初田真知子, 上村潔,
Supersymmetry in generalized geometry,
日本物理学会 第 68 回年次大会 (広島大学)、
2013 年 3 月 28 日

④ 初田真知子, 上村潔,
M-brane superalgebras toward generalized
geometry,
日本物理学会 2013 年秋季大会 (高知大学)、
2013 年 9 月 22 日

⑤ Machiko Hatsuda,
Duality covariant geometry for brane
systems, Exotic Structures of
Spacetime,
京都大学基礎科学研究所国際会議, 2014 年 3
月 19 日

⑥ Machiko Hatsuda, Kiyoshi Kamimura
Manifest T-dual Supergravity,
日本物理学会「第 69 回年次大会」、東海大学、
2014 年 3 月 29 日

⑦ Machiko Hatsuda, Kiyoshi Kamimura
Manifestly T-dual Type II Supergravity,
日本物理学会「秋季大会」、佐賀大学、2014
年 9 月 18 日

⑧ 初田 真知子 上村 潔, Siegel,
Warren,
Superspace with manifestly T-dual
formulation,
日本物理学会 第 70 回年次大会 (2015 年)・
早稲田大学・2015 年 3 月 21 日

⑨ 初田 真知子、上村 潔, Siegel,
Warren,
Superstring action in a manifestly T-dual
formulation,
日本物理学会 2015 年秋季・大阪市立大学・
2015 年 9 月 26 日

⑩ 初田 真知子、上村 潔、
AdS Supergravity with manifestly
T-duality,
日本物理学会 第 71 回年次大会・東北学院
大学 泉キャンパス・2016 年 3 月 21 日

⑪ Machiko Hatsuda,
Type II superspace with manifest T-duality
Duality and Novel Geometry in M-theory,
APCTP, Postech, Pohang Korea・2016 年 1 月
26 日~2 月 24 日

[図書] (計 1 件)

パリティ編集委員会
先生、物理っておもしろいんですか？
丸善出版社・2015年；274(p.133-136)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

初田 真知子 (HATSUDA, Machiko)
順天堂大学・医学部・教授
研究者番号：10364887

(2) 研究分担者

田中 和廣 (TANAKA, Kazuhiro)
順天堂大学・医学部・先任准教授
研究者番号：70263671

清 裕一郎 (KIYO, Yuichiro)
順天堂大学・医学部・准教授
研究者番号：60571338