

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 24 日現在

機関番号：74301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24560352

研究課題名(和文) 金属流体電磁ポンプとマルチグリッド法による電磁流体有限要素解析

研究課題名(英文) Electromagnetic Pumps for Liquid Metal and Finite Element Analysis of MHD using Algebraic Multigrid Method

研究代表者

島崎 眞昭 (Shimasaki, Masaaki)

公益財団法人応用科学研究所・その他部局等・研究員

研究者番号：60026242

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,100,000円

研究成果の概要(和文)：非圧縮性電磁流体に対し流体解析 電磁界解析を交互に行う弱連成解析のソフトウェアを開発した。非圧縮性流体の移流および非圧縮性に起因する不安定性に対する安定化有限要素法として本研究ではSUPG/PSPG法を採用し、電磁界解析ではベクトルポテンシャルを未知数とするA法を採用した。電磁ポンプへの応用を念頭に、移動磁界印可直線流路の流れの2次元解析を行い、流体駆動を確認した。代数マルチグリッド法の適用により、大規模連立一次方程式の反復回数的大幅な低減ができることを確認した。また、磁界印可3次元キャビティーフロー解析を行い、安定に解析できることを確認した。

研究成果の概要(英文)：We have developed computer composite software to analyze incompressible MHD(magnetohydro dynamics) carrying out fluid analysis and electromagnetic analysis alternately. We have adopted SUPG/PSPG(Streamline Upwind Petrov-Galerkin/ Pressure Stabilized Petrov-Galerkin) method as a stabilized finite element method for instability caused by advection and by incompressibility. In electromagnetic analysis, we have adopted A-method in which vector potential becomes unknown variables. As an application to the analysis of electromagnetic pumps, we carried out two dimensional analysis of duct flow under moving magnetic field. It is shown that iteration number required for solution of large scale linear equations can be reduced greatly by using algebraic multi-grid method. Furthermore, we have analyzed three dimensional lid-driven cavity flow under magnetic field.

研究分野：電力工学・電気機器

キーワード：非圧縮性電磁流体解析 安定化有限要素法 代数マルチグリッド法 磁界印可キャビティーフロー

1. 研究開始当初の背景

2011年の東北大地震とそれに続いた福島事故の影響は大変大きく、以来高速増殖炉や関連機器である電磁ポンプに対する関心、特に実験的研究に対する関心は大幅に低下した。また研究代表者の身分、所属に変化が生じ、実験的研究の継続が不可能となったため、より基礎的な非圧縮性電磁流体に関する流体 - 電磁界連成有限要素解析のためのソフトウェア開発を中心とすることとした。

2. 研究の目的

電磁ポンプなど電気機器解析への応用に鑑み、本研究では差分法ではなく、有限要素法による非圧縮性電磁流体の流体 - 電磁界連成解析のソフトウェアの開発を目的とする。マルチフィジックス解析で大規模な計算量となるのでマルチグリッド法による高速化を試みる。

3. 研究の方法

流体 - 電磁界連成解析の方法としては、時間発展に沿って有限要素法による流体解析と電磁界解析を交互に行う方式を採用した。まず2次元解析ソフトウェアを開発し、直線状流路における移動磁界による流体駆動問題を解析した。その後3次元解析のソフトウェアの開発を行い、磁界印可 cavity flow 問題に適用した。記述の簡潔性のため、(1)、(2)、(3)で2次元解析について説明し、(4)で3次元開発での特別の点に触れる。

(1) 安定化有限要素法による流体解析

非圧縮性粘性流れの支配方程式

非圧縮性粘性流れの流体解析における基礎方程式は以下のように記述される。

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p - \mu \nabla^2 \mathbf{u} = \rho \mathbf{f} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{u} , p , ρ , μ , \mathbf{f} はそれぞれ、速度、圧力、密度、粘性係数、単位質量あたりに働く外力（ここではローレンツ力を想定）である。

SUPG/PSPG 法による離散化

式(1)(2)に一般的な Galerkin 有限要素法を適用すると、移流項と非圧縮性に起因する不安定性が問題となる。本研究では、式(1)(2)に対して SUPG (Streamline Upwind Petrov-Galerkin)/PSPG (Pressure Stabilizing Petrov-Galerkin)有限要素法による離散化を行うことで安定な流体解析を行う。このとき最終的な方程式が非線形となることを避けるため、式(1)の移流項（第2項）については移流速度に陽的近似を用いる。

有限要素法の形状関数としては、 \mathbf{u} , p の両方について三角形1次要素を使用する。

(2) 有限要素法による電磁界解析

電磁界の基礎方程式

本研究で扱う電磁流体は良導体とみなせるため、マクスウェル方程式中の変位電流の項を無視する準定常解析を行う。ベクトルポテンシャルを未知数として整理した基礎方程式は、以下のように表される。

$$\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{A} , μ , σ はそれぞれ、透磁率、導電率を表す。

有限要素法による離散化

式(3)について、Galerkin 有限要素法による離散化を行う。有限要素法の形状関数は2次元解析では三角形1次要素を用いるものとし、流体解析と共通の三角形分割を使用する。

電磁界解析により得られた電磁界分布から、式(1)中の \mathbf{f} に相当する電磁力を求め、次のタイムステップの流体解析で使用する。

(3) 代数マルチグリッド法による高速求解

上述した有限要素法による流体解析・電磁界解析のいずれにおいても、最終的に線形連立方程式を解くことが求められる。これらの線形連立方程式を標準的な解法によって解く場合、解析の大規模化にしたがって計算時間が爆発的に増大する。そのため、本研究で現れる線形連立方程式に適した効率的な高速求解法の検討が重要となる。

本研究では、代数マルチグリッド法の応用による線形連立方程式の求解について検討を行った。代数マルチグリッド法は、偏微分方程式の離散化によって現れる大規模連立方程式に対して有力な高速求解法の一つである。

流体解析の連立方程式の求解

SUPG/PSPG 法により式(1)(2)を離散化して得られる線形連立方程式は、2次元解析では以下の形で表される。

$$\begin{pmatrix} A_{uu} & A_{uv} & A_{up} \\ A_{vu} & A_{vv} & A_{vp} \\ A_{pu} & A_{pv} & A_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_u \\ \mathbf{x}_v \\ \mathbf{x}_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_u \\ \mathbf{b}_v \\ \mathbf{b}_p \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここで、添字付きの A , \mathbf{x} , \mathbf{b} はそれぞれ、SUPG/PSPG 法により導かれた方程式の係数行列、解ベクトル、右辺ベクトルを構成する要素である。添字の u, v, p はそれぞれ、当該の行列・ベクトルが流速の x 成分、流速の y 成分、圧力に関連していることを示す。3次元解析では流速の z 成分の項が付加される。

式(4)の係数行列は非対称であるため、非対称行列を対象とした反復解法 GP-BiCG 法を適用し、その前処理として代数マルチグリッド (Algebraic Multigrid, AMG) 法を使用する。以下では2次元解析について述べる。

本研究では、優対角性を持つ行列に対して

有効性の高い Stüben の代数マルチグリッド法の使用を検討するが、式(4)の係数行列は優対角性を一般には満たさない。しかしながら行列 A_{pp} は近似的に優対角行列とみなすことができるため、以下の行列

$$\begin{pmatrix} I & O & O \\ O & I & O \\ O & O & A_{pp} \end{pmatrix} \quad (5)$$

を考え、この行列に対して代数マルチグリッド法を適用したものを、GP-BiCG 法の前処理とする方法を検討する。式(5)中の I は単位行列、 O は零行列を表す。

電磁界解析の連立方程式の求解

Galerkin 有限要素法により式(3)を離散化して得られる線形連立方程式の係数行列は、上記の A_{pp} と同様に、近似的に優対角行列とみなすことができる。また、その係数行列は (A_{pp} と同じく) 実対称でもある。したがって電磁界解析で現れる線形連立方程式については、実対称行列を対象とする反復解法 CG 法を適用し、その前処理として Stüben の代数マルチグリッド法を使用する。

(4)3次元解析-磁界印可 cavity flow 問題

電磁界解析を行う。支配方程式は以下となる。記号は2次元の場合と同じである。

流体領域(1)

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p - \mu \nabla^2 \mathbf{u} = \rho \mathbf{f} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right) = 0 \quad (8)$$

流体外領域(2) ($=0$)

$$\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{A}) = 0 \quad (9)$$

メッシュ分割は四面体分割で、流体領域では流体解析と電磁界解析とがメッシュを共有している。流体解析は四面体1次要素の節点有限要素法を用い、電磁界解析では1次の辺要素有限要素法を用いる。

4. 研究成果

(1) 数値解析結果

直線状流路における移動磁界による流体駆動

図1に示す長さ25、幅4(無次元長)の直線状流路を考え、正弦波状の移動磁界による金属流体の駆動を想定した連成解析を行った。流体解析の境界条件として、流路の側壁ではすべり条件(流速の x 成分が0)、上流および下流側の境界については、トラクション・フリー条件を与えた。電磁界解析につい

ては、図1の灰色の部分に印加する周期8(無次元時間)の移動磁界に対応した境界条件を設定した。

初期流速を零とし、時刻10(計算ステップ数1000)まで流体-電磁界連成解析を行って得られた流速分布を図2に示す。磁界印加領域以外ではほぼ一様な y 方向流れが起きており、想定に適合した結果が得られている。磁界印加領域で流れが一様でないのは、電磁流体中に発生する誘導電流が流路中央付近で印加磁界を打ち消すためと考えられる。

図3に、各計算ステップにおいてGP-BiCG法・CG法の収束に要した反復回数を示す。比

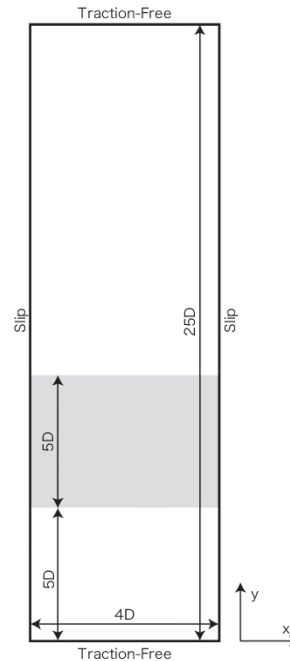


図1 直線状流路モデル
(磁界印加領域は灰色の部分)

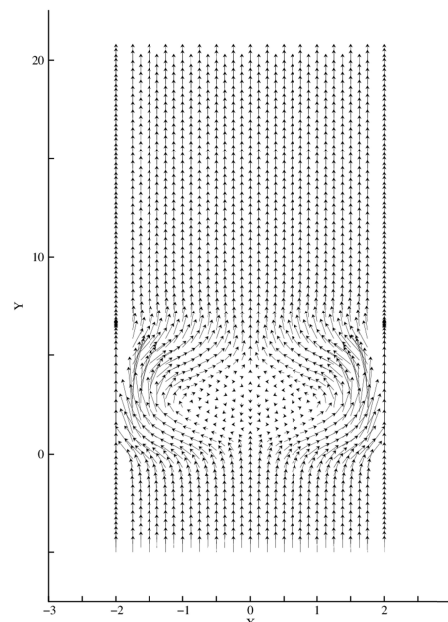


図2 流速分布(磁界印加領域付近)

較のため、前処理無しの場合の結果も示して

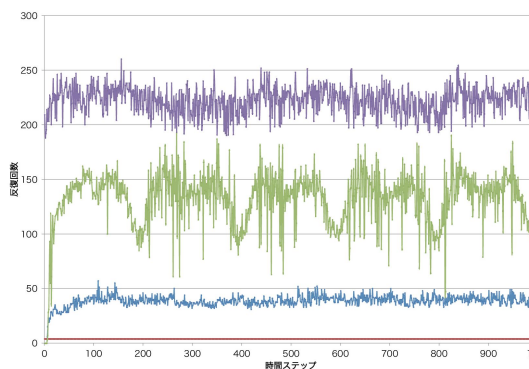


図3 反復回数の推移

[緑：流体解析（前処理無し） 青：流体解析（AMG 前処理） 紫：電磁界解析（前処理無し） 赤：電磁界解析（AMG 前処理）]

いる。電磁界解析における代数マルチグリッド法の効果は顕著で、反復回数を劇的に削減することが出来ている。流体解析においては式(5)に代数マルチグリッド法を適用する形をとっているためその効果は限定的ではあるが、平均して反復回数を 1/5 程度に削減できた。本連成解析において検討した代数マルチグリッド法の導入は有効であったといえる。

定磁界印可 lid-driven Cavity Flow 問題 (3次元)

立方体領域

$$0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq L, 0 \leq z \leq L$$

を考える。速度の x, y, z 成分 u, v, w の壁面での境界条件として

$$u = 1, v = 0, w = 0 \quad (z = L)$$

その他の壁面で $u = v = w = 0$ とする。 z 軸方向に一定磁界 B_0 を印可したときの非圧縮性電磁流体解析を問題とする。磁界解析領域は

$$-d \leq x \leq L+d, -d \leq y \leq L+d, -d \leq z \leq L+d$$

とする。計算では $L=1, d=0.1$ とした。

一定磁界はベクトルポテンシャルの固定境界条件を指定することにより指定した。レイノルズ数 1000、磁界なしの場合の中心点周りの速度 u, w プロフィールを図4に示す。流体領域で、ノード点数 9261、四面体数 48000 のメッシュを用いた。

レイノルズ数 1000、磁気レイノルズ数 1、ハルトマン数 10 の場合の中心点周りの u, w 速度プロフィールを図5に示す。流体解析 - 電磁界解析の連成解析が安定的に行えていることがわかる。

電磁界解析の連立一次方程式の反復回数及び流体解析における反復回数を計算ステップの推移とともに図6に示す。なお、AMG

法による計算の高速化は duct flow 問題の場合にとどまり、Cavity flow 問題の場合は課題として残った。

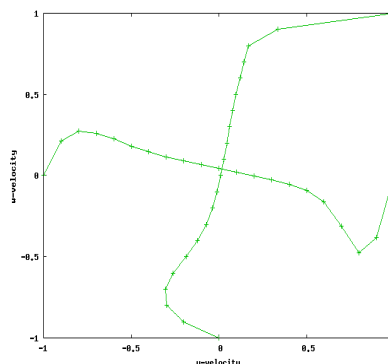


図4 中心点周りの速度プロフィール Re=1000 磁界なし

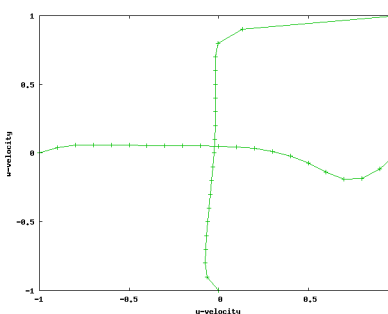


図5 中心点周りの速度プロフィール Re=1000, Rm=1, Ha=10

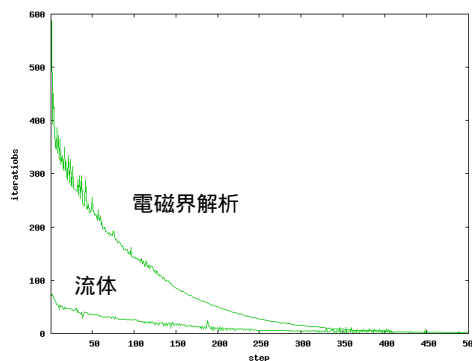


図6 連立一次方程式求解の反復回数 上線：電磁界解析、下線：流体解析

電磁ポンプの解析で、文献 (N. Takorabet: Computation of Force Density Inside the Channel of an Electromagnetic Pump by Hermite Projection, IEEE Trans. Mag. Vol.42, pp.430-433, (2006))に見られるように、流体の流速一定の近似を用い、電磁界解析にフーリエ変換法が用いられることがあるが、本研究においても、研究初期の予備的手法として、フーリエ変換法を採用し、電磁ポンプの側壁が絶縁体の場合と導体の場合とについて、側壁に流れる渦電流により、時間平均推進力にどの程度の違いがみられるかの研究を行った。(学会発表論文参照)

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 0 件)

〔学会発表〕(計 2 件)

[1]島崎眞昭:フーリエ変換を用いた液体金属用電磁ポンプの準定常解析、電気学会静止器・回転機合同研究会資料 SA-12-92, RM-12-107, pp.77-80, 2012

[2]M. Shimasaki: A Fourier Analysis of Flat Linear Induction Electromagnetic Pumps for a Liquid Metal, CEFC2012, Poster Session MP1, 2012.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

取得年月日:

国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者

島崎眞昭(公益財団法人 応用科学研究所)

研究者番号: 60026242

(2)研究分担者

美船 健(京都大学工学研究科)

研究者番号: 20362460

(3)連携研究者

()

研究者番号: