

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 10 日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2016

課題番号：24740170

研究課題名(和文)共形場理論間の新関係式の導出と非自明な背景上の超弦理論

研究課題名(英文)New relations between conformal field theories and superstring theory on non-trivial backgrounds

研究代表者

疋田 泰章(Hikida, Yasuaki)

京都大学・基礎物理学研究所・特定准教授

研究者番号：80567462

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、非自明な背景上、特に反ド・ジッター空間上の超弦理論を解析する手法の開発である。まずは、二次元共形場理論間の新たな関係式を明らかにすることで研究を行った。以前の論文で行った研究成果を、かなり一般的な超群の場合に拡張することができた。さらに、高いスピンのゲージ理論とゲージ/重力対応を利用した解析も行った。3次元の反ド・ジッター空間におけるこれまでのゲージ/重力対応をうまく拡張することで、高いスピンのゲージ理論と超弦理論との関係性を明らかにした。また、高いスピンのゲージ理論における対称性の破れに関し、ゲージ/重力対応を利用することで定量的な理解に成功した。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this research is to develop techniques to study superstring theory on non-trivial backgrounds, in particular, on Anti-de Sitter (AdS) space. For this aim we clarified relations between conformal field theories in two dimensions by extending our previous works to a large class of supergroup models. We also utilized higher spin gauge theory and AdS/CFT duality. We generalized the duality with three dimensional AdS space, and succeeded to clarify the relation between higher spin gauge theory and superstring theory. Moreover, we were able to understand the mechanism of symmetry breaking in higher spin gauge theory by applying AdS/CFT duality.

研究分野：素粒子論、超弦理論

キーワード：超弦理論 AdS/CFT対応 共形場理論 高いスピンのゲージ理論

### 1. 研究開始当初の背景

宇宙初期やブラックホール内部などでは重力が強くなり、一般相対論による記述がうまくいかなくなる。量子重力を記述する理論として有力な候補である超弦理論を利用することで、このような領域が解析可能になると期待できる。特に、時空の特異点の振る舞いが興味深い。ところが、このような非自明な背景上での超弦理論の解析は非常に困難で有名であり、有用な情報を得るのが難しいという問題があった。

また、1997年に Maldacena によって AdS/CFT 対応が提唱され、十年近くをかけた大きな発展を遂げていた。AdS/CFT 対応は、反ド・ジッター (Anti-de Sitter, AdS) 空間上の重力理論 (特に超弦理論) が共形場理論 (Conformal Field Theory, CFT) (特にゲージ理論) と等価であるという画期的な提案であり、ゲージ理論などよく知られている理論から量子重力を解析する手法を与えてくれる。ただし、AdS 空間上の超弦理論があまり理解されていないことも一つの原因として、弦理論特有な効果を取り入れることはほとんどできていなかった。

### 2. 研究の目的

以上の背景をもとに、一般的な非自明な時空上、特に AdS 空間上の超弦理論を解析する新しい手法を構築するのが本研究の主目的であった。

以前の研究において、3次元 AdS 空間上の弦理論を、動径方向のみの理論に帰着させる関係式を、より直観的な解析手法で再導出した。この直観的な解析手法は応用上非常に有用であり、我々は Fateev-Zamolodchikov-Zamolodchikov (FZZ) 双対性として知られていた一般化された T 双対性を証明することにも成功していた。

研究開始当時としては、この解析をより広いクラスの模型に拡張することで、2次元共形場理論間の新関係式を発見することが、具体的な研究目的のうち主要なものであった。さらに、超群の模型やコセット型の模型に応用することで、AdS 空間上の超弦理論の解析に向けた手がかりをつかめると期待していた。

### 3. 研究の方法

2次元共形場理論間の新関係式による研究手法の他にも補助的な研究手法が用意しており、その中の一つに高いスピンのゲージ理論とその AdS/CFT 対応への応用を利用するものがあった。この手法によるものが、結果としては本研究を通して最も主要な研究成果となった。

弦特有な状態の多くは高いスピンを持っており、弦としての効果が大きくなると考えら

れる高エネルギー領域では、高いスピンのゲージ理論で記述できると期待されていた。研究開始当初において、高いスピンのゲージ理論の研究が、AdS/CFT 対応への応用に関して大きな盛り上がりを見せていた。そこで、高いスピンのゲージ理論に関する新たな AdS/CFT 対応を見つけ出し、さらに超弦理論との関係を見出したいと考えた。

本研究の研究期間が始まる直前に、3次元の高いスピンのゲージ理論の超対称性をもつ場合において、新たな AdS/CFT 対応を提唱し検証を行った。高いスピンのゲージ理論として有名なものに Vasiliev 理論があるが、 $N=2$  の超対称性のある場合の Vasiliev 理論が、いわゆる CP(N) 風間・鈴木模型と対応するというのが主張であった。ボゾン場の場合についてはすでに AdS/CFT 対応が提唱されていたが、超弦理論との関係を議論するためには超対称性が必須と考えこのような拡張を行った。より詳細な関係性を議論するために、我々の提案した AdS/CFT 対応のさらなる検証を行い、うまく拡張するというのが、基本的な研究手法であった。

また、高いスピンのゲージ理論で超弦理論を記述するためには、ゲージ対称性を破る必要がある。AdS/CFT 対応を応用することで、対称性の破れとそれによってゲージ場が質量を持つようになる機構を解析した。

### 4. 研究成果

(1) 3次元 AdS 空間上の弦理論は SL(2) Wess-Zumino-Witten (WZW) 模型で記述することができる。Ribault-Teschner (RT) 関係式は SL(2) WZW 模型と Liouville 理論間の非自明な関係式のことであるが、我々は経路積分を利用することで、より直観的な方法により RT 関係式を再現することに成功していた。

我々はこの方法をより一般的な超群の WZW 模型に応用し、この模型の相関関数が量子 W 代数の対称性をもつ模型で計算できることを示した。量子 W 代数は、例えば  $sl(N)$  の場合には  $sl(2)$  をどのように埋め込むかで定まり、その埋め込み方は  $N$  の分解の方法で決定できる。今回は、 $N = 2 + (N-2) \times 1$  のように分解する場合について具体的な結果を得た。その他、 $2N = N \times 2$  の場合にも解析を行った。

この結果は、ある広いクラスの2次元共形場理論を、より基本的な理論で記述する方法を提案したという意味で興味深い結果である。この解析手法を特に AdS 空間上の超弦理論に応用することで、別のより基本的な理論による記述法を与えられるはずである。

(2) 3次元の高いスピンの超対称ゲージ理論による新たな AdS/CFT 対応を提唱したが、ボ

ソン場の場合に比べてまだ理解が足りていなかった。そこで、この新たな提案に関係するいくつかの基礎的な研究を行った。

高いスピンの超対称ゲージ理論において、場の数を半分に truncate した場合を考えた。この場合、超対称性が  $N=2$  から  $N=1$  に落ちている。我々はこの  $N=1$  超対称 Vasiliev 理論に双対な 2 次元共形場理論を提唱した。さらに、分配関数の一致など非自明な証拠を挙げた。

$N=2$  超対称性のある場合において、あるクラスの相関関数について、風間・鈴木模型による計算が高いスピンのゲージ理論から再現できることを示した。特に、超対称性の果たす役割を明白にした。

$SL(N+1) \times SL(N+1)$  Chern-Simons 理論において、超対称性を保つような Conical defect 解の分類を行った。この理論が、 $CP(N)$  風間・鈴木模型のユニタリティを破るようなパラメータ領域に対応すると提案し、いくつかの非自明な証拠を挙げた。

(3) 超弦理論との関係性をより具体的なものにするためには、我々の提案を拡張する必要があった。特に、高いスピンのゲージ場が行列に値をとる場合、 $N=3$  というより大きな超対称性のある場合について、新たな AdS/CFT 対応の提案を行い、様々な証拠を挙げた。

似たような提案は、ボソン場の場合の提案を行った Gaberdelil-Gopakumar によってもなされており、注目を集めている研究テーマである。これらの研究成果をまとめた応募論文により、第 11 回中村誠太郎賞を受賞している。

スピンを固定した場合、拡張する前の Vasiliev 理論には数個しか場が存在しないが、超弦理論には数多く場が存在してしまう。したがって、Vasiliev 理論で超弦理論を記述するためには自由度を増やす必要がある。ここでは、Vasiliev 理論において、場を行列化することで自由度を増やすことを考えた。4 次元のラージ  $U(N)$  Yang-Mills 場で 5 次元 AdS 空間上の超弦理論の状態数が説明できると同じ考え方である。

我々は、この拡張 Vasiliev 理論がグラスマン的模型と双対であると主張した。行列のサイズが 1 の時に元の提案に帰着すること、グラスマン的模型が自由場に帰着する極限では対称性やスペクトルが一致することから、このような提案を行った。極限を離れたところにおいても、ラージ  $N$  でのスペクトルの一致や低いスピンでの対称性の対応など、強い証拠を挙げた。

場を行列場にするだけで、自由度のミスマッチを解消することはできた。ただし、 $N=2$  の超対称性だけでは、超弦理論との関係性が議論しにくかった。そこで、より大きな超対称性のある場合と変形することで、どのような超弦理論と関係すべきか推定した。

一般的な 3 次元 Vasiliev 理論では最大  $N=2$  の超対称性しか持ちえないが、パラメータをうまく選び  $Z_2$  オービフォールドをとることで、任意の超対称性を持たせることができる。この高いスピンのゲージ理論が、グラスマン的模型のパラメータとヒルベルト空間が特定の場合に対応すると主張し、ラージ  $N$  でのスペクトルの一致など非自明な証拠を挙げた。

グラスマン的模型をゲージ化することで風間・鈴木模型を構成することもできるが、この場合と同様な手順を踏むと超対称性が  $N=2$  から  $N=3$  に拡張することが分かった。 $N=3$  の超対称性をもつ非自明な例の発見という意味でも特筆すべき研究成果と言える。 $N=3$  の超対称性により、関係すべき超弦理論の背景が  $AdS_3 \times M^7$  ( $M^7 = SU(3)/U(1)$  あるいは  $SO(5)/SO(3)$ ) であると推定した。検証の一つとして、超対称性で保護された BPS 状態の比較を行った。

(4) 超弦理論における高いスピンの状態はすべて質量をもっている。したがって、質量のないゲージ場の理論で超弦理論を記述するためには、ゲージ対称性を破ることで質量を持たせる必要がある。高いスピンのゲージ場の質量は、AdS/CFT 双対な理論では高いスピンのカレントの異常次元から計算することができる。

我々は共形摂動論という方法を用いることで、双対な理論の高いスピンのカレントの異常次元を計算した。さらに、共形摂動論による計算を、高いスピンのゲージ場における Witten 図による計算と関係づけた。その意味で、対称性の破れとそれによって生じる質量生成の機構を、AdS/CFT 対応を通じて定量的に理解することに成功した。

まずは、我々の  $N=3$  の対称性のある場合の提案に応用した。この場合、高いスピンの対称性は保たれているため、何らかの形で破る必要がある。 $N=3$  風間・鈴木模型には  $N=3$  超共形対称性を保つ変形が許され、特にラージ  $N$  でいわゆるダブルトレース型変形となっていることが分かった。一般にダブルトレース型変形は双対な場の境界条件の変形に対応することが知られており、この事実は今回の解析で重要な役割を果たした。

ここでは、この変形を行うことで高いスピンの対称性を破り、その結果生成される異常次

元を、 $1/N$  の一次ではあるが変形パラメータではすべての次数で求めた。R 電荷をもつ高いスピンの場については、質量の二乗がスピンに比例するという Regge 的なスペクトルを得ることができた。

3次元臨界  $O(N)$  模型は、4次元 Vasiliev 理論においてスカラー場の境界条件を特定の場合に選んだものと対応することが知られている。3次元臨界  $O(N)$  模型もそれを利用した AdS/CFT 対応も非常に基本的なものであるため、我々の手法がその場合に適応できるかどうか検証した。

臨界  $O(N)$  模型は繰り込み群の流れの固定点として実現されるため、変形パラメータが存在しない。ただし、その点を除けば、2次元風間・鈴木模型に関して行った解析がそのまま適用できることが分かった。具体的には、臨界  $O(N)$  模型における高いスピンのカレントの異常次元を  $1/N$  の一次で共形摂動論により再現した。さらに、4次元 Vasiliev 理論における 1 ループ Witten 図と関係づけることに成功した。

さらに、一般次元の臨界  $O(N)$  (あるいは  $U(N)$ ) 模型の場合、 $U(N)$  フェルミンによる Gross-Neveu 模型の場合、それを組み合わせた  $U(N)$  超対称模型の場合へと拡張した。特に、超対称模型には変形パラメータが存在するため、超弦理論における弦の固有長さのパラメータとの関係が議論でき興味深い。

3次元以上の共形場理論の研究は、bootstrap 法の再注目などにより最近大きな発展を遂げている。特に、臨界  $O(N)$  模型や Gross-Neveu 模型は基本的な模型であり、さらに高いスピンのカレントの異常次元は重要な物理量であるため、最近新たな視点による解析が盛んに行われている。我々の解析は、高いスピンのゲージ理論とその AdS/CFT 対応を用いた、さらなる解釈を与えているとも言える。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計14件)

Y. Hikida, T. Wada, Marginal deformations of 3d supersymmetric  $U(N)$  model and broken higher spin symmetry, JHEP, 査読有、03、2017、  
doi:10.1007/JHEP03(2017)047

Y. Hikida, T. Wada, Anomalous dimensions of higher spin currents in large  $N$  CFTs, JHEP, 査読有、01、2017、  
doi:10.1007/JHEP01(2017)032

Y. Hikida, Masses of higher spin fields on AdS<sub>4</sub> and conformal perturbation theory, Phys. Rev. D, 査読有、94、no. 2、2106、  
doi:10.1103/PhysRevD.94.026004

T. Creutzig, Y. Hikida, P. B. Rønne, Correspondences between WZNW models and CFTs with  $W$ -algebra symmetry, JHEP, 査読有、02、2016、  
doi:10.1007/JHEP02(2016)048

T. Creutzig, Y. Hikida, Higgs phenomenon for higher spin fields on AdS<sub>3</sub>, JHEP, 査読有、10、2015、  
doi:10.1007/JHEP10(2015)164

Y. Hikida, P. B. Rønne, Marginal deformations and the Higgs phenomenon in higher spin AdS<sub>3</sub> holography, JHEP, 査読有、07、2015、  
doi:10.1007/JHEP07(2015)125

T. Creutzig, Y. Hikida, P. B. Rønne, Higher spin AdS<sub>3</sub> holography and superstring theory, Proc. Symp. Pure Math., 査読有、93、2015、pp. 99-108

T. Creutzig, Y. Hikida, P. B. Rønne, Higher spin AdS<sub>3</sub> holography with extended supersymmetry, JHEP, 査読有、10、2014、  
doi:10.1007/JHEP10(2014)163

H. Afshar, T. Creutzig, D. Grumiller, Y. Hikida, P. B. Rønne, Unitary  $W$ -algebras and three-dimensional higher spin gravities with spin one symmetry, JHEP, 査読有、06、2014、  
doi:10.1007/JHEP06(2014)063

T. Creutzig, Y. Hikida, P. B. Rønne, Extended higher spin holography and Grassmannian models, JHEP, 査読有、11、2013、  
doi:10.1007/JHEP11(2013)038

T. Creutzig, Y. Hikida, P. B. Rønne, Higher spin AdS<sub>3</sub> supergravity and its CFT dual, Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser., 査読有、21、2013、pp. 163-164、  
doi:10.1142/S2010194513009628

Y. Hikida, Conical defects and  $N=2$  higher spin holography, JHEP, 査読有、08、2013、  
doi:10.1007/JHEP08(2013)127

T. Creutzig, Y. Hikida, P. B. Rønne, Three point functions in higher spin

AdS<sub>3</sub> supergravity, JHEP, 査読有、01、  
2013、  
doi:10.1007/JHEP01(2013)171

T. Creutzig, Y. Hikida, P. B. Rønne,  
N=1 supersymmetric higher spin  
holography on AdS<sub>3</sub>, JHEP, 査読有、02、  
2013、  
doi:10.1007/JHEP02(2013)019

[学会発表](計16件)

正田泰章、N=3 higher spin holography  
and superstring theory、日本物理学会  
第72回年次大会(招待講演)、2017年3  
月17日、大阪大学豊中キャンパス(大阪  
府・豊中市)

正田泰章、高いスピンのゲージ理論から  
AdS/CFTそして弦へ、日本物理学会2016  
年秋季大会(招待講演)、2016年9月22  
日、宮崎大学木花キャンパス(宮崎県・  
宮崎市)

正田泰章、Higher spin holography and  
Higgs phenomenon、Quantum Information  
in String Theory and Many-body Systems  
(招待講演)、2016年6月3日、京都大  
学基礎物理学研究所(京都府・京都市)

正田泰章、Higher spin fields, strings  
and AdS/CFT、String, Lattice, and  
Moonshine(招待講演)、2014年12月6  
日、立教大学池袋キャンパス(東京都・  
豊島区)

正田泰章、Higher spin AdS<sub>3</sub>  
holography and superstring theory、  
String-Math 2014、2014年6月10日、  
エドモントン(カナダ)

正田泰章、Higher spin fields, strings  
and AdS/CFT、研究集会「頂点作用素代数  
と超弦理論」、2014年1月31日、立教大  
学池袋キャンパス(東京都・豊島区)

正田泰章、Higher spin supergravity  
dual of Kazama-Suzuki model、YKIS2012  
(招待講演)、2012年10月19日、京都  
大学基礎物理学研究所(京都府・京都市)

正田泰章、Higher spin gauge theories  
and their CFT duals、場の理論と弦理論  
(招待講演)、2012年7月24日、京都大  
学基礎物理学研究所(京都府・京都市)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

正田 泰章 (HIKIDA, Yasuaki)

京都大学・基礎物理学研究所・特定准教授

研究者番号: 80567462