

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 22 日現在

機関番号：82118

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540292

研究課題名(和文) 摂動法による完全数値的な2ループ高次補正の計算法とパーバー散乱への応用

研究課題名(英文) Numerical method for radiative correction including two-loop integrals and its application to Bhabha scattering

研究代表者

湯浅 富久子 (Yuasa, Fukuko)

大学共同利用機関法人高エネルギー加速器研究機構・計算科学センター・准教授

研究者番号：00203943

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：我々は、電弱相互作用プロセスの素粒子反応の散乱断面積の高精度な理論予測のために、2ループ補正計算に現れるループ積分の計算法の開発を行っている。我々が開発する方法は、ループ積分を多次元数値積分法と数列の加速法の組み合わせで求めるというものである。この方法(直接計算法とよぶ)は、完全に数値的な手法で、ループの内線粒子の質量を任意に設定できる、ループの数や外線の数が増えても対応できるなど柔軟である。本研究では、電弱相互作用2ループパーバー散乱に現れる困難性の高いボックス型ダイアグラムを始めとし、複数の2ループボックスダイアグラムに対して我々の方法が応用できることを示した。

研究成果の概要(英文)：We have developed a numerical method to compute two-loop Feynman loop integrals appearing in higher order corrections in the particle physics, especially for physics process with the electro-weak interaction. Our method is based on a numerical multi-dimensional integration and a numerical extrapolation method. We call the method "Direct Computation Method", shortly DCM. Since DCM is fully numerical, it is very flexible and can be applicable to Feynman diagrams with massive and massless internal lines in loops and diagrams with multi-loops and multi-legs. In this research duration, we applied DCM to several two-loop box integrals which are required to evaluate for the cross sections of the processes in the electro-weak interactions such as Bhabha scattering including up to two-loop order.

研究分野：計算素粒子物理学

キーワード：ファインマンダイアグラム 2ループ積分 電弱相互作用

1. 研究開始当初の背景

近年、加速器を使った素粒子実験は、超高度化・超精密化し、より精密な実験データを得られるようになった。本研究を開始する前年12月には、CERNのLHCのATLASおよびCMS実験グループより、これまで未発見であったヒッグス粒子の存在を示唆する測定結果について発表があった。つづいて、本研究開始初年度の7月には、新粒子発見という発表があり、さらに統計を増やして精度を高めるよう実験と解析が継続されていった。ヒッグス粒子の発見により、今後標準模型からのズレの測定や標準模型を超える粒子の探索が、素粒子物理学における研究の焦点となってくる。このような時期においては、実験のみならず理論計算においても、非常に精度の良い予測値を提出することが求められる。これに応えられるよう、場の理論における高次補正計算の精度をあげていくための新しいアイデアや方法が、数多く提案されている。

2. 研究の目的

本研究の目的は、超精密・高統計の実験から生成される実験データと比較できる精密な理論的予測値を得るために、2ループ高次補正まで含んだ素粒子反応断面積の数値計算法を開発することである。特に、電弱相互作用プロセスに有効であるように、スケールの異なる質量をもつ場合でも、マルチループ・マルチレグのファインマンダイアグラムを取り扱えるループ積分法を開発することである。

3. 研究の方法

場の理論の高次の摂動展開に現れるファインマン・ループ積分は、多次元複素積分で、次式で与えられる。

$$I = \frac{\Gamma(N - \frac{nL}{2})}{(4\pi)^{nL/2}} (-1)^N \int_0^1 \prod_{r=1}^N dx_r \delta(1 - \sum x_r) \frac{C^{N-n(L+1)/2}}{(D - i0C)^{N-nL/2}}$$

ここで、 L はループの数、 N はループの内線の数、 n は時空の次元数である。 C 関数および D 関数はファインマンパラメータ x_r の多項式で、 C 関数はファインマンパラメータのみから成り、エネルギーや運動量などの量は D 関数のみに含まれる。この積分は、分母の正則化パラメータ ϵ がゼロになるときに発散し、計算が困難になる。これに対して我々は、下記に示すように「多次元数値積分法と数列の加速法の組み合わせを用い、積分値 I を得る」という手法を提案している。

上式の右辺の分母の $(D - i0C)^{N-nL/2}$ を幾何級数的に変化させる。

各 i に対応する多次元数値積分の結果を積分値の数列として得る。

数列の加速法を用いて、積分値の数列の極限值を求め、積分値 I を得る。

上記 から はすべて数値的に求める。このような完全数値的な手法の利点は、電弱相互作用のプロセスに現れる様々なスケールの物理量が関与するファインマンダイアグラムであっても、統一的に処理できることにある。

