

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 27 年 6 月 7 日現在

機関番号：24402

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2014

課題番号：24654015

研究課題名(和文) 結び目理論のゲームと科学への応用

研究課題名(英文) Applications of knot theory to game and sciences

## 研究代表者

河内 明夫 (KAWAUCHI, Akio)

大阪市立大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：00112524

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：「領域選択ゲーム」の応用研究として、スイッチシステム「量子スイッチ」の試作品を作った。「領域選択ゲーム」は図形ゲームである。その幼児版のゲームにより数字をよく知らない幼児がどの程度数学アルゴリズムを獲得できるかを研究するためのデータを取得し、その解析を行った。この図形ゲームの効能を説明するために、数学を思考する際の脳の働きを研究し、雑誌論文や図書として発表した。大阪市立大学医学部老年内科の医師の意見を取り入れて高齢者の視空間認識機能のリハビリテーションのための高齢者向け「領域選択ゲーム」を開発し、共同研究を締結した高齢者のケア施設に、それを搭載したiPadを貸与して、検証試験を行っている。

研究成果の概要(英文)：As an applied study of the game "Region Select", the trial product of a switch system "Quantum Switch" was constructed. "Region Select" is a figure game. To study how infants who do not well understand numbers can acquire mathematical algorithms with the infant version game, some data were acquired and analyzed. To explain effects of this figure game, a function of brain in the case of mathematical thinking is studied whose result is reported in an article and a book. An elderly version "Region Select" was constructed to use for rehabilitations of visuospatial cognitive function by adopting opinions of a doctor of Osaka City University, Geriatric Medicine. iPads equipped with it are lent to a care facility of the elderly person connecting the contract of a joint research with us for a verification test.

研究分野：位相幾何学

キーワード：結び目理論 領域選択ゲーム 領域点灯ゲーム 量子スイッチ 結び目パスワード

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 大阪市立大学数学研究所では、21世紀COEプログラムに採択され、結び目を焦点とする研究拠点として多くの成果を上げてきた。この研究により培った結び目理論は、今後、工学や医学分野への応用が期待できるものである。

(2) 大阪市大数学研究所において導入された、「領域選択による結び目解消操作」という、あるパターン変形により3次元の結び目を解く結び目解消操作を、それと同等な平面上の結び目射影図の変形に置き換えることにより登場した電子ゲームとして、「領域選択ゲーム」、「領域点灯ゲーム」がある。

## 2. 研究の目的

本研究では、岸本健吾(大阪工業大学講師、結び目理論、産業分野への技術移転担当)、清水理佳(群馬工業高等専門学校助教、結び目理論、産業分野への技術移転担当、金信泰造(大阪市立大学、教授、結び目理論)、田山育男(大阪市立大学、研究員、3次元多様体の数え上げ)、森内博正(近畿大学医学部講師、空間グラフ理論)を連携研究者として、主としてつぎの研究を行うことであった。

(1) 結び目理論に基づく「領域選択ゲーム」、「領域点灯ゲーム」、スイッチシステム「量子スイッチ」の理論を深める。

(2) 「量子スイッチ」や「パスワードの実証研究」さらなる他技術分野への応用研究を提案して、結び目理論研究の産業分野への技術移転の礎を築く。

## 3. 研究の方法

(1) 「領域選択ゲーム」に関してなされるべき研究としては、次のようなものがある。

数学を思考する際の脳の働きを調べる必要がある。

「就学前児童や小学校低学年児童の図形教育のための電子ゲーム装置」では、幼児向けにこのゲームを作りかえる工夫が必要となり、このための調査・研究が必要である。

このゲームをすることで、幼児がどの程度、数学力が向上するかを確かめることが課題であるが、そのためには協力教育機関との連携が欠かせない。

例えばアルツハイマー病で視空間認識機能が低下しているような、高齢者の視空間認識機能のリハビリテーションのための電子ゲーム装置として想定できるが、この場合、リハビリテーションなどのためにこのゲームを作りかえる工夫やこのゲームをプレイすることにより、どの程度、症状が改善するかを確かめることが課題となる。

(2) 平面上の結び目射影図の双対グラフの「領域点灯ゲーム」は、ゲーム自体の面白さはもとより、実際の照明装置についての新しい点灯方式：点灯方式の量子化「量子スイッチ」を可能にさせるという技術的要素を含ん

でいる。例えば、なされるべき研究としてつぎのようなものがある。

結び目射影図の双対グラフにおいて、アルゴリズムに基づき、いろいろなスイッチの切り替えを指定することにより、照明の明るさをいろいろ変えることができる「量子スイッチ」が可能である。特に、どれでも1つのスイッチが故障しても全点灯が可能となるスイッチシステムが作れる。

結び目射影図の双対グラフの各頂点に番号を与えておき、いくつかの領域が点灯しているような図形を、暗号として使う。即ち、領域点灯ゲームのように与えられた図形の全ての領域を点灯させるような頂点の選択を頂点の文字列によって表したものをパスワードとする。このパスワードは一意ではないが、入力した文字列によらないパスワードであり、記憶が簡単であるなどの利便性があるパスワードである。

## 4. 研究成果

### (1) 平成24年度の研究成果

「領域点灯ゲーム」の応用研究として、結び目射影図の双対グラフにおいて、アルゴリズムに基づき、いろいろなスイッチの切り替えを指定することにより、照明の量をいろいろ変えることができる「量子スイッチ」の試作品を作った。また、結び目理論を応用した図形ゲーム「領域選択ゲーム」(Region Select)について、共同研究先の(株)グローバルエンジニアリングの協力を得て、この図形ゲームの幼児版を製作し、数字をよく知らない幼児がどの程度図形による数学アルゴリズムを獲得できるかを研究するための調査の環境を整備し、検証の研究を開始した。調査対象としては、大阪教育大学附属幼稚園、大阪女子短期大学地域子育て支援研究所、社会福祉法人晴朗会すすく保育園の3施設に、この幼児版の図形ゲームを組込んだタブレット端末を配布して、その教育効果の初期のデータを取得した。この活動は、学長記者懇談会や2013年5月27日の読売新聞などで説明されている。

### (2) 平成25年度の研究成果

前年度に結び目理論を応用した図形ゲーム「領域選択ゲーム」(Region Select)について、共同研究先の(株)グローバルエンジニアリングの協力を得て、この図形ゲームの幼児版を製作し、数字をよく知らない幼児がどの程度図形による数学アルゴリズムを獲得できるかを研究するための調査の環境を整備し、検証の研究を開始したが、調査した3施設から取得した教育効果のデータに基づく検討内容は、2014年出版の雑誌論文の第1章で解説された。また、この幼児向け図形ゲームの効能を説明するために、数学を思考する際の脳の働きを研究する必要があったが、その研究報告は2013年出版の雑誌論文や2014年出版の図書などで行った。「領

域点灯ゲーム」の応用研究として、結び目射影図の双対グラフにおいて、アルゴリズムに基づき、いろいろなスイッチの切り替を指定することにより、照明の明るさをいろいろ変えることができるスイッチシステム「量子スイッチ」の試作品を作ったが、この結び目理論を応用した「結び目パスワード」は、このスイッチシステムのアルゴリズムとも関係するが、特許申請を視野に研究を行った。

### (3) 平成26年度の研究成果

大阪市立大学数学研究所において導入された「領域選択による結び目解消操作」とは、あるパターン変形により3次元の結び目を解くような結び目解消操作のことである。結び目理論により、どのような結び目も「領域選択による結び目解消操作」により、解くことが可能となる。「領域選択ゲーム」、「領域点灯ゲーム」とは、それと同等な平面上の結び目射影図の変形に置き換えることで実現した電子ゲームである。最終年度の主な事業予定は、高齢者向け「領域選択ゲーム」という高齢者の視空間認識機能のリハビリテーションのための電子ゲーム装置を開発し、症状の改善へ向けての新しい試みを提案することであった。大阪市立大学医学部老年内科の医師の意見を取り入れてその研究開発を行い、それを搭載した機器(iPad4台)を試作した。さらに、高齢者のケア施設と共同研究を締結し、その施設にこの電子ゲームを搭載したiPadを貸与して、検証試験を行っている。またその施設とは商品開発の検討を開始しており、研究計画は順調に進んでいる。こうして、産業分野への技術移転などの研究も進んだ。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

#### [雑誌論文](計8件)

河内 明夫、トポロジーと数学のいろいろな分野との関連、数理科学、査読無、617巻、2014、pp.7-12、ISBN=4910054691146

Akio Kawauchi、The Alexander polynomials of immersed concordant links、Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana、査読有、2巻、2014、pp.559-578、DOI: 10.1007/s40590-014-0023-9

Akio Kawauchi、Splitting a 4-manifold with infinite cyclic fundamental group, revised in a definite case、Journal of Knot Theory and Its Ramifications、査読有、23巻、2014、pp.(1450029) 1-6、DOI:10.1142/S0218216514500291

Akio Kawauchi、Component-conservative invertibility of links and Samsara 4-manifolds on 3-manifolds、Asia Pacific Journal of Mathematics、査読有、1巻、2014、pp. 86-106、<http://www.apacific.org/index.php/apjm/article/view/6>

河内 明夫、結び目理論のゲーム「領域選択ゲーム」、「結び目の数学教育」への導入 小学生・中学生・高校生・大学生を対象として、結び目の数学教育研究プロジェクト(河内明夫・柳本朋子編)、査読無、4号、2014、pp. 1-8.

Akio Kawauchi、Splitting a 4-manifold with infinite cyclic fundamental group, revised、Journal of Knot Theory and Its Ramifications、査読有、22巻、2013、pp.(1350081)1-9 DOI: 10.1142/S0218216513500818

河内 明夫、結び目の数学教育について、数学教育研究、査読無、42巻、2013、pp.141-146、<http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~sugaku/sugaku/Journal.html>

Akio Kawauchi and Kayo Yoshida、Topology of prion proteins、Journal of Mathematics and System Science、査読有、2巻、2012、pp.237-248、<http://www.davidpublishing.com/davidpublishing/Upfile/9/4/2012/2012090480475489.pdf>

#### [学会発表](計50件)

河内 明夫、Moves on the chord diagram of a ribbon surface-link、結び目の数理セミナー Knotting Nagoya、名古屋工業大学(愛知県名古屋市)、2015年3月18日

Akio Kawauchi、Knot Theory and Sciences、JST SAKURA Science Plan for Shimae University and Chonbuk National University、島根大学(島根県松江市)、2015年2月12日

Akio Kawauchi、On ribbon surface-link、The 10th East Asian School of Knots and Related Topics、2015年1月28日、上海(中国)

Akio Kawauchi、Equivalence of chord diagrams for a ribbon surface-link、Colloquium at The Chinese University of Hong Kong、2014年11月26日、香港(中国)

- Akio Kawauchi, Smooth unknotting of a ribbon surface-knot, IMS Seminar at The Chinese University of Hong Kong, 2014年11月25日、香港(中国)
- 河内 明夫, Smooth unknotting of a ribbon surface-knot, 研究集会「4次元トポロジー」、大阪市立大学(大阪府大阪市)、2014年11月21日
- Akio Kawauchi, Unknotting notions for spatial graphs, Discussion meeting related to Knot Theory, 2014年10月27日 Punjab(インド)
- Akio Kawauchi, Chord systems for ribbon surface-knots, Workshop: Knots, Braids and Topology, 2014年10月26日、Punjab(インド)
- Akio Kawauchi, Topological splitting of a 4-manifold with infinite cyclic fundamental group and its applications to surface-knot theory, Workshop: Knots, Braids and Topology, October 25, 2014年10月25日、Punjab(インド)
- 河内 明夫, The equivalence on chord diagrams of a ribbon surface-link, 東北結び目セミナー、カレッジプラザ(秋田県秋田市)、2014年10月18日
- Akio Kawauchi, Splitting a smooth 4-manifold with infinite cyclic fundamental group, ICM satellite conference Knots and low dimensional manifolds, 2014年8月23日、釜山(韓国)
- 12 Akio Kawauchi, Unknotting notions for spatial graphs, The 2014 KMJ Conference for Accreditation Strategies, 2014年8月8日、Daegjeon(韓国)
- Akio Kawauchi, A chord diagram for a ribbon surface-link, 2014 TAPU Workshop (6<sup>th</sup> KOOK-TAPU Joint Seminar), 2014年7月22日、Daejeon(韓国)
- Akio Kawauchi, Component-conservative invertibility of links and Samsara 4-manifolds on 3-manifolds, 復旦大学 Topology Seminar, 2014年3月23日、上海(中国)
- Akio Kawauchi, Topological splitting of a 4-manifold with infinite cyclic fundamental group, On 4-dimensional universe for every 3-dimensional manifold, 北京大学 Topology Seminar, 2014年3月19日、北京(中国)
- Akio Kawauchi, Introduction to Knot Theory(3回)、華東師範大学集中講義、2014年3月16、17、18日、上海(中国)
- 17 Akio Kawauchi, Topological splitting of a 4-manifold with infinite cyclic fundamental group, AKOOS - PNU International Conference, 釜山(韓国)、2014年2月5日
- 18 河内 明夫, DNA・蛋白質と結び目のトポロジー、神戸薬科大学特別セミナー、神戸薬科大学(兵庫県神戸市)、2014年1月30日
- 河内 明夫, Disk-arc presentations of ribbon surface-links, 研究集会 Hurwitz action~ひねる代数~, 草津セミナーハウス(群馬県吾妻郡草津町)、2014年1月25日
- Akio Kawauchi, Component-conservative invertibility of links and Samsara 4-manifolds on 3-manifolds, Discussion Meeting on Knot Theory and its applications, 2013年12月19日、Punjab(インド)
- 21 Akio Kawauchi, Mini-course on knot theory for spatial graphs(3回)、2013年12月12、13、14日、“Advanced school on Knot Theory and its applications”, Punjab(インド)
- 22 河内 明夫, 結び目をどのように教育するか、N-KOOK セミナー、大阪市立大学文化交流センター(大阪府大阪市)、2013年11月9日
- 23 河内 明夫, Splitting a 4-manifold with infinite cyclic fundamental group, revised, 東北結び目セミナー、東北大学(宮城県仙台市)、2013年10月26日
- 24 河内 明夫, 曲面に接した空間グラフのトポロジー、東京女子大トポロジーセミナー、東京女子大学(東京都杉並区)、2013年10月19日
- 25 河内 明夫, 結び目の不思議な世界の数学の旅、東京女子大学学会講演会、東京女子大学(東京都杉並区)、2013年10月18日
- 26 Akio Kawauchi, Component-conservative invertibility of links and Samsara 4-manifolds on 3-manifolds, Topology Seminar, 2013年9月16日、釜山(韓国)

- 27 河内 明夫、Component-conservative invertibility of links and Samsara 4-manifolds、2013 琉球結び目セミナー、2013 年 9 月 12 日、那覇市ぶんかテンプス館 3 階 (沖縄県那覇市)
- 28 Akio Kawauchi、Universe for 3-manifolds、International Conference on Topology and Geometry 2013 joint with the 6th Japan-Mexico Topology Symposium、島根大学 (島根県松江市)、2013 年 9 月 2 日
- 29 河内 明夫、無限巡回被覆の符号数について (3 回)、2013 年 8 月 25、26、27 日、Knotting Nagoya、名古屋工業大学 (愛知県名古屋市)
- 30 河内 明夫、結び目の不思議な世界、大阪市立大学文化交流センター夏期講座、大阪市立大学文化交流センター (大阪府大阪市)、2013 年 8 月 1 日
- 31 Akio Kawauchi、Knot theory for spatial graphs (4 回)、Summer School in China、2013 年 7 月 16、17、18、19 日、大連 (中国)
- 32 河内 明夫、結び目の不思議な世界と数学、文部科学省委託事業「数理学生応援プロジェクト」、島根大学総合理工学部 (島根県松江市)、2013 年 6 月 15 日
- 33 Akio Kawauchi、Knot theory for spatial graphs with the degree one vertices on a closed surface、Conference on Spatial Graphs、Loyola Marymount University (米国)、2013 年 6 月 6 日
- 34 河内 明夫、イミテーション理論、神戸大学集中講義 (5 回)、2013 年 4 月 10 日、4 月 17 日、4 月 24 日、5 月 8 日、5 月 29 日、神戸大学 (兵庫県神戸市)
- 35 河内 明夫、結び目の不思議な世界にしばし佇む、河内明夫教授最終講義、大阪市立大学学術情報センター 1 階文化交流室 (大阪府大阪市)、2013 年 3 月 25 日
- 36 河内 明夫、「結び目理論を応用した図形ゲーム」による幼児の数学教育効果の調査研究を開始、第 5 回学長記者懇談会、大阪市立大学 (大阪府大阪市)、2013 年 2 月 28 日。
- 37 河内 明夫、Example of a 4-manifold with every closed 3-manifold embedded、Knots in east Osaka VI、大阪工業大学 (大阪府大阪市)、2013 年 2 月 23 日
- 38 河内 明夫、On 4-manifolds with every 3-manifold embedded、E-KOOK セミナー、大阪市立大学学術情報総合センター 10 階 (大阪府大阪市)、2013 年 2 月 15 日
- 39 Akio Kawauchi、On universal 4-manifolds for 3-manifolds、2013 TAPU Winter Workshop on Knots and Related Topics、Kyungpook National University (韓国)、2013 年 2 月 4 日
- 40 Akio Kawauchi and Ikuo Tayama (joint talk)、Tabulation of 3-manifolds of lengths up to 10、9th East Asian School of Knots and Related Topics、University of Tokyo (東京都目黒区)、2013 年 1 月 17 日
- 41 河内 明夫、結び目の数学教育について、数学教育研究会 岡森先生を偲んで -、ホテルアウイーナ大阪 (大阪府大阪市)、2012 年 12 月 9 日
- 42 河内 明夫、小学生時代を振り返る 数学を好むようになるために、連数協シンポジウム、大阪市立大学学術情報センター 1 階文化交流室 (大阪府大阪市)、2012 年 11 月 17 日
- 43 河内 明夫、On the homology of an open 4-manifold with every closed 3-manifold embedded、4 次元トポロジー、広島大学 (広島県広島市)、2012 年 11 月 15 日
- 44 河内 明夫・岸本 健吾・清水 理佳、結び目理論のゲームへの応用 (打結理論在游戏中的应用「REGION SELECT」!)、2012 中国国際工業博覧会、大阪市立大学ブースでのポスター展示、上海 (中国)、2012 年 11 月 5 日 ~ 10 日
- 45 河内 明夫、結び目数学、咲くやこの花高校特別講義、大阪市立咲くやこの花高校 (大阪府大阪市)、2012 年 10 月 31 日
- 46 河内 明夫、Signature theorem for an  $n$ -cyclic covering of a non-compact even-dimensional manifold、東北結び目セミナー 2012、山形大学小白川キャンパス (山形県山形市)、2012 年 10 月 13 日
- 47 河内 明夫、On non-homeomorphic prime link exteriors with the same fundamental group、2012 琉球結び目セミナー、那覇市ぶんかテンプス館 (沖縄県那覇市)、2012 年 9 月 3 日

48 河内 明夫、結び目理論入門、上宮高校  
夏期講座、上宮高校（大阪府大阪市）  
2012年7月30日 8月3日。

49 Akio Kawauchi、Homology of an open  
4-manifold with every closed 3-manifold  
embedded、2012 TAPU Workshop on Knot  
Theory (The 4<sup>th</sup> TAPU-KOOK Joint Seminar  
on Knots and Related Topics) and TAPU  
Summer School on "Quandle Theory"、釜  
山（韓国）、2012年7月23日

50 河内 明夫、結び目の学習、大阪私学  
数学教育会総会、私学会館（大阪府大阪  
市）、2012年5月18日。

〔図書〕（計3件）

河内明夫、岸本健吾、清水理佳、朝倉書  
店、結び目理論とゲーム、2013、1-115

Akio Kawauchi and Tomoko Yanagimoto (共  
編)、Springer Verlag、Teaching and  
Learning of Knot Theory in School  
Mathematics、2012、1-188

Akio Kawauchi、Routledge、Chapter 7:  
Mind-Knots and Mind-Relations: Knot  
Theory Applied to Psychology in  
"Qualitative Mathematics for the  
Social Sciences, Mathematical Models  
for Research on Cultural Dynamics"  
(Lee Rudolph 編)、2012、227-253

〔産業財産権〕

出願状況（計1件）

名称：「結び目理論を応用した量子スイッチ  
システム」

発明者：河内明夫、岸本健吾、清水理佳

権利者：公立大学法人大阪市立大学

種類：特許

番号：特願 2012 - 094282

出願年月日：2012年4月17日

国内外の別：国内

取得状況（計 0 件）

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.sci.osaka-cu.ac.jp/~kawauchi/index.html>

[http://www.sci.osaka-cu.ac.jp/math/OCAM1/data/data\\_researcher2014.pdf](http://www.sci.osaka-cu.ac.jp/math/OCAM1/data/data_researcher2014.pdf)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

河内 明夫 (KAWAUCHI, Akio)

大阪市立大学・大学院理学研究科・特任教授  
研究者番号：00112524

(2) 連携研究者

岸本 健吾 (KISHIMOTO, Kengo)

大阪工業大学・工学部・講師

研究者番号：70587774

(3) 連携研究者

清水 理佳 (SHIMIZU, Ayaka)

群馬工業高等専門学校・一般教科(自然科学)  
学)・助教

研究者番号：40638764

(4) 連携研究者

金信 泰造 (KANENOBU, Taizo)

大阪市立大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：00152819

(5) 連携研究者

田山 育男 (TAYAMA, Ikuo)

大阪市立大学・大学院理学研究科・研究員

研究者番号：00382036

(6) 連携研究者

森内 博正 (MORIUCHI, Hiromasa)

近畿大学・医学部・講師

研究者番号：20453128