

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 11 日現在

機関番号：13801

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2013

課題番号：24650526

研究課題名(和文) 数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組に関する研究

研究課題名(英文) A Study on Construction of Life-long Model of Mathematical Literacy and its Theoretical Framework

研究代表者

長崎 栄三 (Nagasaki, Eizo)

静岡大学・教育学研究科(研究院)・教授

研究者番号：50141982

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円、(間接経費) 900,000円

研究成果の概要(和文)：第1に、成人期の数学的リテラシーの捉え方について次の3点から考察した。個人と組織が求める数学的リテラシー、幸せに生きるための数学的リテラシー、不確定な社会における社会人に持っていて欲しい数学的リテラシー、第2に、民主主義社会などを念頭において数学的リテラシーとして次の4つの領域からその内容・視点を考察した。人間にとっての算数・数学、算数・数学における対象、算数・数学における方法、社会にとっての算数・数学。第3に、「すべての人々」について検討を行い、算数・数学における子どもの多様性から考察した。

研究成果の概要(英文)：First of all, methodology to cope with mathematical literacy in adult life was considered from the following three points: mathematical literacy that individuals and institutions seek, mathematical literacy for living happily, and mathematical literacy that members of our society will be expected to have in this uncertain society. Second, keeping democratic society etc. in mind, contents and viewpoints of mathematical literacy were considered from the following four domains: mathematics for humankind, objects in mathematics, methods in mathematics and mathematics for society. Third, meaning of all people was examined and considered from the point of child's diversity in mathematics learning.

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学、科学教育(1601)

キーワード：数学的リテラシー 数学教育 生涯学習

1. 研究開始当初の背景

本研究の代表者は、平成 14 年度から 16 年度まで「理数教育に関する日米比較研究」(文部科学省委託研究費)に参画し、『すべてのアメリカ人のための科学 科学、数学、技術、におけるリテラシー目標に関するプロジェクト 2061 の報告書』を翻訳・出版した。

平成 17 年度には、北原和夫国際基督教大学教授が研究代表者の「科学技術リテラシー構築のための調査研究」(科学技術振興調整費)に参画し、日米英や OECD・PISA 等の数学的リテラシーの状況について調査・分析した。さらに、平成 18 年度から 19 年度にかけて、北原教授が研究代表者となり本研究の代表者は事務局長として、そして約 150 名の科学者・教育学者等が参画して「日本人が身に付けるべき科学技術の基礎的素養に関する調査研究」(科学技術振興調整費)が行われた。そこでは科学技術リテラシーに関して 8 冊の報告書が作成され、数学的リテラシーの報告書が数学者を中心に作成された。

平成 20 年度から 22 年度にかけて、本研究の代表者と分担者全員は「数学教育におけるリテラシーについてのシステム・アプローチによる総合的研究(基盤研究 B)を行い、数学教育の立場から数学的リテラシーについて検討を行ってきた。

(<http://ir.lib.shizuoka.ac.jp/handle/10297/5762>)

この「数学教育におけるリテラシーについてのシステム・アプローチによる総合的研究」では、「個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの検討」が行われたが、理論的枠組に基づいた、成人期の数学的リテラシーに至る、児童、生徒、学生などの各世代における数学的リテラシーの様相も含めた、すべての人々の数学的リテラシーの生涯モデルは明確にはされていない。

2. 研究の目的

本研究の目的は、数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組の考察にある。数学的リテラシーとは、すべての成人が身に付けて欲しい数学に関する知識、技能、考え方などを指す。

数学的リテラシーは、一般に、義務教育修了時から成人にかけての学校教育を終えたすべての人々が持って欲しいと考えられるものである。その数学的リテラシーについて、特に数学的能力に焦点を当てて、成人期と、そこに至るまでの世代別の様相モデルを構成するものである。さらに、学校教育等を視野においてその数学的リテラシーをすべての人々のものにするための方策を考える。

