

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 5 月 31 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(A) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25247007

研究課題名(和文) 複雑な系の上の確率過程 離散モデルとそのスケール極限の解析

研究課題名(英文) Stochastic processes on disordered media -- discrete models and their scaling limits

研究代表者

熊谷 隆 (Kumagai, Takashi)

京都大学・数理解析研究所・教授

研究者番号：90234509

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 29,900,000円

研究成果の概要(和文)：ランダムな媒質中のダイナミクスとそのスケール極限について、体系的に解析を行った。大きな成果としては次が挙げられる。i) 境界のあるランダムなコンダクタンス上のマルコフ連鎖について、媒質について確率1での収束定理を広い範疇で証明した。ii) 2次元一様全域木と呼ばれる、スケール極限が共形不変なモデルについて、その上のランダムウォークの部分列の収束性を示し、極限過程の熱核評価を行った。iii) 測度距離空間における飛躍型確率過程に関する熱核評価の安定性を証明した。

研究成果の概要(英文)：We studied dynamics on random media and their scaling limits in a systematical way. Our major achievements are as follows: i) We proved convergence of Markov chains on random conductances with boundaries under a wide framework. The convergence is with probability one with respect to the randomness of the media. ii) We proved sub-sequential convergence of the random walk on 2-dimensional uniform spanning tree, which is a random media whose scaling limit is conformal invariant, and gave detailed estimates of the heat kernel for the limiting process. iii) We proved stability of heat kernel estimates for symmetric jump processes on metric measure spaces. This was one of the major open problems in the area for more than 10 years.

研究分野：確率論

キーワード：確率論 数理物理 解析学 複雑系 統計力学 熱方程式

## 1. 研究開始当初の背景

80年代後半以降、フラクタルを典型例とする複雑な系の上に確率過程を構成し、その熱核やスペクトルを解析する研究が大きく進展した。その後、研究代表者を含む各国の研究者達の一連の研究により、フラクタルで得られた劣ガウス型熱核評価などの性質が「安定性」を持つ、すなわち"理想的な"形状のフラクタルに限らず、ある種の摂動で不変な性質であることが明らかになった。その後のさらなる進展により、現在ではパーコレーションを典型例とするランダム媒質へも応用が進み、その結果これらのランダム媒質上の確率過程の研究が、活発に行われている。代表者と共同研究者の研究は、当該研究で世界の先端を走っており、代表者が2010年の夏にフランスの伝統ある夏の学校 St. Flour で行った講義の講義録(5. 図書2参照)は、様々な大学・研究所でセミナーテキストとして使われた。代表者は、研究集会での参加者との議論等を通じて、具体的な応用に動機づけられた確率論的ポテンシャル論の基礎理論の更なる推進と、その(ランダム媒質など)複雑な系への応用の重要性を再認識した。確率過程論の手法と実解析的手法の融合により、複雑な系を離散系・連続系の別なく統一的方法で解析するという大きな目標を掲げたことが、本研究の開始当初の背景である。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、フラクタルやランダムな媒質を典型例とする複雑な系の上で、確率論的手法と実解析的手法を融合させることより汎用性の高い手法を編み出し、広い範囲で離散モデルとそのスケール極限の上の物理現象を解析することである。そのための道具として確率論的ポテンシャル論の基礎理論を展開し、測度付き距離空間やグラフ上の調和解析学の発展にも寄与する事を目指した。具体的には、以下の3つの研究を柱としたアプローチを行った。

- A) 測度付き距離空間及びグラフ上の調和解析-確率論的ポテンシャル論の基礎理論展開
  - B) 離散複雑系の上のマルコフ連鎖の漸近評価と、そのスケール極限の解析
  - C) 複雑系の上の確率過程の調和解析とその工学・材料科学への応用
- 各々の研究は互いに有機的に結びつき、その相互作用により研究全体を推進させた。本研究は、複雑な系の動的理論を扱い、確率論的ポテンシャル論を用いて離散系と連続系を統一的に取り扱うという大きな特徴がある。

## 3. 研究の方法

(1)本研究内容について造詣が深く、研究代表者との個人的つながりもある9名の海外共同研究者(Barlow教授,Bass教授,Biskup教授,Chen教授,Deuschel教授,Croydon准教授,Grigoryan教授,Kim教授,Saloff-Coste

