

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 12 日現在

機関番号：56401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540419

研究課題名(和文) 強相関複雑ネットワーク上のパーコレーション一般論の構築

研究課題名(英文) Construction of a general theory of percolation on complex networks with strong degree-degree correlation

研究代表者

谷澤 俊弘 (TANIZAWA, Toshihiro)

高知工業高等専門学校・電気情報工学科・教授

研究者番号：60311106

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究課題の目的は、次数相関を含む強相関複雑ネットワーク上のパーコレーション理論の一般的枠組みを構築することであった。得られた大きな成果は以下の三つである。(1) ランダムなノード故障と次数の大きなノードからの選択的除去に対して、最も頑強なネットワーク構造は「たまねぎ構造」と呼ばれる次数相関1の正相関構造であることを解析的に導出した。(2) 負の次数相関を持つネットワーク構造は、情報拡散の効率が正相関の場合よりも大きくなることを数値実験によって明らかにした。(3) 次数相関を持つネットワーク複合系のパーコレーションを記述できる生成関数を導き一般論を構築した。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this research was to construct a general theory applicable to percolation on complex networks with strong degree-degree correlation. The research was conducted according to the proposed plan, and I obtained following three main results: (i) The optimal network structure against malicious targeted attack was derived analytically, which is hierarchically interconnected random regular graphs and now commonly referred to as the "onion structure." This structure has the maximum positive degree correlation. (ii) It was numerically confirmed that the particle diffusion on networks with negative degree correlation is much faster than on networks with positive correlation. (iii) A general form of generating function of a system of interconnected complex networks with arbitrary degree correlation was derived and a general theoretical framework of percolation on interconnected complex networks was constructed, which fulfills the purpose of this research project.

研究分野：物性理論

キーワード：複雑ネットワーク 数理物理 物性基礎論 高信頼ネットワーク セキュア・ネットワーク 相転移理論

## 1 研究開始当初の背景

複雑ネットワーク理論は、大規模かつ複雑なシステムを、構成要素を表わす点(ノード)、要素間の相互作用・連結性・関係性の有無等を表わすノード間の線(リンク)から成るネットワークとしてとらえ、システム上の現象をネットワーク上でのダイナミクスとして表現し考察する。その応用範囲は極めて広く、すでに複雑なシステムを理解するための強力な理論的枠組みとなっている。

現実世界の複雑なシステムは決して孤立して存在することはなく、つねに変化する外界の中に置かれている。そのため、システムを表現するネットワークにおいても、そのように変化する外界からの影響として、ノードやリンクの増減等を考慮に入れなければならない。ネットワーク構造で最も重要なものは全体の連結性である。従って、ノードやリンクの増減を考慮した場合、ネットワーク全体の連結性がどのように影響を受けるのか、という重要な問いが生じる。さらに、外部からの何らかの意図により特定の方法でノードやリンクの増減が起こる場合もあり得る。この問いは「複雑ネットワーク上のパーコレーション問題」として定式化される。

研究開始当初においては、複雑ネットワークのパーコレーションに関する理論的考察は、ほとんどがノードの持つリンク数(次数)の分布のみにもとづく平均場理論的アプローチによるものであった。しかし、現実のネットワークにおいては多くの場合リンク両端のノードの次数による偏り(次数相関)がある。従って、複雑ネットワーク理論を現実世界に応用しようとする場合、このような次数相関を取り入れなければならないが、研究開始当初においては、次数相関を持つ複雑ネットワーク上のパーコレーション理論の一般的枠組みは存在しなかった。

## 2 研究の目的

研究開始当初の複雑ネットワーク理論では構成ノードの次数分布のみを用いた平均場理論的考察がほとんどであった。しかし、現実世界の大型かつ複雑なシステムは構成要素間の結合に関して何らかの相関を持つ場合が多く、現実のシステムを複雑ネットワーク理論によって定量的に解析する際には、次

数分布のみを用いた理論をそのまま適用するわけにはいかない。本研究課題は、次数相関を含む強相関複雑ネットワーク上のパーコレーション理論の一般的枠組みを構築し、大型かつ複雑なシステムの振舞いの定量的記述を可能にすることを主たる目的として計画された。

## 3 研究の方法

主に解析的手法を用いた純理論的アプローチを取ったが、必要に応じて、大規模な数値計算やシミュレーションも行った。研究計画として、平成 24 年度から平成 26 年度までの三ヶ年のそれぞれを以下の三つの課題に割り当てた。(1) 正の次数相関を持つ複雑ネットワークから任意の方法でノードを除去する場合のネットワーク内の最大連結成分およびノード除去閾値に関する解析的表式を導出する。(2) 負の次数相関を持つ複雑ネットワークの場合を考察する。(3) 次数相関以外のノード間相関(ノード間距離、ノード種等)も取り入れ一般的なノード間相関についての考察を行う。

## 4 研究成果

当初の研究計画に掲げた三つの課題については、以下の成果を得、全てが査読つき原著論文として公表済みである。

(1) 正の次数相関を持つネットワークの頑強性について：ネットワーク内で同じ次数を持つノードが結合しやすい傾向を持つ場合、正の次数相関を持つといわれる。本研究開始時には、このようなネットワーク構造が次数の高いノードに対する選択的攻撃に関して頑強であることは気づかれはじめていたが、実際にどのような構造を取る場合が最適構造になるのかについての理論的考察はなかった。本成果は、選択的攻撃については、次数相関係数が 1 となる強相関構造が最適であることを解析的に導出し、この問題に最終的な解決を与えた。現在ではこの構造は「onion structure (たまねぎ構造)」として、ネットワーク科学において広く知られるようになっている。(図 1 参照。)

スケール・フリー・ネットワークはランダムなノード故障に対してはほぼ完全な頑強性を持つが、次数の大きなノードからの選択的除去に対して極端に脆

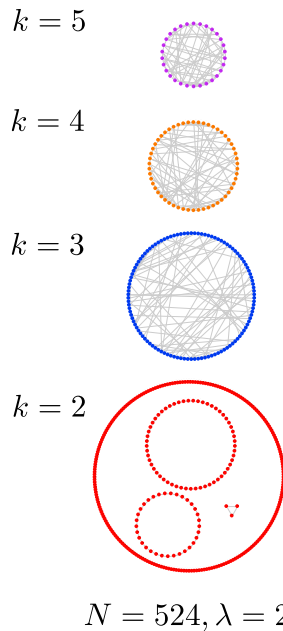


図1 「たまねぎ構造」を取るスケール・フリー・ネットワークの例: 総ノード数  $N = 524$ , べき次数分布  $P(k) = k^{-2.6}$  を持つ「たまねぎ構造」のスケール・フリー・ネットワークの例。各次数のネットワークが最小限の二本のブリッジリンクを介して次数が1だけ異なる他のネットワークと連結されている。このネットワークの次数相関係数はほとんど1である。

弱であることはよく知られていたが、この「たまねぎ構造」を取ることで、選択的ノード除去に対しても、その頑強性を理論的上限まで引き上げることが可能となることも示された。(図2参照。)

本成果は5節「主な発表論文等」の(雑誌論文)として公表されている。

(2) 負の次数相関を持つネットワークの物理的性質について: ネットワーク内で異なる次数を持つノードが結合しやすい傾向を持つ場合、負の次数相関を持つといわれる。この次数相関は、インターネット、WWW や神経回路網など、情報の伝達を主たる目的とするネットワークによく見られるが、この種のネットワークになぜ負相関構造が現われるのかについてはよくわかっていなかった。本研究課題では、ネットワーク上の情報伝達をノード上の粒子の拡散過程ととらえ、詳細な数値シミュレーションを行うことにより、負相関ネットワークでは、ノード除去に対する頑強性が損なわれる代わりに情報伝達の効率が上がることを初めて定量的に示した。(図3参照。)

