科学研究費助成專業 研究成果報告書



平成 27 年 6 月 8 日現在

機関番号: 17102 研究種目: 基盤研究(C) 研究期間: 2012~2014

課題番号: 24540407

研究課題名(和文)トポロジカル渦度ダイナミックスの深化による渦と波の相互作用理論

研究課題名(英文)Theory of vortex-wave interaction by deepening the topological vorticity dynamics

研究代表者

福本 康秀 (Fukumoto, Yasuhide)

九州大学・学内共同利用施設等・教授

研究者番号:30192727

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文): 粒子ラベル付け替え対称性に関するネータ の定理によって、バロトロピー流体から密度成層流体、電磁流体(MHD)、相対論的流体にいたるまで、トポロジカル積分不変量がすべてクロスヘリシティとして書き表せることを明らかにした。渦のトポロジーを保つ等循環撹乱へ撹乱を制限することによって、楕円形流線をもつ回転流の弱非線形安定性の計算に成功した。等磁気循環摂動への制限によってMHD流の波のエネルギーに対する一般公式を導出した。この摂動を実現するラグランジュ的扱いよって、方位磁気回転不安定性の3次元短波長安定性解析を行い、ケプラー回転流が不安定であることを示した。

研究成果の概要(英文): By invoking the Noether theory associated with the particle-relabeling symmetry, we revealed that the topological integral invariants for barotropic and baroclinic flows, magnetohydrodynamics (MHD) and a relativistic flow are all represented in the form of the cross-helicity. By restricting disturbances to isovortical ones that keep the topology of the vorticity, we succeeded in calculating the weakly nonlinear stability of a rotating flow with elliptic streamlines. By restricting to the isomagnetovortical perturbations, we derived a general formula for waves on MHD flows. Using the Lagrangian treatment that realizes this class of perturbations, we made the three-dimensional short-wave stability analysis of the azimuthal magnetorotational instability, and showed that the Keplerian rotational flow is unstable.

研究分野: 流体力学

キーワード: トポロジカル不変量 クロスヘリシティ ネータ 循環摂動 磁気回転不安定性 ケプラー型回転流 の定理 弱非線形安定性 波のエネルギー 等磁気

1.研究開始当初の背景

渦構造が複雑に絡み合う無限自由度力学系をなす乱流に対しては、従来の「局所からの積み上げ」方式は限界を呈している。**トポロジカル渦度ダイナミックス**の大きな目標は「系が内包する無限次元対称性と保存量など大域的束縛を系統的に組み込む新しい強力な枠組み」の構築である。

細長い渦管は3次元的に不安定で、不安定 波動が成長しながら小さなスケールの波動 を次々と励起し、やがて破局的な崩壊に至る。 代表者らは、ハミルトン力学系のスペクトル の視点から渦管の3次元線形不安定性の問題 に取り組み、**楕円渦や渦輪**[Fukumoto: J. Fluid Mech **493** (2003) 287, Fukumoto & Hattori: J. Fluid Mech. **526** (2005) 77] にお いて、対称性の破れによるスペクトルの変形 を完全に決定することに成功し、渦輪の「曲 率不安定性」を発見した。

弱非線形領域に歩を進めるとき、渦管の 3次元 **Kelvin** 波が非線形的に誘起する平均流の計算がボトルネックになる。代表者は以前 Kelvin 波のエネルギー[Fukumoto (2003)]を発見的に導出したが、**液体粒子の変位を基本変数とするラグランジュ的アプローチ**を開発して、これを系統的に導くことに成功した。その副産物として所望の平均流が得られる。これに立脚して、代表者らは、既存のオイラー的記述による弱非線形安定性理論では、波同士の非線形相互作用によって誘起される。平均流が決定できておらず誤りを含むことを指摘し、これを修復するオイラー・ラグランジュ混合法を提唱した。

2.研究の目的

定常オイラー流は「渦度のトポロジーを保 つ」制約化でエネルギー汎関数の停留状態で ある(Arnold)。オイラー方程式は縮退して おり、渦度のトポロジー不変性を反映できな い。**トポロジカル渦度ダイナミックス**におい ては、粒子的描像を回復することによってオ イラー方程式の縮退を解き、波が誘起する平 均流およびそれの波への跳ね返りを正しく 計算して渦管の弱非線形安定性理論を刷新 する。これを直接的に実現できるのが**ラグラ** ンジュ**的記述**である。極値性の活用によって 波のエネルギーや平均流の計算可能性が劇 的にもたらされる。本研究では、3波相互作 用やMHD 磁場効果を含めて渦管の弱非線形 **安定性**を計算するための**オイラー・ラグラン** ジュ混合法を開発する。並行して、種々のト ポロジー的不変量をネーターの定理の立場 から追及する。

(1) トポロジカル不変量のネータの定理に よる特徴づけ

オ イ ラ ー 流 の ト ポ ロ ジ ー 的 不 変 量 (=Casimir 不変量)は、3 次元ではヘリシティ、2 次元では渦度の任意関数の積分と、一見異なる姿をとる。代表者は、ラグラン

ジュ変数による変分原理の枠組みにネータの定理を適用することによって、粒子ラベル付け替え対称性に対する保存量は次元によらずクロス・ヘリシティしかないとを示した。上記 2 つは統一できるのみならず、場の理論と同じ仕方で記述できる。また、Kelvinの循環定理はネータの第2定理と解釈できることも示した。

密度成層流中の Ertel 不変量

MHD のクロス・ヘリシティなど、支配方程式に依存して見かけの異なるトポロジー的不変量が散在する。ラグランジュ変数に基づく変分原理を徹底して、粒子ラベル付け替え対称性の不変量という観点からこれらの深層に迫る。

(2) 渦管の3次元不安定性の線形・弱非線 形理論

円柱渦に対称性を破る摂動が加わると3次元的に不安定化する。摂動として、

ひずみ流

を取り上げる。 「楕円断面容器内の回転流」の弱非線形安定性解析を行う。非定常共鳴(ハミルトン・ホップ分岐)の弱非線形発展、さらに3波相互作用による2次不安定性を記述する振幅方程式を導出するため、ラグランジュ変数を用いた新しいスキームを構築する。

「磁場」においては、一様磁場に加えてらせん磁場についても調べ、対称性の低下と波のエネルギー構造との関係を明らかにする。これを踏まえて、弱非線形振幅方程式を導出するためののオイラー・ラグランジュ混合法を開発する。

(3) 磁気回転不安定性の WKB 理論

アクリーション・ディスクの乱流を引き起こす磁気回転不安定性(Magneto-Rotational Instability: MRI)が対象である。

上記(2) においては、剛体回転すなわちー様渦度分布が基本流であるが、天体形成で問題となるのは非一様渦度分布をもつ流れで、特に関心をもたれているのは、遠心力と重力が釣り合った流れであるケブラー型回転流である。このような非一様回転流の安定性解析を扱えるのが WKB 法=短波長安定性解析である。従来の WKB 法は MHD 方程式に直接適用されるが、途中の微分操作において重要な項が失われる可能性が高い。それを避けるためにラグランジュ表現を援用する。

天体のアクリーション・ディスクでは軸方 向磁場が問題であるが、実験室で計画されて いるのは、これに方位角方向の磁場を加えた らせん型磁場分布や方位磁場のみによる不 安定性である。本研究では、この**方位磁気回 転不安定性(Azimuthal MRI: AMRI)**を取り 上げ、**ラグランジュ変数による WKB 法**を新た に開発し、新しい AMRI モードを探索する。

3.研究の方法

(1) トポロジカル不変量のネータの定理による特徴づけ

密度成層流、 MHD 流

に対する変分原理をラグランジュ変数によって表現し、作用の一般的な右座標変換(粒子ラベル付け替え)に対する不変性を要請することによって、対応する保存量(=ネータ電荷)を導く。得られた表式が最も普遍的なトポロジカル不変量の姿である。その次元人に

さらに

特殊相対論にしたがう渦

に対して上記のスキームを拡張する。

(a), (b), (c)のいずれにおいても積分不変量はクロス・ヘリシティの形をとると予想している。この予想を確かめ、すべてのトポロジカル不変量をクロス・ヘリシティの形式に書き直す。

(2) **渦管の**3 次元不安定性の線形・弱非線形 理論

ラグランジュ的記述とオイラー的記述のハイブリッド法を構築し、オイラー的記述での 壁を突破する。

「楕円断面容器内の回転流」

定常らせん波同士の共鳴が、方位波数 m=3,4 の Kelvin 波と非線形的に 3 波共鳴を起こす可能性を捕まえている。その振幅方程式の係数の数値計算を PC 上で C++を用いて行う。オ 1 ラー的記述による結果 [Lehner, Mouhali, Leorat & Mahalov: Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. 104 (2010) 369] を批判的に検討する;振幅 2 次での平均流が不完全とにらんでいる。

さらに、定常らせん波共鳴の2次不安定性について論じる。

「MHD 回転流・磁場効果」

円筒容器内に閉じ込められた剛体回転運を 行うMHD回転流に、一様な軸方向磁場や方 位角磁場を印加したときの線形固有値・固有 関数を計算する。固有関数は Bessel 関数を 用いて具体的に書き下すことが可能で、固有 値も然りである。

等循環(isovortical)摂動の MHD 版を構成し、この制約付きの撹乱に限定することによって MHD 回転流の Kelvin 波のエネルギーを計算する。エネルギーの符号を同定することによって、安定・不安定性をハミルトン力学系の Krein の理論の立場から検討する。

(3) 磁気回転不安定性の WKB 理論

MHD 方程式をラ**グランジュ変数**で書きあらわした Frieman-Rotenberg 方程式を経由する WKB 法を開発する。Hain-Lüst 方程式に WKB 法を直接適用する。方位角方向の外場を受けた方位磁気回転不安定性(Azimuthal MRI: AMRI)を取り上げ、ラグランジュ変数による WKB 法を新たに開発する。

4.研究成果

(1) トポロジカル不変量のネータの定理による特徴づけ

密度成層流, MHD流, 相対論的流体 流体力学と電磁流体力学の変分原理による 定式化を進めて、作用が有する「粒子ラベル 付け替え対称性」に関するネータ の定理に よって、バロトロピー流体から密度成層流体 [文献]、理想電磁流体にいたるまで、トポロジカル積分不変量がすべて「クロスへリシティ」として共通の表現形式で統一的に書き 表せることを明らかにした。

2次元のカシミール不変量と3次元のヘリシティはまったく別物とみなされているが、実は、同じものであるという見方が存在するのである。しかも、このことは、バロクリニック流体(密度成層流体)や電磁流体においても成り立つ。2次元成層流や成層流の浅水波においてよく知られるトポロジカル不変量をクロスヘリシティの形に変換することができた。

さらに、ヘリシティ概念を相対論的 4 次元 時空へ拡張した[文献]。特殊相対論では時 空が混ざり合うので状況は少し複雑になる。 時間変数を**固有時間に限定する**ことによっ てのみトポロジカル不変量が定義でき、それ らが必然的に**クロスヘリシティ**の形をとる ことを証明した。

(2) **渦管の**3 次元不安定性の線形・弱非線形 理論

「楕円断面容器内の回転流」

断面が楕円にひずんだ回転流の場合、方位波数 m の差が 2 の Kelvin 波対 (m,m+2) の間でパラメータ共鳴不安定が起こり得る。不安定性出現の鍵を握るのは撹乱のエネルギーである。波のエネルギーの一般的な表示を得た。その副産物として、波の非線形相互作用によって誘起される振幅について 2 次の平均流を計算できる。渦なし撹乱の定義を循環保存則の時間平均と関係づけることによって、擬運動量が平均流とストークスドリフトの和と等しいことを証明した[文献 ,]。円筒容器中では後者が消えるので,擬運動量と平均流が等しい。

Kelvin 波の振幅の成長を弱非線形段階まで記述するには,振幅方程式を振幅について最低3次まで計算しなければならない。この途上にあって、壁として立ちはだかっているのが2次において出現する直流成分であった。伝統的なEuler 的記述によるアプローチでいた。 は、論理的に辻褄の合わない結論に導かれていた。本研究では、ラグランジュ変数によって党乱を等循環的なものに限定して、Kelvin 変が相互作用によって誘導される2次の直に数の相互作用によって誘導される2次の直に数の分を計算した。これを利用することにの弱非線形振幅方程式の係成がであいまいさなく決定することに例がである。 ハミルトニアン・ピッチフの形が得られる。 ハミルトニアン・ピッチフ

ォーク分岐を起こしたとき,非線形効果は時間について指数関数的な線形不安定性の成長を飽和させる[文献]。

線形成長がある振幅で抑えられることは 実験とは一致しない。そこで、共鳴を起こし ているらせん型ケルヴィン波と3角形、4角 形モードとの**三波共鳴**による**2次不安定性**の 可能性について調べた。ケルヴィン波のエネ ルギーに関する知見を利用して、波の全エネ ルギーがゼロになるよう初期条件を調整す ると3波が際限なく成長し続けられることを 数値計算によって示した。

「MHD 回転流・磁場効果」

渦のトポロジーを保つ等循環

(isovortical) 摂動の MHD 版である「等磁気循環(isomagnetovortical) 摂動」の概念に到達した。ラグランジュ変数を用いてこれを書き表せること示し、これを利用して、MHD流に立つ3次元波のエネルギー公式の導出に成功した。負のエネルギーの波の存在を明らかにし、MRI をハミルトン力学系の視点から特徴づけた。

(3) 磁気回転不安定性の WKB 理論

軸方向磁場のみならず周方向磁場を外場として印加された場合の磁気回転不安定性、すなわち、らせん型磁気回転不安性(HMRI)や方位磁気回転不安定性(AMRI)においては 非軸対称撹乱を扱う必要がある[文献 ,

]。従来の非軸対称撹乱に対する短波長安定性解析の扱いでは見落とされてきた項があることに気づき、理想 MHD 方程式のラグランジュ表現である Frieman-Rotenberg 方程式を動径変位に対する方程式に帰着させた Hain-Lust 方程式にもとづいて解析する方法を開発した。

回転流のシアの尺度をあらわす無次元パラメータがロスビー数 Ro で、方位角磁場の動径方向の変化率の尺度をあらわす無次元パラメータが磁気ロスビー数 Rb である[文献

パラメータが磁気ロスビー数 Rb である[文献 ,]。Rb< - 1/4 のとき、Ro=0(回転角速度 一定)を中心とする有限の Ro 領域で、長い軸方向波長の撹乱が成長することを初めて指摘した[文献]。さらに、非理想 MHD の方位磁気回転不安定性を Hain-Lüst 方程或 MHD の方位磁気回転不安定性を Hain-Lüst 方程導入に流体粘性および電気抵抗の効果を導入が流体粘性および電気抵抗の効果を導入がいたとによって調べた。磁気プラントルに引いることによって調べた。磁気プラントルに対した。でプラー型回転流は、Liu の限界によおいては、従来は、電流なし方位角磁場を受て安定とされてきたが、動径波長の長い撹乱に対して不安定になる可能性を示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に は下線)

[雑誌論文](計15件)

Y. Fukumoto, Y. Mie, "Lagrangian

approach to weakly nonlinear interaction of Kelvin waves and a symmetry-breaking bifurcation of a rotating flow ", Fluid Dynamics Research Vol. 47 (2015) 015509 (15pp) 【查読有】

S. I. Abarzhi, Y. Fukumoto, L. P. Kadanof "Stability of a hydrodynamic discontinuity", Physica Scripta Vol. 90 (2015) 018002 (7pp) 【查読有】 R. Zou, Y. Fukumoto, "Local stability analysis of azimuthal magnetorotational instability of ideal MHD flows", Progress of Theoretical and Experimental Physics Vol. 2014 (2014) pp. 53-70 【査読有】 O. N. Kirillov, F. Stefani, Y. Fukumoto, "Local instabilities in magnetized rotational flows: A short-wavelength approach", Journal of Fluid Mechanics Vol. 760 (2014) 591-633 【査読有】 Y. Kawazura, Z. Yoshida, Y. Fukumoto, "Relabeling symmetry in relativistic fluids and plasmas", Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical Vol. 47 (2014) 465501 (17pp) 【査読有】 J. Fan, Y. Fukumoto, G. Nakamura, Y. Zhou, "Regularity criteria for the incompressible Hall-MHD system". Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM) (2014) online (5pp)【査読有】

O. N. Kirillov, F. Stefani, <u>Y. Fukumoto</u>, "Instabilities of rotational flows in azimuthal magnetic fields of arbitrary radial dependence", Fluid Dynamics Research Vol. 46 (2014) 031403 (14pp) 【查読有】

Y Hattori, Y. Fukumoto, "Modal stability analysis of a helical vortex tube with axial flow", Journal of Fluid Mechanics Vol. 738 (2014) 222-249 【査読有】 Y. Fukumoto, Y. Mie, "Hamiltonian bifurcation theory for a rotating flow subject to elliptic straining field ", Physica Scripta T Vol. 155 (2013) 014042 (10 pages) 【査読有】 J. Fan, Y. Fukumoto, Y. Zhou, "Logarithmically improve d regularity criteria for the generalized Navier-Stokes and related equations", Kinetic and Related Models Vol. 6 (2013) 545-556 【査読有】 Y. Fukumoto, H. Sakuma "A unified view of topological invariants of barotropic and baroclinic fluids and their three-dimensional ideal gas flows",

and baroclinic fluids and their application to formal stability analysis of three-dimensional ideal gas flows", Procedia IUTAM Vol. 7 "Topological Fluid Dynamics: Theory and Applications" (2013) 213-222 【查読有】

Y. Fukumoto, A. B. Samokhin, "Singular electromagnetic modes in an anisotropic medium", Wave Motion Vol.50 (2013) 481-493【查読有】

A. Paerhati, Y. Fukumoto, "An example exempted from Thomson-Tait-Chetayev's theorem", J. Phys . Soc. Japan Vol.82 (2013) 043002 (4 pages) 【杳読有】 O. N. Kirillov, F. Stefani, Y. Fukumoto, "A unifying picture of helical and azimuthal MRI, and the universal significance of the Liu limit", Astrophysical Journal Letters Vol. 756 (2012) 756:83 (6 pages)【査読有】 Y. Hattori, Y. Fukumoto, "Effects of axial flow on the stability of a helical vortex tube". Physics of Fluids Vol.24 (2012) 054102 (15 pages) 【查読有】

[学会発表](計22件)

平成 26 年度

- 福本康秀, R. Zou, "Azimuthal magnetorotational instabilities to non-axisymmetric perturbations", 67th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamcs, 2014.11.23, Moscone (West) Convention Center, San Francisco, CA, USA
- 福本康秀, R. Zou, "Local and global analyses of azimuthal magnetorotational instability", The 8th CREST-SBM International Conference on Mathematical Fluid Dynamics, Present and Future, 2014.11.14, 早稲田大学西早稲田キャンパス、東京
- 3. 福本康秀, R. Zou, "Topological magnetohydrodynamics and its application to azimuthal magnetorotational instability", The Seventh International Conference on Sciences and Mathematics Education in Developing Countries, 2014.11.7, The University of Mandalay, Mandalay, Myanmar
- 4. 福本康秀, R. Zou, 「方位磁気回転不安定性のモード解析」, 日本流体力学会年会2014, 2014.9.15, 東北大学川内北キャンパス, 仙台
- 5. 福本康秀, . Zou, 「Short-wavelength analysis of azimuthal magnetorotational instability」, 日本物理学会 2014 年秋季大会, 2014.9.7, 中部大学春日井キャンパス, 春日井
- 6. Y. Fukumoto, R. Zou, "Azimuthal and helical magnetorotational instabilities to non-axisymmetric perturbations", Turbulent Mixing and Beyond Workshop: Mixing in Rapidly Changing Environment Probing

Matter at the Extremes, 2014.8.5, The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics (ICTP), Trieste, Italy

平成 25 年度

- 7. <u>福本康秀</u>, R. Zou,「回転 MHD 流に立つ 波のエネルギー」, 日本物理学会 69 回年 次大会, 2014.3.28, 東海大学湘南キャン パス. 平塚
- 8. Y. Fukumoto, "Lagrangian approach to weakly nonlinear stability of a columnar vortex", Workshop on Lagrangian Coherent Structures and Dynamical Systems, 2014.3.5, 水北海道大学、札幌
- 9. <u>福本康秀</u>,「MHD 回転流のスペクトルと 不安定性」,平成 25 年度 NIFS 共同研究・ 研究会 MHD および流体力学における流 れの安定性に関する理論・シミュレーション研究, 2013.12.18, 核融合科学研究 所, 土岐
- 10. <u>福本康秀</u>,「有限太さの渦の2次元相互作用」,日本物理学会2013年秋季大会, 2013.9.25,徳島大学常三島キャンパス, 徳島
- 11. <u>福本康秀</u>,「有限太さの渦の2次元相互作用」,日本流体力学会年会2013, 2013.9.13,東京農工大学小金井キャンパス,小金井
- 12. Y. Fukumoto, "Are all the topological invariants representable as cross helicities?", JSPS/UK Meeting "Topological Vorticity Dynamics in the Physical Sciences", 2013.9.9, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, UK
- 13. Y. Fukumoto, "Energy,
 pseudomomentum and Stokes drift of
 inertial waves and their application to
 stability of a columnar vortex", A
 mini-Conference "Topological Vorticity
 Dynamics and
 Magnetohydrodynamics", 2013.9.6,
 Exeter University, Exeter, UK
- 14. <u>Y. Fukumoto</u>, "Motion of a vortex ring and a vortex pair in a viscous fluid", 2nd International Retreat on Vortex Dynamics and Vorticity Aerodynamics, 2013.8.17, Shanghai Sun Island Resort, 上海, 中国
- 15. Y. Fukumoto, "Energy, pseudomomentum and Stokes drift of inertial waves and their application to stability of a columnar vortex", The 6th Pacific RIM Conference on Mathematics 2013, 2013.7.2, 札幌コンベンションセンター, 札幌
- 16. <u>Y. Fukumoto</u>, H, Sakuma, "Three-dimensional formal stability of

stratified shear flows of an ideal gas", International Conference "Fluxes and Structures in Fluids", 2013.6.28, Russian State Hydrometeorological University, St.-Petersburg, Russia

平成 24 年度

- 17. <u>福本康秀</u>, 佐久間弘文,「バロクリニック 流体のカシミール不変量のクロス・ヘリ シティ表現」, 日本物理学会 68 回年次大 会, 2013.3.27, 広島大学東広島キャンパ ス, 東広島
- 18. Y. Fukumoto, Y. Mie, "Lagrangian approach to weakly nonlinear interaction of Kelvin waves and a symmetry-breaking bifurcation of a rotating flow", IUTAM Symposium on Vortex Dynamics: Formation, Structure and Function, 2013.3.11, 九州大学馬出キャンパス、福岡
- 19. Y. Fukumoto, M. Hirota, Y. Mie,
 "Lagrangian and Eulerian hybrid
 method for symmetric breaking
 bifurcation of a rotating flow", BIRS
 Workshop Spectral Analysis, Stability
 and Bifurcation in Modern Nonlinear
 Physical Systems, 2012.11.8, Banff
 International Research Station for
 Mathematical Innovation and
 Discovery (BIRS), Banff, Canada
- 20. Y. Fukumoto, "Energy, pseudomomentum and Stokes drift of Kelvin waves and their application to weakly nonlinear stability of an elliptic vortex ", Vortex Theory Now Frontiers of Mathematical Physics, 2 2012.10.6, 大阪大学豊中キャンパス、豊中
- 21. Y. Fukumoto, Y. Mie, "Lagrangian and Eulerian hybrid method for weakly nonlinear stability of a rotating flow in a cylinder of elliptic cross-section", 23rd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM 2012), 2012.8.24, China National Convention Center (CNCC), Beijing, China
- 22. Y. Fukumoto, H. Sakuma, "A unified view of topological invariants of barotropic and baroclinic fluids and their application to formal stability analysis of three-dimensional ideal gas flows", IUTAM symposium "Topological Fluid Dynamics", 2012.7.27, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, UK

[図書](計 2件)

1. <u>Y. Fukumoto</u>, M. Hirota, Y. Mie, "Note on representation of wave energy of a

- rotating flow in terms of dispersion relation", In Proc. of BIRS Workshop on Spectral Analysis, Stability and Bifurcations in Nonlinear Physical Systems (eds. O. N. Kirillov and D. N. Pelinovsky, Wiley-ISTE), (2014), pp.139-153
- 2. Y. Fukumoto, "Modeling of Fluid Flows by Nonlinear Schrodinger Equation", In A Mathematical Approach to Research Problems of Science and Technology, Series: Mathematics for Industry, Vol. 5 (eds. Nishii, R., Ei, S.-i., Koiso, M., Ochiai, H., Okada, K., Saito, S., Shirai, T., Springe), (2014), pp. 365-378

〔産業財産権〕 出願状況(計 件)

名称: 発明者: 権類: 種類: 種場 : 日別: 国内外の別:

取得状況(計件)

[その他]

ホームページ等

http://www.imi.kyushu-u.ac.jp/academic_ staffs/view/27

- 6. 研究組織
- (1)研究代表者

福本 康秀 (FUKUMOTO YASUHIDE) 九州大学・マス・フォア・インダストリ研 究所・教授 研究者番号:30192727

(2)研究分担者

()

研究者番号:

(3)連携研究者

()

研究者番号: