様　式　C－19、F－19、Z－19　(共通)

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 28 年　 5 月 26 日現在

機関番号：14401
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2012～2015
課題番号：24560548

研究課題名（和文）ディスクリプタ方程式表現による非線形複合システムの解析・設計法

研究課題名（英文）Analysis and design method of nonlinear composite systems by the descriptor representation

研究代表者
和田　光代（Wada, Teruyo）

大阪大学・工学（系）研究科（研究院）・特任准教授

研究者番号：70201259

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　4,200,000円

研究成果の概要（和文）：ディスクリプタ方程式表現は，静的拘束条件と動的要素を同時に記述できる数式モデル表現である．その記述能力の高さを利用すれば，非線形複合システム制御問題をシステム間結合と制御仕様を共に拘束条件とみなしてモデルに含めることで拡大ディスクリプタシステムの安定化問題として捉えられる．本研究では，その解析・設計法の基礎理論として，ディスクリプタシステムが状態方程式制御器によって安定化できる存在条件と設計法を与えた．

研究成果の概要（英文）：The descriptor representation can simultaneously describe static constraints and dynamical elements as a mathematical model of dynamical systems. Control problems for nonlinear composite systems can be reduced to stabilization problems of the extended descriptor systems which include algebraic equations describing interconnection of subsystems and control specifications. This research provided fundamental theory for analysis and design methodology of the problems, for example, existence conditions and design methods of state-space stabilizing controllers for descriptor systems.

研究分野：制御理論

キーワード：ディスクリプタシステム　安定解析法　安定化　状態方程式制御器　線形行列不等式（LMI）

１．　研究開始当初の背景

ディスクリプタ方程式（descriptor equations）は，静的な拘束条件を表す代数方程式と，動的なふるまいを表すための常微分方程式の両方を同時に記述できる数式表現を与え，微分代数方程式（differential algebraic equations）とも呼ばれている．

ところで，制御系設計を目的とした制御対象のモデル表現として一般によく用いられているのは，状態方程式（state-space equations）である．状態方程式表現では，動的システムを記述するのに必要かつ十分な次元のベクトルを状態変数とし，その状態変数に関する正規形１階常微分方程式で対象とする動的システムを表す．したがって，運動方程式や回路方程式などといった物理的モデリングで得られる微分方程式のままでは状態方程式表現とはならず，１階の微分方程式へと変換が必要であり，また，静的な拘束条件は直接記述することはできない．もし静的な拘束条件が存在する場合には，その拘束条件を表す代数方程式を状態変数のある成分について解くなどの方法によって状態方程式に繰り入れる必要がある．しかし，拘束を表す代数方程式を解くには複雑な計算が必要であったり，解くことができず状態方程式ではシステム表現ができなかったりする場合がある．

一方，冒頭で述べたディスクリプタ方程式表現では，システムのふるまいを表すためのベクトル値変数（ディスクリプタ変数と呼ぶ）の次元に冗長性を持たせており，常微分方程式と代数方程式で同時に動的システムを記述できる．すなわち，ディスクリプタ変数の冗長性を利用することで，物理的モデリングで得られた微分方程式に含まれる変数や非線形要素をディスクリプタ変数の成分に単純に置き換えるだけでディスクリプタ方程式表現が得られる．その際，変数変換や代数方程式を解くというような複雑な計算は必要としない．

このように，ディスクリプタ方程式表現は記述能力にすぐれたシステム表現であるが，制御対象や制御系のシステム表現として，その解析・設計方法は状態方程式表現ほど多くはなく，未だ成熟期には達していないというところであった．

そのような中で，線形時不変ディスクリプタシステムに対しては，線形行列不等式（Linear Matrix Inequality, LMI）と等式制約のある安定条件が提案されていた．LMI は数値計算によって条件確認が容易であるが，LMI 以外に等式制約条件があるとその確認は容易とはいえなかった．そこで，本研究課題の研究協力者らは，行列の零化空間を利用した補助行列の導入により等式制約条件のない LMI のみによる安定条件を導出していた[1]．本研究課題は，この等式制約条件のない LMI 安定条件をさらに広いクラスの制御問題の解法へと発展させ，複合システムに対して実用的な制御系解析・設計法の提案を目指すものであった．

〈引用文献〉

[1] Uezato, E., and Ikeda, M.: Strict LMI conditions for stability, robust stabilization, and H_∞ control of descriptor systems. Proceedings of the 38th IEEE conference on decision and control, pp. 4092-4097 (1999).

２．　研究の目的

複合システム制御問題は，システム間結合と制御仕様を共に拘束条件とみなしてモデルに含めれば，拡大ディスクリプタシステム安定化問題に帰着させることができる．すなわち，複合システムのサブシステム間の結合と制御仕様を「拘束条件とある種の安定性の要求」と捉える．そして，その拘束条件を表す代数方程式をサブシステムの動特性を表す微分方程式とともに記述すれば拡大ディスクリプタシステムが得られる（図１）．もとの複合システム制御問題は，このようにしてモデル化した拡大ディスクリプタシステムの安定化問題に帰着できる．

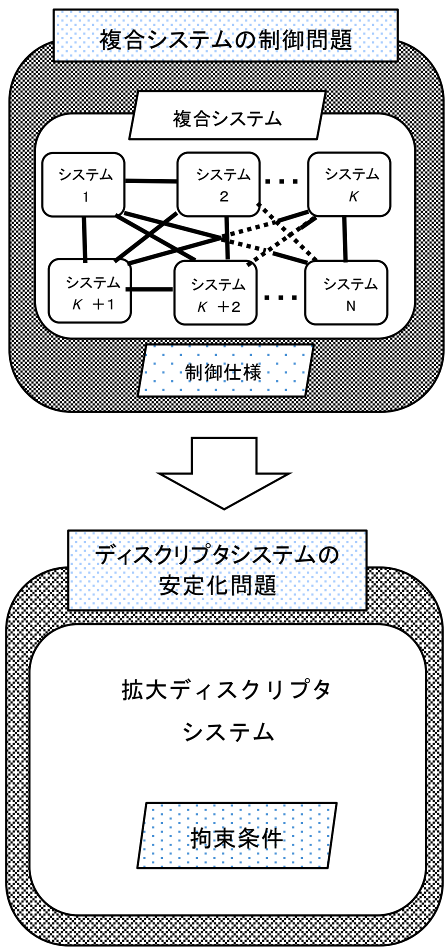

図１　ディスクリプタシステムの安定化問題

本研究課題では，このように複合システム制御問題を拡大ディスクリプタシステムの安定化問題として捉え，その解析・設計に通じるディスクリプタシステム安定化問題の解法を与えることを目的とした

具体的な研究目的を項目ごとに以下に示す.

(1) ディスクリプタシステムに対する状態方程式安定化制御器の存在条件と設計法：

ディスクリプタ方程式表現された制御対象に対して，状態方程式表現された安定化制御器の存在条件と設計法を提案する．従来，ディスクリプタシステムに対する動的制御器の設計では，制御器存在条件の導出のしやすさから，動的制御器もディスクリプタ方程式表現であった．しかしながら，実装を考えるとディスクリプタ方程式表現のままでは困難が生じる．すなわち，ディスクリプタ方程式表現は冗長性を有するため，非因果的なシステムとなっていたり代数拘束を含んでいたりする可能性があり，制御器として実現可能であるかの確認や，もし代数拘束が含まれていればそれを解いて状態方程式で表し直す必要がある．そこで，ディスクリプタシステムに対する動的制御器を状態方程式表現で直接与える方法を提案する．本研究課題以前にもそのような提案について研究代表者らは着手していたが，本研究課題では，制御対象についての制約を緩めるとともに状態方程式制御器存在条件の導出過程を見直し，より実用的なものとする.

(2) ディスクリプタシステムに対するロバスト安定化制御器の存在条件と設計法：

非線形システムを対象とすると，動作点の変化に伴い線形化ディスクリプタ方程式表現も変化しうる．そこで，数式モデルの不確かさを許容するロバスト安定化制御系設計法を導出する．すなわち，線形ディスクリプタシステムに対し，上記(1)をふまえて状態方程式表現された H_∞制御器の存在条件とその設計法を提案する.

(3) 非線形システムに対するベクトル値補助関数の導入による安定解析法の提案：

扱いたい制御問題は，詰まるところ，非線形システムに対する安定解析ということになる．そこで，非線形システム安定解析法の基礎理論として知られている Liapunov 関数を用いた直接法を今一度再考することで，これまでより見通しのよい安定解析法を見いだす.

３．研究の方法

まず，非線形複合システムを取り扱う上で，非線形制御理論，複合システムの分散制御，動的グラフ理論についての研究動向を知ることは重要である．そこで，初年度に，国内外の８名の研究者が集まり，「ディスクリプタ・複合・非線形システムの解析・設計に関する研究会」を開催した．この研究集会で，各研究者が直近の研究成果を発表し合い，複合システム，非線形制御，ディスクリプタシステムの安定解析と制御系設計，動的グラフ理論についての研究成果・研究動向についての討論と意見交換を行った．さらに，初年度以降も引き続き，研究協力者と学内で研究打合せを行うと共に，電子メールも頻繁に活用して協議・討論を行うことで研究を進めた.

研究目的に対応した項目毎の具体的な研究方法は下記の通りである.

(1) ディスクリプタシステムに対する状態方程式安定化制御器の存在条件と設計法：

まず，線形ディスクリプタシステムの安定化問題において，既出の研究代表者らの成果では制御対象にレギュラーかつインパルスフリーという制約を課していた．本研究課題では，これらの制約を排除して，一般的な線形ディスクリプタシステムを対象とした．そしてまず，動的制御器をディスクリプタ方程式表現とし，その安定化制御器が存在するための必要十分条件を線形行列不等式（LMI）で記述した．さらに，その安定化制御器が状態方程式で記述できるための必要十分条件を与え，状態方程式安定化制御器設計法を導出した.

(2) ディスクリプタシステムに対するロバスト安定化制御器の存在条件と設計法：

非線形システムを念頭に置き，動作点の変化に伴う線形化システムの不確かさを許容するために，不確かさを制御系の伝達関数行列の H_∞ノルムが指定された値よりも小さくなるような安定化制御器の存在条件と，安定化制御器が状態方程式で記述できるための必要十分条件を LMI で与えた．さらに，そのような制御器設計法を導出した.

(3) 非線形システムに対するベクトル値補助関数の導入による安定解析法の提案：

ディスクリプタシステムに対する解析法の基礎的理論として，一般の非線形システムに対する補助関数を用いた安定解析法である Liapunov 関数を用いた方法を再考した．スカラー値補助関数である Liapunov 関数は陽には用いず，その勾配に相当するベクトル値補助関数のみを与えることを試みた.

４．研究成果

非線形複合システム制御問題は，システム間結合と制御仕様を共に拘束条件とみなすことで拡大ディスクリプタシステムの安定化問題に帰着させられる．本研究では，拡大ディスクリプタシステム安定化制御問題の

解析と設計法，それに関連した安定性理論，さらに非線形複合システムの実例として受動的動歩行ロボットの歩行可能性解析についての成果を得た.

以下に項目別に成果を述べる.

(1) ディスクリプタシステムに対する状態方程式安定化制御器の存在条件と設計法：

これまでにも研究代表者らによって，安定化制御器の状態方程式表現は求められてはいたが，その際の制御対象はレギュラーかつインパルスフリーなものに制限していた．本研究では，この制限を取り除くことができたため，一般的なディスクリプタシステムに対して，安定化制御器が存在するための必要十分条件をLMIによって与えた．そして，安定化制御器が状態方程式で記述できるための必要十分条件を与え，LMI の解を用いて状態方程式安定化制御器を求める方法を導出した． LMI 条件は，数値計算で確認が容易であるため実用的である．この研究成果は英文ジャーナル誌に掲載済みである.

(2) ディスクリプタシステムに対するロバスト安定化制御器の存在条件と設計法：

非線形ディスクリプタシステムを考えると，動作点ごとに線形化モデルが変化しうる．その変化による不確かさを許容する制御理論として，H_∞制御問題の解法を与えた．すなわち，制御系全体のH_∞ノルムが指定された値よりも小さくなるような安定化制御器が存在するための必要十分条件をLMIによって与えた．そして，その制御器が状態方程式で記述できるための必要十分条件を与え，LMI の解を用いて状態方程式制御器を求める方法を導出した．本研究成果は英文ジャーナル誌に掲載済みである.

(3) 非線形システムに対するベクトル値補助関数の導入による安定解析法の提案：

一般的な非線形システムの安定解析において，スカラー値補助関数である Liapunov 関数を陽に探すのではなく，Liapunov 関数の勾配に相当するベクトル値補助関数のみを与えることで非線形システムの安定条件が記述できることが明らかとなった．本手法を用いると，安定性解析のために Liapunov 関数に相当するスカラー値補助関数は求める必要はない．もし，必要があれば，ベクトル値補助関数から計算可能である．得られた条件・成果は国内学会にて発表済みである.

さらに，非線形複合システムの解析の実例として，受動的な動歩行について，実機実験により歩行可能性を解析し，その成果を国際会議にて公表した.

今後の展望として，本研究課題で情報収集は行ったが研究成果への反映までは至らなかった動的グラフ理論を複合システムのモデル化に取り入れ，ディスクリプタ方程式表現に繰り込むことで，時々刻々と結合が変化する複合システムの解析と制御系設計へ活かすことが考えられる.

５．主な発表論文等

（研究代表者，研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計　２件）

(1) Masaki Inoue, Teruyo Wada, Masao Ikeda, and Eiho Uezato: State-space H ∞ controller design for descriptor systems, Automatica, Vol. 59, pp. 164-170 (2015). 査読有, DOI: 10.1016/j.automatica.2015.06.021

(2) Masaki Inoue, Teruyo Wada, Masao Ikeda, and Eiho Uezato: State-space stabilizing controllers for descriptor systems, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, Vol. 5, pp. 175-183 (2012). 査読有，DOI: 10.9746/jcmsi.5.175

〔学会発表〕（計　２件）

(1) Yuji Kito, Yuichiro Sueoka,（著者名省略，著者 7 名，研究代表者 6 番目）: Quadruped passive dynamic walking robot with a new trunk structure inspired by spine, Dynamic Walking 2014（2014 年 6 月 9 日～2014 年 6 月 13 日），ETH Zurich (Switzerland).

(2) 和田光代，大須賀公一，池田雅夫：Liapunov の安定性定理再考，第 1 回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム，(2014 年 3 月 7 日）電気通信大学（東京都調布市).

６．研究組織

(1)研究代表者
和田　光代（WADA TERUYO）
大阪大学・大学院工学研究科・特任准教授
研究者番号：70201259

(2)研究分担者
なし

(3)連携研究者
なし