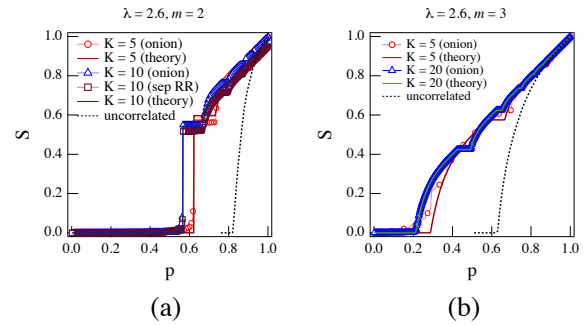


図2 「たまねぎ構造」を取るスケール・フリー・ネットワークの選択的ノード除去に対する頑強性: べき指数 2.6 の次数分布を持つスケール・フリー・ネットワークが選択的ノード除去を受けた場合の除去後のノードの存在確率  $p$  に対するネットワーク内の最大連結成分の割合  $S$  をプロットしたものの。最大次数が  $K$  である。最小次数  $m$  について (a)  $m = 2$  の場合と (b)  $m = 3$  の場合。いずれの場合も点線でプロットされている無相関ネットワークに比べたまねぎ構造を取ることでネットワークの頑強性が著しく増強されていることを示している。

本成果は5節「主な発表論文等」の(雑誌論文)として公表されている。

(3) ノード間相関を持つ複雑ネットワークのパーコレーション一般式の導出について: 現実世界の複雑なシステムは孤立して存在することはなく、相互依存している。例えば、コンピュータネットワークはそれを支える電力供給網がなければ機能することができない。このような状況を踏まえ、ここまでの成果を、いくつかのネットワークが結合したネットワーク複合系に拡張することにより、次数相関を持つネットワーク複合系を記述する生成関数を書き下し、このようなネットワーク複合系のパーコレーション理論の一般的枠組みを構築した。本研究課題の実施期間である2012年から2015年にかけては、相互依存するネットワーク複合系におけるノード故障の影響のカスケード的伝播が大きな話題となったが、本成果は、このような系の記述をその内を含み、さらに次数相関の影響も取り入れることのできる真に一般的なものである。

以上の成果により、本研究課題の目的である「次数相関を持つ複雑ネットワークのパーコレーション一般論の構築」は、その基礎が得られたとあってよい。この理論的枠組みは、さまざまなネットワーク複合

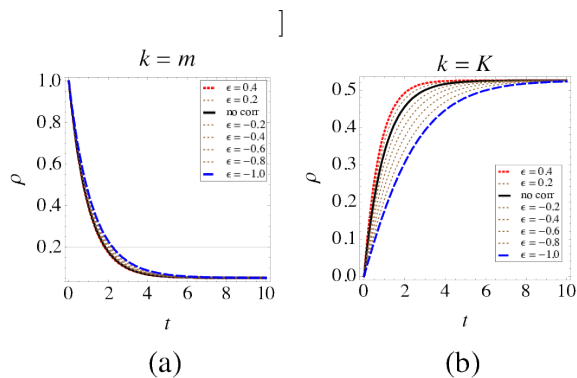


図3 最小次数  $m = 2$ , 最大次数  $K = 20$ , ベキ指数  $\lambda = 1.0$  のスケール・フリー・ネットワークにおいて, 初期状態として最小次数のノードに拡散粒子が一樣に配置されたときに, (a) 最小次数のノード上と (b) 最大次数のノード上における拡散粒子の密度  $\rho$  をプロットしたもの。横軸は時間である。次数相関をあらわすパラメータ  $\epsilon$  が正相関 (-1.0) から負相関 (0.4) に変化するに従って, 最小次数ノードから最大次数ノードへの拡散が早く起こるようになっていくことがわかる。

系の物理的性質の解析に用いることができ, 今後のさらなる発展が期待されるものである。

本成果は 5 節「主な発表論文等」の(雑誌論文)として, すでに査読を通過し出版予定である。また, ここまでの研究成果はネットワーク科学の分野においても重要視され, いくつかの研究会において招待講演として発表されている。(次節 5 節「主な発表論文等」の招待講演 ~ 参照。)

## 5 主な発表論文等

(雑誌論文)(計 7 件)

論文はすべて査読あり。

Toshihiro Tanizawa: “The Generating Function Approach to Percolation on Complex Networks with Multiplexity and Degree Correlation,” the Proceedings of “International workshop on Phase Transition, Critical Phenomena and Related Topics in Complex Networks,” Topologica, vol. 3, accepted for publication and to be published in 2015.