教授)を迎え、さらに Hambly 教授,Mathieu 教授らとも招聘や訪問による研究連絡を行い、いくつかの共同研究を推し進めた。海外主力研究者との広範なネットワークを生かした共同研究は、本研究の大きな特徴である。(2)研究目的のA)-C)に合わせて分担者をグループに分け、熊谷が中心となってセミナー、研究集会などで研究交流を行った。各々の専門を生かした形で、広い意味で複雑な系の上の離散確率過程とそのスケール極限に関連する研究を多面的・有機的に推し進めた。(3)研究期間中に多くの研究集会を行い(あるいはサポートし)、また代表者、分担者が多くの国際研究集会に招聘された。代表者、分担者が組織委員を務めた国際研究集会として、例えば以下のものが挙げられる。

Oberwolfach 研究集会「Heat kernels, Stochastic Processes and Functional Inequalities」(2013年5月5日-11日, Oberwolfach)

PIMS 研究集会「Recent Trends in Stochastic Analysis」(2013年7月22日-26日, Vancouver)

RIMS 研究集会「Stochastic Analysis」(2015年9月7日-11日, 京都大学)

「確率解析」(RIMS プロジェクト研究, 2015年度)

Oberwolfach 研究集会「Heat kernels, Stochastic Processes and Functional Inequalities」(2016年11月27日-12月3日, Oberwolfach)

この他、主に国内研究者を対象とした「確率論シンポジウム」を毎年12月に開催し、「確率論サマースクール」を2014年度、2016年度に開催するなど若手育成の役割も果たした。招待講演に関しての詳細は5.で記す。本研究を遂行中に、代表者の熊谷がソウルでのICMの招待講演を行い、代表者、分担者が数多くの国際研究集会で当該研究の詳細について講演を行ったことは、当該研究の国際的な関心の高さを裏付けるものである。

## 4. 研究成果

(1)総括： 分担者・連携研究者・海外共同研究者との連携により、離散複雑系とその極限に現れる連続系の上の物理現象を統一的に解析するという目的を、ある程度達成した。当初目標とした研究のうち、ランダム媒質中のマルコフ連鎖とそのスケール極限の解析については、確率論と実解析学の手法を融合させた議論により、境界のあるランダム媒質のマルコフ連鎖に関する quenched invariance principle を広い範囲で確立し、論文が雑誌に掲載された。また、共形不変なスケール極限を持つ確率モデルのダイナミクスについては、2次元uniform spanning tree 上のランダムウォークの部分列の収束と極限過程の熱核評価に関する成果を得て、様々な国際研究集会で高く評価された。飛躍型確率過程に関しては、一般の測度距離空間

における飛躍型確率過程に関する熱核評価や Harnack 不等式の同値条件を研究し、これらの安定性を証明することで、当該分野における 10 年以上の重要な未解決問題を解決した。また、有限グラフ列の上のマルコフ連鎖の族に関する研究の一環で、これらの直積空間上のマルコフ連鎖のカットオフ現象を解析するなど、当初予定していなかった方向にも研究が広がるという収穫を得た。これらは、国際的な研究者交流を積極的に進め、国際共同研究を深化、拡張したことが功を奏したものである。その結果、時間依存するランダム媒質の解析など、さらに興味深い方向性が広がってきている。当該研究は国際的に引き続き高い評価を受けており、国際研究集会については招待を受ける数が物理的限界を超え、断らざるを得ない場面が増えてきている。ポテンシャル論、実解析学を体系的に用いてランダム媒質を研究するという研究手法に磨きをかけて、更なる進展を目指したい。以下、代表者、分担者それぞれの主な研究成果を具体的に記す。

#### (2) 熊谷 隆

1 一般の測度付き距離空間における飛躍型確率過程に関するハルナック不等式の同値条件を研究し、これらの不等式の安定性を証明した。

2 一般の測度付き距離空間における飛躍型確率過程に関する熱核評価の同値条件を研究し、熱核の安定性を証明した。これにより、当該分野における 10 年以上の重要な未解決問題が解決した。

3 時間依存する離散的なランダム媒質においては、媒質の小さな摂動で離散時間マルコフ連鎖の長時間挙動が大きく変わり得ることを示した。これにより、時間依存しないランダム媒質との顕著な違いが明確になった。

4 2次元 uniform spanning tree (UST) 上のランダムウォークの収束について考察した。ランダムウォークのスケール列の部分列が、UST 上のブラウン運動に収束する事を示し、さらに極限過程の熱核の詳細な評価を得た。

5 ランダムコンダクタンスモデルで、コンダクタンスの値が上から有界、原点周辺で多項式増大する場合に、対応するマルコフ連鎖の熱核の精密な評価を与えた。特に、ガウス型熱核評価をもつための条件を、原点での増大度のオーダーを用いて導き出した。

#### (3) 相川弘明

1 非有界集合の容量密度について考察した。半径一定の球に対する容量密度の中心を動かしたときの下限（下容量密度）を研究し、半径を大きくしたときの下容量密度の極限値は 0 か 1 に限る 0-1 法則 (dichotomy) を様々な状況で示した。

2 グラフで与えられた領域が大域的境界 Harnack 原理をみたすかどうかについて研究し、成立するためのグラフのシャープな滑ら

かさを明らかにした。また、様々な容量大域平均の 0-1 法則を導いた。

3 一般領域の Dirichlet 最小固有値を容量的幅を用いて評価した。熱半群に対する intrinsic ultracontractivity を容量的幅と Green 関数により導いた。集合の capacity に関する密度を考察し、密度をとる球の半径が大きくなったときの極限は 0 か 1 しかないことを導いた。

#### (4) 舟木直久

1 発散項を持つ確率偏微分方程式である KPZ 方程式、多成分 KPZ 方程式、質量保存確率アレン・カーン方程式の鋭敏界面極限、確率的摂動を持つ平均曲率運動、数理生物で用いられる adaptive dynamics の基礎付け、1 階の確率偏微分方程式の離散近似などについて考察した。

2 多成分がカップルした KPZ 方程式は流体力学揺動理論において重要な役割を果たすが、無限大の発散を繰り込む必要がある。単純な繰り込みを行った場合と、不変測度の解析に適した繰り込みを行った場合の違いをパラコントロール理論を用いて解析した。

3 水中の泡の運動を記述する Rayleigh-Plesset 方程式の確率摂動ならびに界面揺動を記述する KPZ 方程式の不変測度等について調べた。

4 ヤング図形の集合上で空間的な一様性のない保存量から定まるカノニカルなアンサンブルを考え、サイズを大きくする極限の下でのアンサンブル同値を示した。

#### (5) 竹田雅好

1 既約性、強フェラー性、緊密性なる三つの性質をもつ対称マルコフ過程の半群はコンパクト作用素になることを示し、時間変更過程や吸収壁マルコフ過程の半群やファインマン・カツ半群の中に応用例を見つけた。

2 ランダムな時間変更を定義するスムーズ測度がグリーン緊密であれば、時間変更過程のマルコフ半群がコンパクトになることを示し、対称安定過程の場合にはグリーン緊密性がコンパクトであるための必要十分条件になる場合があることを示した。

3 ディリクレ形式にポテンシャル項を加えてできる正定値シュレディンガー形式に対する臨界性・劣臨界性、最大値の原理、リユービル性の判定を時間変更過程のスペクトル下限で与えた。

4 強 Feller 性と既約性を持つ対称マルコフ過程に対して、そのレゾルベントにある種の緊密性を仮定すると、その生成作用素に ground state が存在することを示した。その応用として、一様な Donsker-Varadhan 型大偏差原理を示した。

#### (6) 木上淳

1 Stretched Sierpinski gasket と呼ばれる Sierpinski gasket の分岐点を区間で置き換

えた集合上の確率過程の研究を行い、symmetric な local regular Dirichlet form の完全な分類を行った。

2 Z.-Q. Chen 氏との共同研究により、jump 核の下からの評価が任意の annulus の一定の割合の領域の上で成り立つ場合に、その領域上で対応する熱核の下からの評価が得られることを、幾つかの例において示した。

3 N-次元の立方体を含む Sierpinski carpets 上の Brownian motion の time change について考察を行い、time change が可能であり、熱核が存在し連続関数になるための十分条件や、熱核の漸近挙動について幾つかの結果を得た。

4 ユークリッド空間を含む Sierpinski carpet 上のブラウン運動の時間変更について考察し、スピード測度がユークリッド距離に対して volume doubling property を持つ時には、ユークリッドの距離と quasisymmetric な距離が存在して、時間変更過程の熱核はその距離に関して劣ガウス型の評価を持つことを示した。

#### (7)日野正訓

1 一般の状態空間において強局所ディリクレ形式に低階項の摂動を加えた2次形式に付随する正值保存半群の短時間漸近評価について研究し、半群が積分型ヴァラダン評価を持つための十分条件を与えた。

2 一般の状態空間における強局所正則ディリクレ形式に付随する指数の決定問題に取り組み、ある付加条件の下で指数がスペクトル次元で上から評価されることを証明した。

3 フラクタル上のエネルギー測度の分布についての研究を行った。R. Bell, C. W. Ho, R.S. Strichartz による先行研究において提出された2つの予想のうち1つを肯定的に解決した。

4 ウィナー空間上の局所有界変動関数に関する理論展開を行った。一般論および確率解析への応用を論じ、従前知られていた有界変動関数の場合とほぼ同様な結果が得られることを示した。また、古典ウィナー空間における具体的な集合の指示関数が局所有界変動となるための十分条件を与えた。

#### 5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 36 件(うち 21 件記載))  
すべて査読有り

1 P. Kim, T. Kumagai and J. Wang, Laws of the iterated logarithm for symmetric jump processes. Bernoulli 23 (2017), no. 4A, 2330–2379. DOI: 10.3150/16-BEJ812

2 M.T. Barlow, D. Croydon and T. Kumagai, Subsequential scaling limits of simple random walk on the two-dimensional uniform spanning tree. Ann. Probab. 45 (2017), no. 1, 4–55. DOI: 10.1214/15-AOP1030

3 T. Funaki and M. Hoshino, A coupled KPZ equation, its two types of approximations and existence of global solutions. J. Funct. Anal. 273 (2017), no. 3, 1165–1204. DOI: 10.1016/j.jfa.2017.05.002

4 M. Hino, Indices of Dirichlet forms. Sugaku Expositions 30 (2017), no. 2, 187–205. DOI: 10.1090/suga/423

5 R. Huang and T. Kumagai, Stability and instability of Gaussian heat kernel estimates for random walks among time-dependent conductances. Electron. Commun. Probab. 21 (2016), Paper No. 5, 11 pp. DOI: 10.1214/15-ECP4347

6 H. Aikawa, Construction of a domain that fails the global boundary Harnack principle via the Helmholtz equation. J. Lond. Math. Soc. (2) 93 (2016), no. 3, 721–740. DOI: 10.1112/jlms/jdw016

7 M. Takeda, Criticality for Schrödinger type operators based on recurrent symmetric stable processes. Trans. Amer. Math. Soc. 368 (2016), no. 1, 149–167. DOI: 10.1090/tran/6319

8 M. Hino, Some properties of energy measures on Sierpinski gasket type fractals. J. Fractal Geom. 3 (2016), no. 3, 245–263. DOI: 10.4171/JFG/36

9 O. Boukhadra, T. Kumagai and P. Mathieu, Harnack inequalities and local central limit theorem for the polynomial lower tail random conductance model. J. Math. Soc. Japan 67 (2015), no. 4, 1413–1448. DOI: 10.2969/jmsj/06741413

10 Z.-Q. Chen, D. Croydon and T. Kumagai, Quenched invariance principles for random walks and elliptic diffusions in random media with boundary. Ann. Probab. 43 (2015), no. 4, 1594–1642. DOI: 10.1214/14-AOP914

11 H. Aikawa, Intrinsic ultracontractivity via capacitary width. Rev. Mat. Iberoam. 31 (2015), no. 3, 1041–1106. DOI: 10.4171/RMI/863

12 E. Bolthausen, T. Chiyonobu and T. Funaki, Scaling limits for weakly pinned Gaussian random fields under the presence of two possible candidates. J. Math. Soc. Japan 67 (2015), no. 4, 1359–1412. DOI: 10.2969/jmsj/06741359

13 M. Hino, Functions of locally bounded variation on Wiener spaces. Festschrift M. Fukushima, 219–236, Interdiscip. Math. Sci., 17, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2015. DOI: 10.1142/9789814596534\_0013

14 T. Kumagai, Anomalous random walks and diffusions: from fractals to random media. Proceedings of the International Congress of Mathematicians—Seoul 2014. Vol. IV, 75–94, Kyung Moon Sa, Seoul, 2014.

ISBN:978-89-6105-807-0

15 H. Aikawa, Extended Harnack inequalities with exceptional sets and a boundary Harnack principle, *J. Anal. Math.* 124 (2014), 83–116.

DOI: 10.1007/s11854-014-0028-3

16 T. Funaki, Equivalence of ensembles under inhomogeneous conditioning and its applications to random Young diagrams. *J. Stat. Phys.* 154 (2014), no. 1-2, 588–609.

DOI: 10.1007/s10955-013-0841-6

17 M. Takeda, A variational formula for Dirichlet forms and existence of ground states. *J. Funct. Anal.* 266 (2014), no. 2, 660–675. DOI: 10.1016/j.jfa.2013.10.024

18 M. Hino, Geodesic distances and intrinsic distances on some fractal sets. *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* 50 (2014), no. 2, 181–205. DOI: 10.4171/PRIMS/129

19 D.A. Croydon, A. Fribergh and T. Kumagai, Biased random walk on critical Galton-Watson trees conditioned to survive, *Probab. Theory Relat. Fields*, 157 (2013), 453–507. DOI: 10.1007/s00440-012-0462-z

20 M. Takeda, A tightness property of a symmetric Markov process and the uniform large deviation principle. *Proc. Amer. Math. Soc.* 141 (2013), no. 12, 4371–4383. DOI: 10.1090/S0002-9939-2013-11696-5

21 J. Kigami, Transitions on a noncompact Cantor set and random walks on its defining tree. *Ann. Inst. Henri Poincaré Probab. Stat.* 49 (2013), no. 4, 1090–1129.

DOI: 10.1214/12-AIHP496

[学会発表](計 61 件(うち 31 件記載))

1 熊谷隆, Time changes of stochastic processes: Convergence and heat kernel estimates, *Random walks with memory at CIRM*, 2017, 招待講演

2 竹田雅好, Criticality and Subcriticality for Positive Schrödinger Forms, *Dirichlet forms and their geometry*, 2017, 招待講演

3 木上淳, Completely symmetric resistance forms on the stretched Sierpinski gasket, *Dirichlet forms and their geometry*, 2017, 招待講演

4 日野正訓, An integrated version of Varadhan's asymptotics for lower order perturbations of strong local Dirichlet forms, *Dirichlet forms and their geometry*, 2017, 招待講演

5 熊谷隆, 複雑な系の上の異常拡散現象の解析, 日本数学会秋季総合分科会, 企画特別講演, 2016, 招待講演

6 熊谷隆, Stability of heat kernel estimates and parabolic Harnack inequalities for jump processes on metric measure spaces, *SPDE and Related Fields*, 2016,

招待講演

7 熊谷隆, Time changes of stochastic processes on fractals, *Fractality and Fractionality*, Lorentz Center, 2016, 招待講演

8 舟木直久, Sharp interface limit for a stochastically perturbed mass conserving Allen-Cahn equation, *SPDE and Related Fields*, 2016, 招待講演

9 相川弘明, Minimal smoothness for the global boundary Harnack principle, *3rd Workshop on Probability Theory and its Applications*, 2016, 招待講演

10 竹田雅好, Spectral properties of symmetric Markov processes with tightness property, *SPDE and Related Fields*, 2016, 招待講演

11 木上淳, Time change of Brownian motion: Poincaré inequality, heat kernel estimate and protodistance, *2016 Joint Mathematics Meeting, AMS special session "Fractal Geometry and Dynamical Systems"*, 2016, 招待講演

12 日野正訓, Integrated version of Varadhan's asymptotics for first-order perturbations of strong local Dirichlet forms, *The 8th international conference on stochastic analysis and its applications*, 2016, 招待講演

13 熊谷隆, Stability of heat kernel estimates and parabolic Harnack inequalities for jump processes on metric measure spaces, *SPA 2015 at Oxford*, 2015, 招待講演

14 熊谷隆, Recent topics on random conductance model, *2016 Spring Probability Workshop at Academia Sinica*, 2015, 招待講演

15 舟木直久, Coupled KPZ equations, *Current Topics in Mathematical Physics and Probability*, 2015, 招待講演

16 相川弘明, Elliptic and parabolic boundary Harnack principles for nonsmooth domains, *PDEs, Potential Theory, and Function Spaces*, 2015, 招待講演

17 日野正訓, On the distribution of energy measures on Sierpinski gasket type fractals, *International Conference on Stochastic Analysis and Related Topics at Wuhan*, 2015, 招待講演

18 熊谷隆, Anomalous random walks and diffusions: From fractals to random media, *ICM 2014, Seoul*, 2014, 招待講演

19 熊谷隆, Heat kernel estimates and local CLT for random walk among random conductances with a power-law tail near zero, *ASC-IMS 2014 Annual Meeting at Sydney*, 2014, 招待講演

20 舟木直久, Sharp interface limit for mass conserving Allen-Cahn equation with stochastic term, *Math. and its applica-*

tions to complex phenomena arising in biology, chemistry and medicine at CIRM, 2014, 招待講演

21相川弘明, Intrinsic ultracontractivity and the boundary Harnack principle, 7th International Conference on Stochastic Analysis and its Applications, 2014, 招待講演

22竹田雅好, Criticality and subcriticality of generalized Schrödinger forms, Oberwolfach, 2014, 招待講演

23日野正訓, Functions of locally bounded variation on Wiener spaces, Oberwolfach, 2014, 招待講演

24木上淳, Dirichlet forms on p-adic numbers and random walks on the associated tree, Oberwolfach, 2014, 招待講演

25熊谷隆, Quenched invariance principles for random walks and random divergence forms in random media with a boundary, PRIMA 2013, 2013年, 招待講演

26熊谷隆, Biased random walk on critical Galton-Watson trees conditioned to survive, Random media, 2013, 招待講演

27舟木直久, Invariant measures for a linear stochastic heat equation related to the KPZ equation, 36<sup>th</sup> Conference on Stochastic Processes and their Applications at Boulder, 2013, 招待講演

28相川弘明, Intrinsic ultracontractivity and boundary Harnack principle - a unified approach with capacitary width, Evolutionary problems Seminar, Institut Mittag-Leffler, 2013, 招待講演

29竹田雅好, A variational formula for Dirichlet forms and existence of ground states, Dirichlet forms and applications, 2013, 招待講演

30日野正訓, Measurable Riemannian Structures associated with Dirichlet forms, The Asian Math. Conference 2013, 招待講演

31木上淳, Partition, volume doubling property and quasisymmetry, Interaction between analysis and geometry, workshop III: Non-smooth geometry, 2013, 招待講演

#### 〔図書〕(計 2 件)

1 T. Funaki, Lectures on random interfaces. SpringerBriefs in Probability and Math. Statistics. Springer, Singapore, (2016). 138 pages. ISBN: 978-981-10-0848-1

2 T. Kumagai, Random walks on disordered media and their scaling limits. Lect. Notes in Math., Vol. 2101, École d'Été de Probabilités de Saint-Flour XL--2010. Springer, New York, (2014). 147 pages.

#### 〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

#### 〔その他〕

ホームページ等

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kumagai/kumpre.html>

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

熊谷 隆 (KUMAGAI, Takashi)  
京都大学・数理解析研究所・教授  
研究者番号: 90234509

##### (2) 研究分担者

相川 弘明 (AIKAWA, Hiroaki)  
北海道大学・大学院理学研究院・教授  
研究者番号: 20137889

舟木 直久 (FUNAKI, Tadahisa)  
東京大学・大学院数理科学研究科・教授  
研究者番号: 60112174

竹田 雅好 (TAKEDA, Masayoshi)  
東北大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号: 30179650

木上 淳 (KIGAMI, Jun)  
京都大学・大学院情報学研究科・教授  
研究者番号: 90202035

日野正訓 (HINO, Masanori)  
(平成 27 年度末まで)  
大阪大学・基礎工学部・教授  
研究者番号: 40303888

(平成 28 年度から)  
京都大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号: 40303888

##### (3) 連携研究者

重川 一郎 (SHIGEKAWA, Ichiro)  
京都大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号: 00127234

小谷 元子 (KOTANI, Motoko)  
東北大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号: 50230024

白井 朋之 (SHIRAI, Tomoyuki)  
九州大学・大学院マス・フォア・インダストリ研究所・教授  
研究者番号: 70302932

福島 竜輝 (FUKUSHIMA, Ryoki)  
(平成 27 年度末まで)  
京都大学・数理解析研究所・講師  
研究者番号: 60527886  
(平成 28 年度から)  
京都大学・数理解析研究所・准教授  
研究者番号: 60527886