3. 研究の方法

研究計画・方法については、2 年間の研究期間と研究内容を念頭において、研究代表者・研究分担者に、研究協力者として学校等の算数・数学教育関係者を加え、総勢で約 20 名

の研究組織とする。なお、研究メンバーは、これまでの数学的リテラシー研究の経験者を主とする。

研究においては、まず基礎的事項として、研究メンバー全員で、数学的リテラシーについて文献等をもとに種々の角度から検討を行う。そして、それらをもとに、グループ討議をもとに数学的リテラシーの生涯モデルの理論化を図る。その上で成人期の数学的リテラシーを考察するために、その理論から作成した枠組みを基に社会における著作等のテキストを分析して、社会で期待されている数学的リテラシーの傾向を明らかにする。

また、「すべての人々」に関して考察するとともに、「すべての子どものための」算数・数学の授業を文献等をもとに分析・考察する。

4. 研究成果

(1) 数学的リテラシー研究の基礎的事項

数学的リテラシーについて、人間の生涯という観点から明らかにし、「すべての成人」を対象とすることを学校教育期も含めて明らかにするための、基礎的事項として次のことを検討した。数学的リテラシーの理論的な枠組、様相モデル、すべての子ども、方法的側面、実世界とのかかわり、ジェネリックスキル、メタ認知、数学的判断力、批判的思考、論理的思考、コミュニケーション能力、比例的推論、空間的思考力、統計的思考力、技術教育・理科教育・数学教育の関連、小学校における指導のあり方、など。

(2) 生涯モデルの捉え方

数学的リテラシーを人間の生涯にわたる全体像として、しかも、変化するものとして捉えようとして生涯モデルを考えた。このような生涯モデルは、学校教育における数学的リテラシーや成人学習のための数学的リテラシーを考える時の基盤となる。すなわち、生涯モデルを持つことにより、個々の人間の成長・発達に応じた、数学的リテラシーを考えることが可能になると思われる。

生涯モデルを考える際には、幼稚園から大学までの学校教育の期間と、学校教育を出た後の成人学習の期間の違いに目を向けておく必要があることが明らかになった。前者の学校教育の期間においては、数学的リテラシーは、学校等の「意図したカリキュラム」として、ある程度、個々人の環境・文脈から離れた共通的な形で表現し教育することが可能である。それに対して、成人学習の期間では、基本的には、個々人の環境・文脈が大きく異なり、そこで必要とされ学習される数学的リテラシーは、個々人の環境・文脈に大きく依存することになる。したがって、成人期には、意図的で画一的な「教育」よりも、個々人の意思による文脈に則した「学習」という考え方が重要になる。

学校教育についてはすでに数学的リテラシーの成文化されたものがあるので、成人期の数学的リテラシーの捉え方をまず考察し

た。その結果、成人期の数学的リテラシーの捉え方として、3つの立場が提案された。

個人と組織・集団が求める数学的リテラシー

幸せに生きるための数学的リテラシー

不確定な社会における社会人に持って
いて欲しい数学的リテラシー

これらの成人期の数学的リテラシーの3つの捉え方は、いずれも、成人期に期待される数学的リテラシーが、個人や社会のそれぞれの環境や文脈の場面から求められることを示唆している。つまり、生涯を通じた数学的リテラシーを探究するには、そして、それを個人や社会の必要性から探究するには、社会のいろいろな場面で使われている算数・数学を取り出していく作業が必要なのである。

(3) 数学的リテラシーの理論的枠組み

数学的リテラシーを探究するための理論的枠組を、本研究の最初に検討した基礎的事項や先行文献をもとに構成した。その際、これまでの学校教育の意図したカリキュラムの総体を土台として、成人期で期待される数学的リテラシーを考えることにした。なお、前提として、現在・将来の社会を、持続可能な社会、民主主義的な社会などと捉えた。

このようにして、数学的リテラシーとして、算数・数学を学ぶことによって身に付けられると思われる次の4つの領域を考え、それぞれについてその内容を考察した。

人間にとっての算数・数学

1) 算数・数学の人間形成的な役割

2) 算数・数学の実用的な役割

3) 算数・数学の文化的な役割

4) 算数・数学の認識論的な役割

算数・数学における対象

1) 数式を使って考える力

2) 図形を使って考える力

3) 関数を使って考える力

4) 確率・統計を使って考える力

算数・数学における方法

1) 算数・数学を生み出す力

2) 算数・数学を使う力

3) 算数・数学で表現する力

4) 算数・数学で考え合う力

社会にとっての算数・数学

1) 創造的に考える力

2) 批判的に考える力

3) コミュニケーションする力

4) 情報を活用する力

人間にとっての算数・数学とは、算数・数学を学ぶ意義に関わるものであり、算数・数学における対象とは、算数・数学の集合や関係や構造に関わる概念に関わるものであり、算数・数学における方法とは、算数・数学を発展・応用させる方法に関わるものである。社会にとっての算数・数学とは、現代社会で有用とされる一般的な能力に関するものであり、算数・数学を学ぶことによって身に付くと期待されるものである。

これらの領域とその内容は、これまでのリ

テラシー一般や数学的リテラシー等の研究で明らかにされていることをもとに、現代及び将来の社会に生きる人間のための数学的リテラシーとして考えられた。

なお、この理論的枠組み、特に、人間にとっての算数・数学から明らかのように、本研究においては、数学の認識論として、社会的構成主義の立場を取っており、また、数学教育を考える立場として、民主主義社会のよりよき実現を志向としている。

数学的リテラシーの理論的枠組みをそれぞれの領域、内容、視点からさらに詳しく述べるると次の通りである。

人間にとっての算数・数学

1) 算数・数学の人間形成的な役割

視点1: 算数・数学を学習する目的は、数学的に考える力を身に付けることである。

視点2: 算数・数学を学習する目的は、数学を使う力を身に付けることである。

視点3: 算数・数学を学習する目的は、数学を使って判断する力を身に付けることである。

視点4: 算数・数学を学習する目的は、数学的に考える態度を身に付けることである。

2) 算数・数学の実用的な役割

視点1: 算数・数学を学習する目的は、計算力を身に付けることである。

視点2: 算数・数学を学習する目的は、数学的な知識・技能を身に付けることである。

視点3: 算数・数学を学習する目的は、数学的表現を読み取る力を身に付けることである。

視点4: 算数・数学を学習する目的は、数学的モデル化の力を身に付けることである。

3) 算数・数学の文化的な役割

視点1: 算数・数学を学習する目的は、算数・数学の知的な楽しさを味わうことである。

視点2: 算数・数学を学習する目的は、算数・数学の社会的な有用性を知ることである。

視点3: 算数・数学を学習する目的は、算数・数学の美しさを味わうことである。

視点4: 算数・数学を学習する目的は、数学は人類の文化遺産であることを知ることである。

4) 算数・数学の認識論的な役割

視点1: 算数・数学を学習する目的は、数学は人間が作ってきたことを知ることである。

視点2: 算数・数学を学習する目的は、数学は社会において作られてきたことを知ることである。

視点3: 算数・数学を学習する目的は、数

学は歴史的なものであることを
知ることである。

視点4：算数・数学を学習する目的は、数学は可謬的であることを知ることである。

算数・数学における対象

1) 数式を使って考える力

視点1：実世界の事象を数や式の対象として捉える。

視点2：実世界の事象を式に表す。

視点3：実世界に照らして数や式の意味を読み取る。

視点4：目的に応じて式を操作する。

2) 図形を使って考える力

視点1：実世界の事象を図形の対象として捉える。

視点2：実世界の事象を図形に表す。

視点3：実世界に照らして図形や空間の意味を読み取る。

視点4：目的に応じて図形や空間を扱う。

3) 関数を使って考える力

視点1：実世界の事象を関数として捉える。

視点2：実世界の事象を関数に表す。

視点3：実世界に照らして関数の意味を読み取る。

視点4：目的に応じて関数を扱う。

4) 確率・統計を使って考える力

視点1：実世界の事象を確率や統計の対象として捉える。

視点2：実世界の事象を確率や統計の数・表・図形に表す。

視点3：実世界に照らして確率や統計の数・表・図形の意味を読み取る。

視点4：目的に応じて確率や統計の数・表・図形を扱う。

算数・数学における方法

1) 算数・数学を生み出す力

視点1：算数・数学のきまりや方法を考え出す。

視点2：算数・数学のきまりや方法をその前提や別の考えをもとに確かめる。

視点3：算数・数学のいくつかのきまりを広げる。

視点4：算数・数学の広げたきまりを共通な観点からまとめる。

2) 算数・数学を使う力

視点1：実世界の問題を解くためにそれを数学化して算数・数学の問題に直す。

視点2：算数・数学の問題を数学的に処理する。

視点3：算数・数学の問題を数学的に処理した結果を実世界の問題場面に照らして解釈する。

視点4：実世界の問題を解くための過程で作られた数学的モデルを、検証したり、予測・推測に用いたりする。

3) 算数・数学で表現する力

視点1：事象や関係などを式・表・グラフ・

図などの数学的表現で表す。

視点2：式・表・グラフ・図などの数学的表現から事象や関係などを読み取る。

視点3：式・表・グラフ・図などの数学的表現を目的に応じて変形する。

視点4：式・表・グラフ・図などの数学的表現を使って考える。

4) 算数・数学で考え合う力

視点1：算数・数学で考えたことを他者に分かるように話す。

視点2：他者が算数・数学で考えたことを聞きとる。

視点3：算数・数学で考えたことを他者と話し合っより深く理解する。

視点4：算数・数学で考えたことを他者と話し合っ新たな考えを作り出す。

社会にとっての算数・数学

1) 創造的に考える力

視点1：粘り強く考える。

視点2：視点を変えて異なる角度から考える。

視点3：ある事柄や場面から発展して考える。

視点4：物事を抽象化したり体系化したりして考える。

2) 批判的に考える力

視点1：疑問を持って理由を追求する。

視点2：前提を明確にして順序立てて考える。

視点3：他者との対話を通して問題を解決する。

視点4：他者との対話を通して問題の本質を考え出す。

3) コミュニケーションする力

視点1：文字や記号を使って他者に分かるように話す。

視点2：文字や記号を使った他者の説明を聞きとる。

視点3：文字や記号を使って他者と話し合っより深く理解する。

視点4：文字や記号を使って他者と話し合っ新たな考えを作り出す。

4) 情報を活用する力

視点1：コンピュータを用いてデータを処理する。

視点2：インターネットを用いて情報を収集や検索する。

視点3：コンピュータを用いて目的に応じてデータ化し処理し解釈する。

視点4：インターネットを用いて他の人々と情報を共有したり思考したりする。

(4) 社会で期待される数学的リテラシー

数学的リテラシーの4つの領域・内容・視点を分析の観点として、現在の文書を分析し、人間の生涯を通してどのような数学的リテラシーが社会で期待されているのかを考察した。

分析の対象は、書籍や新聞やテレビ・ラジオやWeb上の記述などの文献等で使われている「言葉」などとした。分析は本研究メンバーで分担して行い、すべてで18件の書籍や記述を対象とした。それらの内容は、哲学・宗教、歴史・地理、社会科学、自然科学、技術、産業、芸術にわたった。

分析した結果を4領域別に見ると、算数・数学における対象、算数・数学における方法、社会にとっての算数・数学の3領域は7割近くの対象に明示的な表現があったが、人間にとっての算数・数学については明示的な表現などはほとんどなかった。

さらに細かく内容別に見ると、つまり4領域4内容で16内容の明示的な表現の件数を見ると、その中央値は5件である。5件以上の内容は、8内容あり、多い順に挙げる次の通りである。

3) 算数・数学で表現する力

- 1) 数式を使って考える力
- 2) 批判的に考える力
- 2) 図形を使って考える力
- 1) 創造的に考える力
- 2) 図形を使って考える力
- 4) 確率・統計を使って考える力
- 2) 算数・数学を使う力

一番多い内容は、算数・数学で表現する力であり、また、算数・数学における対象と言う領域の4つの内容はすべて含まれていた。他方、上記以外の8項目は、明示的な表現はほとんどなかった。なお、批判的に考えるというのは、算数・数学の場面ではないが、論理的に考えるものを捉えたものが多い。

(5) すべての人々の数学的リテラシー

「すべての人々」の再考

「すべての人々」を考える場合、「すべての」の意味と、すべての人々が取り組む「算数・数学」を問い直す必要がある。そして、「すべての人々」を対象とした場合、少なくとも2つの大きな論点が生じる。第1に、「すべての人々」の数学的リテラシーは誰が作るのか。第2に、「すべての人々」のための数学的リテラシーを保証する現実的な方策はあるのか。

すべての子どものための算数・数学

学校においてはすべての子どものためにいろいろな水準で方策が取られ、さらに、算数の授業においてもすべての子どもための工夫が非常に多岐にわたってなされていることが明らかにされた。例えば、教師の姿勢、教師の振舞い、課題、操作活動、思考過程、問題解決方略、表現、グループ学習、個への対応、ノート、練習、板書、宿題、ICT、評価、教室環境。そして、これらは、算数に特有というよりも、その気になれば、すなわち、子どもの側に立つならば、中学・高校でも使えるものである。

すべての子どものための算数・数学の授業
算数・数学における「すべての子ども」についての考え方は、算数・数学における「多

様な考えを活かすこと」に帰着される。算数・数学の対象・方法から生ずる多様性は、子どもの多様性となり、さらには、「すべての子どもの参加」につながる。我が国の算数・数学において「多様性を大切にすること」ということは、算数・数学に「すべての子どもが参加する」ということにつながる。つまり、「すべての子ども」のための方策は、これまでの我が国の算数・数学の授業、特に課題設定の工夫に内在していることが明らかになった。

我が国では、これまでの算数・数学の実践研究を通して、子どもの多様性に応じた授業、実世界とつながった授業が作られてきている。例えば、次のようなものである。

- 1) 子どもの多様性を活かす授業
- 2) オープンエンドアプローチの授業
- 3) 問題の発展的な扱い(問題づくり)
- 4) 算数・数学と社会をつなげる授業

そして、すべての子どもが参加する算数・数学の条件として、次の3つがあげられた。

- 1) 多様な考え方が可能な問題場面を設定する
- 2) 実世界とつながった場面を考える
- 3) すべての子どもが発言するような機会を設ける

(6) 今後の課題

本研究を通して、数学的リテラシーの生涯モデルを考える上での一つの理論的枠組と、それをもとにした現在の社会で期待されている数学的リテラシーの一端が明らかになった。また、すべての子どものための算数・数学を考える一つの土台も明らかになった。

今後の課題としては、次のことが挙げられる。第1に、理論的枠組と社会で期待されていることのずれはどこから生じるのであろうか。例えば、社会で期待されていることには、領域としての「人間にとっての算数・数学」はほとんどなく、また、内容としての「算数・数学における生み出す力」や「算数・数学で考え合う力」もない。第2に、理論的枠組をもとに学校数学を見直すとはどうなるであろうか。理論的枠組は、ある意味で、学校数学を理想的に見たものである。現実の学校数学はどうなっているであろうか。第3に、成人期にすべての人々に期待され必要とされる数学を文脈に則して挙げるとどのようなものであろうか。今回の分析では内容レベルで「批判的に考える力」、「創造的に考える力」が見出された。数学固有なものだけではなく汎用的なものも考えていく必要がある。そして第4に、すべての子どもための算数・数学の授業の条件を満たすような算数・数学の授業をどのように広めていくかである。一方で、短期の成果に惑わされずに、長期の転移が可能なこれまでの研究を活かし継承していく努力が求められる。他方で、教師と研究者、そして数学教育以外の他分野の人々をも含めた、協働を通して新しい方策を実現していくことが求められている。