図1に、直接計算法のプログラムの流れを示す。

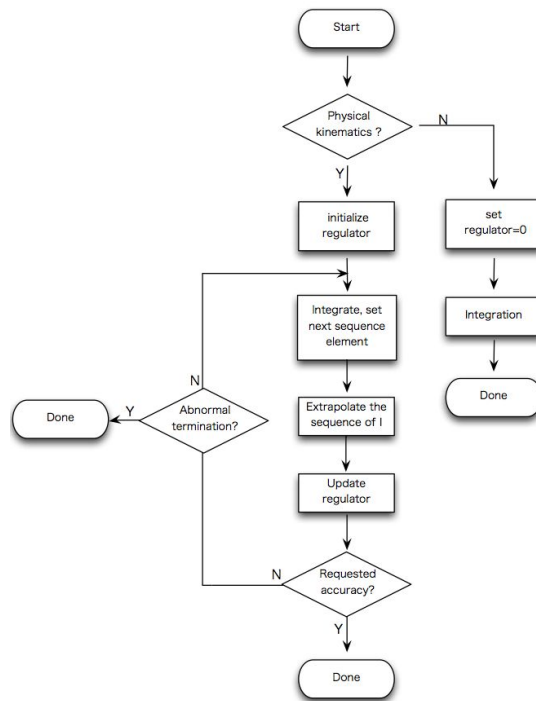


図1

4. 研究成果

(1) 直接計算法

我々は、2ループで外線が4までのファインマンダイアグラムのループ積分を数値計算する方法(以下、直接計算法)を開発した。開発においては、ループの数によらずに同じ手法で2、3ループ積分計算が可能であること、外線の数を増やしても計算が可能であること、ループの内線の粒子の質量によらずに計算が可能であること、の三つを目標にすすめ、これらを達成した。

図2に、2ループで外線の数が4のファインマンダイアグラムを示した。これは、形状より2ループ・ノンプランナー・ボックスと呼ばれ、電弱相互作用バーバー散乱のプロセスに現れるダイアグラムのなかでも困難性の高いものである。我々は、このダイアグラムで質量のある場合について、直接計算法で結果を得た(5節文献)。また、図2に示した形状だけでなく2ループ・プランナー・ボックスをはじめとする他の形状で内線に質量をもつ2ループボックス積分も直接計算法で計算可能であることを示した(5節文献、)。

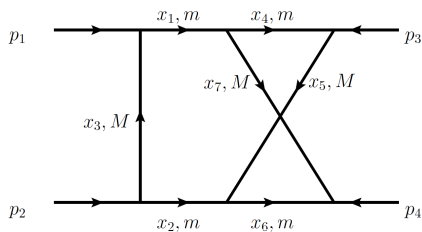


図 2

(2) 直接計算法の高度化

次元正則化による赤外発散や紫外発散を数値的に取り扱えるよう直接計算法を高度化した。具体的には、

時空の次元数 n を 4 から $4-2$ として、正則化パラメータとして ϵ にくわえてを導入する。

従来の直接計算法では、時空の次元 n を 4 としていたため、 ϵ について加速法を適用する必要がなかった。次元正則化では、 ϵ のみならず m についても加速法を適用する。

とした。図 3 に、高度化された直接計算法のプログラムの流れを示す。

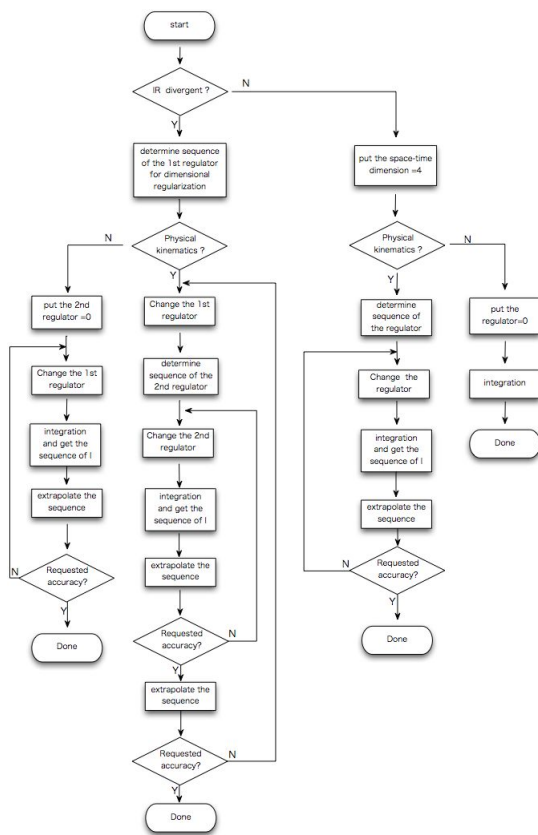


図 3

この高度化された直接計算法を、複数のマルチループのファインマンダイアグラムに適用し、手法の検証を実施した。二つの正則化パラメータを取り扱える 2 ループ積分法

の開発は世界的に進行中の状況であり、本研究で、高度化された直接計算法のアルゴリズムを確立し事例計算を示したことは、大きな成果である。

(3) 最適化と並列化

数値計算の技術を用いて、直接計算法の最適化と並列化を行った。最適化では、可能な限りファインマンパラメータの変数変換を実施せずに、ダイアグラムの形状によらず機械的に取り扱えるようプログラムコードの開発を行った。4 倍精度以上の高精度演算の手法を用いれば、変数変換を行わなくても計算誤差を小さく押さえることができることを確認できた。演算精度をあげていくと、計算時間が長くなるが、これにはソフトウェアおよびハードウェアの両面で並列処理をすすめることにより、時間の低減を実現できた。開発した直接計算法のプログラムを、従来の PC クラスタ型の計算機で実行する場合には、OpenMP よるスレッド並列の計算ができるようコードを改良した。性能の検証を行い、スレッド並列の効果を確認した(5 節文献)。また、研究代表者の所属する KEK スーパーコンピュータで、スレッド並列計算の効果も確認した。