Toshihiro Tanizawa: “Structural robustness and transport efficiency of complex networks

with degree correlation,” Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, Vol. 4, no. 2, pp.138–147 (2013).

Toshihiro Tanizawa, Shlomo Havlin, and H. Eugene Stanley: “Robustness of onionlike correlated networks against targeted attacks,” Physical Review E, Vol. 85, 046109 (2012).

(学会発表)(計 20 件)

国際学会発表(計 10 件)

Toshihiro Tanizawa: “Convolutional collapse in multiplex random regular graphs,” NetSciSat2014 (Physics of Multilayered Interconnected Networks, Satellite Meeting in NetSci2014), UC Berkeley, CA, USA, Jun 2, 2014.

Genki Ichinose, Yuto Tenguishi, and Toshihiro Tanizawa: “Evolution of cooperation on networks under continuous removal and addition of nodes,” SCIS-ISIS 2012 (The 6th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems and The 13th International Symposium on Advanced Intelligent Systems), Kobe International Conference Center, Kobe, Hyogo, Japan, Nov 20–24, 2012.

Toshihiro Tanizawa, Shlomo Havlin, and H. Eugene Stanley: “Analytical Approach to the Robustness of Strongly Correlated Complex Networks,” special session on complex network science in NOLTA2012 (International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications), Gran Melia Victoria, Palma, Majorca, Spain, Oct 22–26, 2012.

Toshihiro Tanizawa, Shlomo Havlin, and H. Eugene Stanley: “Robustness of onion-like correlated networks against targeted attacks,” NetSci2012 (The International School and Conference on Network Science), Northwestern University, Evanston, Illinois, USA, Jun 20–22, 2012, (reviewed and selected as a contributed talk).

## 招待講演 (計 3 件)

Toshihiro Tanizawa: “The Generating Function Approach to Percolation on Complex Networks with Multiplexity and Degree Correlation,” International Workshop on Phase Transition, Critical Phenomena and Related Topics in Complex Networks, Conference Hall, Hokkaido University, Sapporo, Japan, Sep 9–11, 2013.

谷澤俊弘:「ネットワークの微細構造(次数相関・モジュラー構造)はその頑強性にどのような影響を与えるか?」, 第 9 回 ネットワーク生態学シンポジウム(主催: 情報処理学会ネットワーク生態学研究グループ), 沖縄国際大学, 2012 年 12 月 15 日~16 日, 沖縄県宜野湾市.

谷澤俊弘:「次数相関はネットワークの構造と機能にどのような影響をもたらすか」, 平成 24 年度 数学・数理科学と諸科学・産業との連携ワークショップ CMRU 研究会ネットワーク科学の数理と展開, 東北大学青葉記念会館 4 階大研修室, 2012 年 9 月 13 日~14 日, 宮城県仙台市.

## 国内学会発表 (計 7 件)

谷澤俊弘:「第一種 Appell 関数で表わされる複雑ネットワークの物理的性質について」, 2015 年 3 月 24 日 (2015 年 3 月 20 日~24 日・第 70 回 年次大会・早稲田大学)

一ノ瀬元喜, 天狗石悠斗, 谷澤俊弘:「ノードの継続的な除去と追加によりトポロジーが変化するネットワーク上での囚人のジレンマゲームについて」, 2014 年 3 月 29 日 (2014 年 3 月 27 日~30 日・第 69 回 年次大会・東海大学・湘南キャンパス).

谷澤俊弘, 「次数相関を持つ複雑ネットワーク上でのパーコレーションの一般論および厳密解について」, 2013 年 9 月 27 日 (2014 年 9 月 25 日~28 日・秋季大会・徳島大学・常三島キャンパス).

谷澤俊弘, 「次数相関を持つ複雑ネットワークの頑強性と拡散効率について」, 2013 年 3 月 (広島大学・東広島キャンパス).

## 6 研究組織

### (1) 研究代表者

谷澤 俊弘 (TANIZAWA, Toshihiro)

国立高等専門学校機構高知工業高等専門学校・  
電気情報工学科・教授

研究者番号: 6 0 3 1 1 1 0 6