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 4 件)

長崎栄三、科学技術リテラシーの発展に向けた技術教育と理数教育の連携・協働
数学教育の立場、日本科学教育学会年会
論文集、査読無、No. 37、2013、pp.134-135
長崎栄三、学校教育におけるリテラシー
の意義と今後の展望、旭川実践教育研究、
査読無、17 巻、2013、pp.69-88
長崎栄三、数学教育の理論・実践を創出
するための探究志向のアプローチ、日本
数学教育学会第 46 回秋期研究大会発表
集録、査読無、第 46 回、2013、pp.21-28
阿部好貴、数学的モデル化からみた数学
的リテラシーの捉え方、日本科学教育学
会年会論文集、査読無、No.37、2013、
pp.244-247

[図書](計 1 件)

長崎栄三(編著) 研究資料集、数学的
リテラシーについての生涯モデルの構
成とその理論的枠組についての研究、
2014、35
<http://ir.lib.shizuoka.ac.jp/handle/10297/7656>

6. 研究組織

(1)研究代表者

長崎 栄三(NAGASAKI EIZO)
静岡大学・教育学研究科・教授
研究者番号：5 0 1 4 1 9 8 2

(2)研究分担者

太田 伸也(OHTA SHINYA)
東京学芸大学・教育学部・教授
研究者番号：5 0 3 2 2 9 2 0

大谷 実(OHTANI MINORU)
金沢大学・学校教育系・教授
研究者番号：5 0 2 4 1 7 5 8

久保 良宏(KUBO YOSHIHIRO)
北海道教育大学・教育学部・教授
研究者番号：8 0 3 4 4 5 3 9

重松 敬一(SHIGEMATSU KEICHI)
奈良教育大学・教育学部・教授
研究者番号：4 0 1 1 6 2 8 1

瀬沼 花子(SENUMA HANAKO)
玉川大学・教育学部・教授
研究者番号：3 0 1 6 5 7 3 2

滝井 章(TAKII AKIRA)
國學院大學・人間開発学部・教授
研究者番号：1 0 5 7 0 4 7 6

阿部 好貴(ABE YOSHITAKA)
新潟大学・人文社会教育科学系・准教授
研究者番号：4 0 6 2 4 6 3 0

島田 功(SHIMADA ISAO)
日本体育大学・児童スポーツ教育学部
・教授
研究者番号：3 0 7 0 9 6 7 1

長尾 篤志(NAGAO ATSUSHI)
国立教育政策研究所・教育課程研究センタ
ー研究開発部・教育課程調査官
研究者番号：0 0 3 5 3 3 9 2

西村 圭一(NISHIMURA KEIICHI)
東京学芸大学・教育学部・准教授
研究者番号：3 0 5 4 9 3 5 8

日野 圭子(HINO KEIKO)
宇都宮大学・教育学部・准教授
研究者番号：7 0 2 7 2 1 4 3

松元 新一郎(MATSUMOTO SHINICHIRO)
静岡大学・教育学部・教授
研究者番号：4 0 4 4 7 6 6 0

(3)研究協力者

牛場 正則：足立区教育委員会指導室
上田 雅也：富士河口湖町立船津小学校
小田 友美：杉並区立杉並第七小学校
佐藤 裕二：横浜市立豊岡小学校
島崎 晃：所沢市教育委員会社会教育課
清水 壽典：平塚市立大野小学校
鶴岡 武臣：世田谷区立給田小学校
松島 充：広島大学附属東雲小学校