

平成 30 年 8 月 29 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2013～2017

課題番号：25287029

研究課題名(和文)力学系の位相計算理論の応用展開

研究課題名(英文) Development and Application of Topological Computation Theory for Dynamical Systems

研究代表者

國府 寛司 (Kokubu, Hiroshi)

京都大学・理学研究科・教授

研究者番号：50202057

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 14,000,000円

研究成果の概要(和文)：様々な科学・技術分野に現れるダイナミクスを理解するために、トポロジーと計算機を援用して、その大域的構造の情報を取り出す位相計算理論と呼ばれる方法の理論と応用の研究を行った。特に応用として、生命科学分野に現れる遺伝子制御ネットワークのようなネットワークダイナミクスや、気象データなどのノイズを含む時系列データからダイナミクスの情報を取り出す新しい解析方法を開拓した。

研究成果の概要(英文)：Combining ideas and methods from Topology and Coputation, a new method, called the topological computation theory for global structures of dynamical systems, has been developed in order to give better understandings of dynamics appearing in various fields of Science and Technology. As its applications, studied are network dynamics such as the gene regulatory network in the Life Science, as well as the development of a new dynamical time-series analysis method which extracts information on underlying dynamics from noisy time-series data such as meteorological observation data.

研究分野：力学系理論

キーワード：力学系 トポロジー 計算機援用解析 時系列 気象学 位相計算 生命科学 ネットワーク

### 1. 研究開始当初の背景

決定論的な時間発展法則に従うシステムの数学的定式化である力学系は、数学的研究対象であるだけでなく、自然科学、工学から社会科学にいたる多様な非線型現象の数理モデルとして頻りに現れ、その解析は現象の理解に不可欠の重要性を持つ。近年、非線型現象の研究は急速に進展し、より大域的で複合的な要因を持つ現象に関心が持たれ研究されているが、そこでは力学系の大域的性質の理解が本質的な役割を果たしている。しかし、力学系の大域的構造や、その摂動による変化としての大域的な分岐についての数学的な理解は十分とは言えない。

近年、複雑ネットワークのダイナミクスや、振動子やカオスの力学系を多数集めて相互作用させた結合力学系が現象の数理モデルとして頻りに用いられている。そのような力学系においては実験や数値シミュレーションにより様々な興味深い振る舞いを示す解が発見されており、未開拓の豊かな数理的世界の広がりが感じられる。

申請者はこれまで、力学系の大域的構造と分岐の研究を行って来た。特に最近、Rutgers大学の K. Mischaikow らと共同で、位相的方法に精度保証付き数値計算を融合させた力学系の位相計算的方法の研究を行い、力学系の大域的構造の最も基本的な情報を組合せ的数据として表し、力学系の大域的分岐を捉える方法とソフトウェアを開発した。また、世界的にも精度保証付き数値計算を用いた力学系の計算機援用解析の研究は大きく発展し、定常解や周期解などの多様な解の追跡、力学系の双曲性検証などの多くの成果が得られている。そのような結果を統合して、力学系の位相計算理論を諸科学・諸分野の重要な問題に有用な方法として応用展開する契機が生まれていると感じられ、本研究の申請を行った。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、申請者がこれまで行ってきた力学系の位相計算理論や関連する多くの計算機援用解析の研究成果を踏まえて、新たな理論的發展を目指すとともに、特に気象学と生命科学に重点を置いてその応用展開を推進することにより、力学系の位相計算理論の諸科学・諸分野への応用の可能性を明らかにすることである。これにより、様々な非線型現象の数理モデルとして与えられる力学系の大域的構造や分岐を解明するための新しい数理的方法が整備され、将来は、物理学、工学、生命科学から社会科学にいたる広い分野で、非線型現象の解明のための標準的な方法論として提供できるようになることが期待される。

### 3. 研究の方法

力学系の位相計算理論の応用展開の可能性を明らかにするために、本研究では、(A) 力学系の位相計算理論の応用に向けた理論的基盤の整備と発展、(B) 生命科学などに見られるネットワーク構造を持つダイナミクスへの位相計算理論の応用展開、(C) 気象学などに現れる大規模な数理モデルや観測データを持つシステムのダイナミクスへの位相計算理論の応用展開、の3つの課題を設定し、連携研究者と緊密に連絡を取りながら研究を進める。さらに力学系の位相計算理論の新たな分野への応用展開の可能性の開拓にも取り組む。

### 4. 研究成果

本研究の成果は前項の3つ研究課題に対応して、以下の3つに大別される：

(A) 力学系の位相計算理論の基盤の整備と発展

力学系の位相的不変量である Conley 指数は力学系を表現する写像のホモロジーから与えられるが、位相計算理論においては力学系の組合せ多価写像表現から元の力学系のホモロジーを計算できるかが重要となる。本研究では写像を拡張した対応の概念を用いて、組合せ多価写像から計算されるホモロジーが正しく元の力学系のホモロジーを与えるための条件を与えた。また、常微分方程式から生成される力学系に対して位相計算理論を適用する際の時間差分幅などの計算パラメータの選択のための指針として Lohner 法と Taylor 法についての比較検討を行った。雑誌論文、および学会発表、

(B) 生命科学などに見られるネットワーク構造を持つダイナミクスへの位相計算理論の応用展開

本課題については、主として、(i) 遺伝子制御ネットワーク系などの生命科学などに見られるネットワーク構造を持つ力学系について、Fiedler-望月理論を用いた大域アトラクターの Morse 分解の研究、および(ii) switching system と呼ばれるヘビサイド関数による非線型性を持つネットワーク力学系に対する位相計算理論に基づく解析を行った。

(i) では、与えられた遺伝子制御ネットワークに対し、Fiedler-望月理論で与えられる Feedback Vertex Set のノードから取り出した時系列データだけを用いて、その制御ネットワーク力学系の大域アトラクタの Morse 分解が復元できることを示し、概日リズムを生成する Mirsky の遺伝子制御ネットワークの数値計算データに適用して、実際の Morse 分解を再構成できることを確認した。

(ii) では 2 変数の switching system の Morse 分解がその特異摂動であるなめらかな常微

分方程式系の Morse 分解を与えることを証明し、さらにそれを一般次元に拡張することに成功した。  
雑誌論文 および学会発表

(C) 気象学などに現れる大規模な数理モデルや観測データを持つシステムのダイナミクスへの位相計算理論の応用展開  
力学系から生成される時系列データから元の力学系の大域的構造、特に Morse 分解を復元する方法を、力学系の位相計算理論の応用として開発した。また、その位相計算的時系列解析法を、北半球の冬季の成層圏と対流圏における気圧配置再解析データに適用し、気圧配置の遷移に関する気象学者の従来知見と合致する結果を得た。気圧配置データは観測などに由来するノイズを必然的に含んでいるため、そのノイズの影響を除去してその背後にある力学系の情報を取り出すことが必要であり、そのための方法を位相計算的解析法と組合せた点に新規性がある。この方法は様々な実験・観測データに適用でき、従来のアトラクタ埋め込みに基づく時系列解析法を補完する研究方法になると期待される。  
学会発表

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計4件)

Freddy Dumortier, Santiago Ibanez, Hiroshi Kokubu, and Carles Simo,  
About the unfolding of the Hopf-zero singularity  
Discrete and Continuous Dynamical Systems A, Vol.33, No.10 (2013), 4435-4471.  
doi: 10.3934/dcds.2013.33.4435  
(査読あり)

Shaun Harker, Hiroshi Kokubu, Konstantin Mischaikow, Paweł Pilarczyk,  
Inducing a map on homology from a correspondence,  
Proceedings of American Mathematical Society, 144 (2016), pp. 1787-1801.  
<http://dx.doi.org/10.1090/proc/12812>  
Article electronically published on August 12, 2015  
(査読あり)

Tomoyuki Miyaji, Paweł Pilarczyk, Marcio Gameiro, Hiroshi Kokubu, and Konstantin Mischaikow,  
A study of rigorous ODE integrators for multi-scale set-oriented computations,

Applied Numerical Mathematics, 107 (2016), pp. 34-47  
DOI: 10.1016/j.apnum.2016.04.005  
Final version published online: 25-MAY-2016  
(査読あり)

Tomas Gedeon, Shaun Harker, Hiroshi Kokubu, Konstantin Mischaikow, Hiroe Oka,  
Global dynamics for steep nonlinearities in two dimensions,  
Physica D, 339 (2017), 18-38.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.physd.2016.08.006>  
(査読あり)

[学会発表](計14件)

Hiroshi Kokubu  
Detecting Morse Decompositions of the Global Attractor of Regulatory Networks by Time Series Data  
IMA Workshop "Topological Structures in Computational Biology"  
December 9-13, 2013, IMA, U Minnesota  
\* 国際学会, 招待講演

Hiroshi Kokubu  
Analysis of Global Dynamics from Time-series Data: Case Studies  
IMA Workshop "Algebraic Topology in Dynamics, Differential Equations, and Experimental Data"  
February 10-14, 2014, IMA, U Minnesota  
\* 国際学会, 招待講演

Hiroshi Kokubu  
Morse decompositions of dynamical systems from time-series data  
2015 NCTS Workshop on Dynamical Systems, National Center for Theoretical Sciences, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, May 21-23, 2015  
\* 国際学会, 招待講演

Hiroshi Kokubu  
Dynamical time series analysis based on topological computation theory for global dynamics  
2015 International Conference on Nonlinear Economic Dynamics,  
Tama Campus, Chuo University, June 25-27, 2015  
\* 国際学会, 基調講演

Hiroshi Kokubu

Morse decomposition of regulatory networks via its determining nodes  
Mini-symposium "Dynamics of Chemical, Metabolic, and Gene Regulatory Networks", Equadiff 2015  
Lyon, France, July 6-10, 2015  
\* 国際学会, 招待講演

Hiroshi Kokubu  
Dynamical time-series analysis for Morse decomposition  
- an application to meteorological data with noise -  
Workshop on Stochastic Dynamics  
Chinese Academy of Science, Beijing, China, August 6-9, 2015  
\* 国際学会, 招待講演

Hiroshi Kokubu  
Dynamical time-series analysis for Morse decomposition  
- an application to noisy meteorological data -  
Special Session on Topological Data Analysis,  
AMS Fall Eastern Sectional Meeting, Rutgers University, New Brunswick, USA  
November 14-15, 2015  
\* 国際学会, 招待講演

Hiroshi Kokubu  
Morse Decompositions of global dynamics from image data  
Patterns of Dynamics, Conference in Honor of Bernd Fiedler  
Free University of Berlin, Berlin, Germany  
July 25-29, 2016  
\* 国際学会, 招待講演

Hiroshi Kokubu  
Topological Computation Theory for Global Dynamics of Multi-Parameter Systems  
International Conference on Difference Equations and Applications 2016  
I-site Namba, Osaka Prefectural University, Osaka, Japan  
July 25-29, 2016  
\* 国際学会, 基調講演

Hiroshi Kokubu  
Morse Decompositions of Regulatory Networks via determining nodes  
International Conference "Patterns and Waves 2016"  
Hokkaido University, Sapporo  
August 1-5, 2016

\* 国際学会, 招待講演

Hiroshi Kokubu  
Computer-assisted methods for detecting global structure of dynamics  
SCAN 2016  
Uppsala University, Uppsala, Sweden  
September 26-29, 2016  
\* 国際学会, 基調講演

Hiroshi Kokubu  
Morse decomposition of dynamical systems from time-series data  
International Conference "Mathematical Analysis on Nonlinear PDEs"  
Tohoku University, Sendai  
January 6-9, 2017  
\* 国際学会, 招待講演

Hiroshi Kokubu  
Global dynamics of systems with steep nonlinearities  
Special Session "Morse, Conley, and Forman Approaches to Smooth and Discrete Dynamics"  
Mathematical Congress of the Americas, Montreal, Canada  
July 24-28, 2017  
\* 国際学会, 招待講演

Hiroshi Kokubu  
Stability and bifurcations of some simple models of the human bipedal locomotion  
The Third International Conference on the Dynamics of Differential Equations  
Hiroshima University, Japan  
March 14-18, 2018  
\* 国際学会, 招待講演

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:

発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

國府寛司 (KOKUBU, Hiroshi)  
京都大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号：5 0 2 0 2 0 5 7

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

平岡裕章 (HIRAOKA, Yasuaki)  
東北大学・材料科学高等研究所・教授  
研究者番号：1 0 4 3 2 7 0 9

荒井 迅 (ARAI, Zin)  
中部大学・創発学術院・教授  
研究者番号：8 0 3 6 2 4 3 2

高橋博樹 (TAKAHASHI, Hiroki)  
慶応義塾大学・理工学部・准教授  
研究者番号：0 0 4 6 7 4 4 0

坂上貴之 (SAKAJO, Takashi)  
京都大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号：1 0 3 0 3 6 0 3

望月敦史 (MOCHIZUKI, Atsushi)  
理化学研究所・望月理論生物学研究室  
・主任研究員  
研究者番号：1 0 3 0 4 7 2 6

稲津 將 (INATSU, Masaru)  
北海道大学・理学研究院・教授  
研究者番号：8 0 4 2 2 4 5 0

### (4) 研究協力者

( )