

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 2 日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540472

研究課題名(和文)点渦モデルを用いた一般化された2次元流体系における渦運動の研究

研究課題名(英文) Study of vortex motions for a generalized two-dimensional fluid system using point-vortex model

研究代表者

岩山 隆寛 (IWAYAMA, Takahiro)

神戸大学・理学(系)研究科(研究院)・准教授

研究者番号：10284598

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：一般化された2次元流体系の平行流の線形安定性，及び乱流特性に関する研究を行った．平行流の安定性の研究では，安定性の十分条件を導き，この条件を破り最も基本的な流れである渦層の不安定問題(ケルヴィン・ヘルムホルツ不安定問題)を解いた．

乱流特性の研究では，赤外領域に方程式に含まれるパラメータに依存しない普遍的スペクトルが存在することを完結近似方程式の漸近解析により予測した．さらに，完結近似方程式の漸近解析により，渦粘性は低波数極限でも一般に異常拡散型であり，ナビエ・ストークス系の際に拡散型になることを導いた．これらの結果の正当性は直接数値実験により確認された．

研究成果の概要(英文)：Linear stability of parallel shear flows and turbulent properties of a generalized two-dimensional fluid system were investigated theoretically and numerically. We derived a sufficient condition for stability of parallel shear flows and solved the so-called Kelvin-Helmholtz instability problem. Furthermore, using an asymptotic analysis of Eddy Damped Quasi-Normal Markovianized equation for a generalized two-dimensional fluid system, we predicted the existence of a universal spectrum in the infrared range and the anomalous form of the eddy viscosity. Those results were verified by direct numerical simulations of the governing equation for a generalized two-dimensional fluid system.

研究分野：地球流体力学

キーワード：一般化された2次元流体 2次元乱流 平行流の線形安定性 ケルビン・ヘルムホルツ不安定 赤外領域  
スペクトル 渦粘性

## 1. 研究開始当初の背景

一般化された 2 次元流体系は、2 次元 Navier-Stokes 方程式に従う強制散逸乱流のエンストロフィー慣性領域における非局所相互作用を研究するために導入されたモデル方程式である。しかしながら、地球流体力学で知られている幾つかの 2 次元流体系をも統一的に記述する方程式系である。したがって、この系を研究することは、Navier-Stokes 方程式系を理解することの他に、複数の地球流体力学的 2 次元流体系を統一的視点から研究・理解できるという利点がある。現在までにこの系の乱流状態におけるエンストロフィー慣性領域の研究が精力的に行われてきた。しかしながら流れの安定性といった基本的な問題やその他の乱流特性に関する研究は行われてこなかった。

## 2. 研究の目的

一般化された 2 次元流体系の研究は、エンストロフィー慣性領域のスペクトルに関する研究は精力的に行われてきたが、その他の乱流特性、赤外領域スペクトル、エネルギー慣性領域スペクトルについてはまだ研究がおこなわれておらず、波数空間全域にわたる系の特性が理解されていない。そこで、この系の乱流状態における赤外領域スペクトル、エネルギー慣性領域スペクトルについても研究を行い、一般化された 2 次元流体の乱流状態の全波数空間に渡る理解を得ることを目的とした。

さらに、流れの線形安定性といった地球流体力学的な基本的問題に関しても研究がおこなわれてこなかった。そこで、流れの線形安定性に関する積分定理を導き、具体的な流れの安定性も考察した。

## 3. 研究の方法

### (1) 平行流の安定性に関する研究

平行流の線形安定性に関する十分条件を導き、十分条件を破りなおかつもっとも基本的な平行流の安定性 (Kelvin-Helmholtz 不安定) を議論した。この系は流れ場と渦度場との関係に分数冪 Laplace 演算子が含まれており、解析的な扱いが難しい。KHI を解くにあたり、その数学的な解法の困難さを回避するために、まず渦層を点渦モデルで表現し、点渦列の安定性問題を考察した。さらに、点渦列の間隔をゼロとする極限をとることでより渦層の安定性問題を解析的に解いた。

### (2) 一般化された 2 次元流体の赤外領域スペクトル、および渦粘性の研究

一般化された 2 次元流体系の乱流状態を解析的に研究するための道具として、Burgess and Shepherd (2013) によって Eddy Damped Quasi-Normal Markovianized (EDQNM) 完結近似方程式が提出された。この方程式を用いて、注目する波数よりも高波数のモードが注

目する波数モードの運動に与える影響を、漸近解析によって調べた。さらに、その結果の正当性を一般化された 2 次元流体系の直接数値シミュレーションで確認した。

## 4. 研究成果

### (1) 平行流の安定性に関する研究

一般化された 2 次元流体系の平行流の安定性に関する研究を行った。特に渦層の不安定問題である Kelvin-Helmholtz 不安定 (KHI) と呼ばれる最も基本的な流れの安定性を理論的に考察した。渦層は基本的に不安定であるが、系に含まれるパラメータ  $\gamma < 1$  のとき渦層に与えた擾乱の成長率が発散する、という転移を発見した。この転移を、よく知られた KHI の物理的モデルを用いて解釈することに成功した。以上の結果は、Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, vol. 46, 065501 (21 pages) に印刷公表済みである。

### (2) 一般化された 2 次元流体における赤外領域スペクトルに関する研究

一般化された 2 次元流体の乱流状態 (乱流) において、低波数側 (赤外領域) に形成されるスペクトルの理論的・数値実験的研究を行った。過去の研究によると、一般化された 2 次元流体のメンバーである Navier-Stokes 方程式や Charney-Hasegawa-Mima 方程式の漸近モデルでは赤外領域のスペクトルは研究されてきたが、一般化された 2 次元流体に対してはまだ研究が行われてこなかった。赤外領域のスペクトルは、系の保存則の存在とも関係しているという点で重要である。

EDQNM 完結近似方程式を用いて、赤外領域の一般化エンストロフィースペクトルは、急峻な初期スペクトルからの発展では  $\gamma$  の値に依存せず、波数の 5 乗に比例すること、波数の 1 乗、3 乗の初期スペクトルからの発展では、過渡的にそれらのスペクトル形状は保たれるが、5 乗のスペクトルに侵食されることを導いた。これら性質は、一般化渦度の相関関数の積分、一般化渦度の相関関数の 2 次のモーメントの 2 つの保存量が存在することに関係する。後者の量は Navier-Stokes 系における Saffman 積分の一般化 2 次元流体版である。

上記の結果は、詳細な数値実験の結果を解析することによって、正当であることを確認した。

以上の結果は、Physics of Fluid vol. 26 (2014), 025105 (29 pages) に印刷公表済みである。

### (3) 一般化された 2 次元流体の渦粘性に関する研究

高波数の揺らぎが、低波数のモードの運動に与える影響 (渦粘性) を、EDQNM 完結近似方程式の漸近解析、EDQNM 完結近似方程式の

数値計算，一般化された2次元流体系の支配方程式の直接数値実験によって明らかにした．渦粘性は，低波数極限では拡散型になることが今まで期待され，実際 Navier-Stokes 方程式ではそのことが示されていた．しかしながら，本研究では一般に渦粘性は低波数極限でも拡散型にはならず，むしろ Navier-Stokes 系のときにのみ拡散型になることを導いた．これは，渦粘性は非線形相互作用によるエネルギーやエンストロフィーの輸送により起こるので，非線形項の幾何学に依存し，分子粘性のアナロジーが必ずしも成り立たないことを示している．

以上の結果は，Physics of Fluid vol. 27 (2015), 045104 (18 pages)に印刷公表済みである．

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

Iwayama, T., Murakami, S., and Watanabe, T., Anomalous eddy viscosity for two-dimensional turbulence. *Phys. Fluids* vol. **27**(2015), 045104 (18 pages). 査読

Iwayama, T., and Watanabe, T., Universal spectrum in the infrared range of two-dimensional turbulent flows. *Phys. Fluids* vol. **26**(2014), 025105 (29 pages). 査読

Iwayama, T., Sueyoshi, M. and Watanabe, T., Linear stability analysis of parallel shear flows for an inviscid generalized two-dimensional fluid system. *J. Phys. A*. vol. 46 (2013), 065501 (21 pages). 査読

[学会発表](計18件)

岩山隆寛, 村上真也, 渡邊威, “一般化された2次元流体における渦粘性の漸近形”, 第16回地球流体力学研究集会, 2014年11月20--21日(11月21日発表), 東京大学大気海洋研究所 柏の葉キャンパス(千葉県).

岩山隆寛, 渡邊威, “減衰性2次元乱流の普遍的赤外領域スペクトル”, 第15回地球流体力学研究集会, 2014年11月27--28日(11月28日発表), 九州大学応用力学研究所 春日キャンパス(福岡県).

岩山隆寛, 村上真也, 渡邊威, “地衡流乱流における異常渦粘性”, 日本気象学会 2014年度秋季大会, 2014年10月21--23日(10月23日発表), 福岡国際

会議場(福岡県).

岩山隆寛, 村上真也, 渡邊威, “2次元乱流における異常渦粘性”, 第63回理論応用力学講演会, 2014年9月26--28日(9月27日発表), 東京工業大学大岡山キャンパス(東京都).

岩山隆寛, 村上真也, 渡邊威, “2次元乱流における異常渦粘性”, 日本流体力学会年会 2014, 2014年9月15--17日(9月16日発表), 東北大学川内北キャンパス(宮城県).

岩山隆寛, 村上真也, 渡邊威, “2次元乱流における異常渦粘性”, 京都大学数理解析研究所研究集会「乱流研究のフロンティア」, 2014年7月23--25日(7月23日発表), 京都大学 数理解析研究所(京都府).

岩山隆寛, 村上真也, 渡邊威, “2次元乱流における異常渦粘性”, 惑星大気オンラインセミナー, 2014年7月7日(7月7日発表), 神戸大学理学研究科 自然科学総合研究棟3号館(兵庫県).

岩山隆寛, 渡邊威, “地衡流乱流における大規模スケールの普遍性と不変量”, 日本気象学会 2014年度春季大会, 2014年5月21--24日(5月24日発表), 開港記念会館 & 情報文化センター(神奈川県).

岩山隆寛, 渡邊威, “減衰性2次元乱流の普遍的赤外領域スペクトル”, 日本物理学会第69回年次大会, 2014年3月27--30日(3月28日発表), 東海大学 湘南キャンパス(神奈川県). 28pAJ-10. 日本物理学会講演概要集 第69巻第1号第2分冊 p.329.

岩山隆寛, 渡邊威, “減衰性2次元乱流の普遍的赤外領域スペクトル”, 京都大学 数理解析研究所研究集会「大スケール流体運動と乱流揺らぎ」, 2014年1月8--10日(1月8日発表), 京都大学 数理解析研究所(京都府).

T. Iwayama and T. Watanabe, "Universal spectrum in the infrared range of two-dimensional turbulent flows", RIMS International Conference on Zonal Flows in Geophysical and Astrophysical Fluids, 2013年11月6--8日, 関西セミナーハウス(京都府). (ポスター P2)

岩山隆寛, 末吉雅和, 渡邊威, “一般化された2次元流体系の

Kelvin-Helmholtz 不安定”，東京大学大学院理学研究科大気海洋合同セミナー，2013年9月25日，東京大学本郷キャンパス（東京都）。

岩山隆寛，渡邊威，“減衰性2次元乱流の普遍的赤外領域スペクトル”，日本流体力学会年会2013，2013年9月12--14日（9月12日発表），東京農工大学小金井キャンパス（東京都）。

岩山隆寛，渡邊威，“減衰性2次元乱流の普遍的赤外領域スペクトル”，GFDセミナー2013分科会，2013年8月20--22日（8月21日発表），支笏湖休暇村（北海道）。

岩山隆寛，末吉雅和，渡邊威，“一般化された2次元流体系におけるKelvin-Helmholtz不安定”，日本気象学会2013年度春季大会，2013年5月15--18日（5月18日発表），国立オリンピック記念青少年総合センター（東京都）。

岩山隆寛，末吉雅和，渡邊威，“一般化された2次元流体におけるKelvin-Helmholtz不安定”，日本物理学会第68回年次大会，2013年3月26--29日（3月27日発表），広島大学東広島キャンパス（広島県）. 27aXL-6. 日本物理学会講演概要集第68巻第1号第2分冊 p.341.

岩山隆寛，末吉雅和，渡邊威，“一般化された2次元流体におけるKelvin-Helmholtz不安定”，第14回地球流体力学研究集会，2012年12月20--21日（12月20日発表），東京大学大気海洋研究所（千葉県）。

山崎和仁，岩山隆寛 “非整数次元空間におけるグリーン関数：断層破碎帯における分数冪ラプラシアン”，日本地球惑星科学連合2012年大会，2012年5月20--25日（5月25日発表），幕張メッセ国際会議場（千葉県）。SGD23-P01

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

岩山 隆寛 (IWAYAMA, Takahiro)  
神戸大学・大学院理学研究科・准教授  
研究者番号：10284598

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

渡邊 威 (WATANABE, Takeshi)  
名古屋工業大学・大学院工学研究科・准教授  
研究者番号：30345946

山崎 和仁 (YAMASAKI, Kazuhito)  
神戸大学・大学院理学研究科・講師  
研究者番号：20335417

### (4) 研究協力者

末吉 雅和 (SUEYOSHI, Masakazu)

村上 真也 (MURAKAMI, Shinya)  
神戸大学・大学院理学研究科・研究員