また、近年、科学技術計算にも用いられるようになってきた GPGPU (General Purpose Graphic Processing Unit) などのメニーコア計算機でも、高速に並列に計算できるコードを開発した(5 節文献)。さらに、先端の計算機アーキテクチャである FPGA (Field Programmable Gate Array) を用いた多倍長専用計算機でループ積分計算を並列に計算可能であることを示した。これにより、4 倍精度以上の演算精度で 2 ループ積分を計算する場合においても、計算時間を大幅に短縮できた(5 節文献)。

(4) まとめ

我々は、素粒子物理学の反応における電弱相互作用プロセスの高精度の理論予測値の導出に必要となる、2 ループ補正計算法を開発を行った。我々が開発したプログラムコードは、任意に粒子の質量を設定できるため、適用範囲が広く、電弱相互作用 2 ループバーン散乱に現れるファインマンダイアグラムに適用できた。

得られた成果は、研究期間中に開催された国内外の学会で発表するとともに、計 14 件の論文を作成した。それらは、雑誌論文として公開されている。そのうちの主要 5 件については、5 節で紹介している。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文](計 14 件)

S.Motoki, H.Daisaka, N.Nakasato, T.Ishikawa, F.Yuasa, T.Fukushige, A.Kawai and J.Makino, A development of an

accelerator board dedicated for multi-precision arithmetic operations and its application to Feynman loop integrals, Journal of Physics: Conference Series(JPCS) 608(2015) 012011 (査読有) . DOI:10.1088/1742-6596/608/1/012011

E.de Doncker and F.Yuasa, Distributed and multi-core computation of 2-loop integrals, Journal of Physics: Conference Series(JPCS)523 (2014) 012052 (査読有) . DOI: 10.1088/1742-6596/523/1/012052

F.Yuasa, T.Ishikawa, N.Hamaguchi, T.Koike and N.Nakasato, Acceleration of Feynman loop integrals in high-energy physics on many core GPUs, Journal of Physics: Conference Series(JPCS)454 (2013) 012081 (査読有) . DOI:10.1088/1742-6596/454/1/012081

E.de Doncker, F.Yuasa and R.Assaf, Multi-threaded adaptive extrapolation procedure for Feynman loop integrals in the physical region, Journal of Physics: Conference Series(JPCS)454 (2013) 012082 (査読有) . DOI:10.1088/1742-6596/454/1/012082

F.Yuasa, E.de Doncker, N.Hamaguchi, T.Ishikawa, K.Kato, Y.Kurihara, J.Fujimoto, Y.Shimizu, Numerical computation of two-loop box diagrams with masses, Computer Physics Communications 183(2012)2136 (査読有) . DOI:10.1016/j.cpc.2012.05.018

〔学会発表〕(計 5 件)

湯浅富久子他、紫外発散の数値的次元正則化、日本物理学会、2015年3月22日、早稲田大学早稲田キャンパス(東京都・新宿区)

湯浅富久子他、完全数値的ループ積分法の並列計算II、日本物理学会、2014年9月18日、佐賀大学本庄キャンパス(佐賀県・本庄町)

湯浅富久子他、Feynman Loop Integral Computation on Hybrid Platforms, ACAT2013、IHEP 研究所、2013年5月16日から21日、中国(北京)

湯浅富久子他、完全数値的ループ積分法の並列計算、日本物理学会、2013年3月27日、広島大学東広島キャンパス(広島県・東広島市)

湯浅富久子他、Acceleration of Feynman loop integrals in high-energy physics on many core GPUs, CCP2012、2012年10月14日から18日、ニチイ学館、兵庫県・神戸市

6. 研究組織

(1) 研究代表者

湯浅 富久子 (YUASA, Fukuko)
高エネルギー加速器研究機構・共通基盤研究施設 計算科学センター・准教授
研究者番号: 00203943

(2) 連携研究者

石川 正 (ISHIKAWA, Tadashi)
高エネルギー加速器研究機構・共通基盤研究施設 計算科学センター・准教授
研究者番号: 90184481

加藤 潔 (KATO, Kiyoshi)
工学院大学・基礎教養教育部門・教授
研究者番号: 50152707

(3) 研究協力者

ドゥドンカー エリーゼ (de Doncker, Elise)
Western Michigan 大学コンピュータサイエンス学部・教授