

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 6 月 14 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25330007

研究課題名(和文)立体折紙の計算理論の展開と計算折紙ソフトウェアの開発

研究課題名(英文)Towards 3D computational origami - theory and software development

研究代表者

井田 哲雄 (IDA, Tetsuo)

筑波大学・システム情報系(名誉教授)・名誉教授

研究者番号：70100047

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：立体折紙を計算論的な観点から検討し、折紙および折紙を折るプロセスをコンピュータ代数系および証明支援系を駆使して厳密にモデル化し、もの作り技術や芸術折紙創作の基礎となる理論的枠組みを構築した。それと共に、研究の進展を支援し、さらなる応用を図るために立体折紙の作成を可能とするソフトウェアを開発した。開発したソフトウェアは、当研究に先立って開発したE-origami system Eosの機能を拡張したシステムである。このシステムを活用して、結び目折りの解析及び、コンピュータによる自動生成・検証を実現した。

研究成果の概要(英文)：We studied 3D origami from a computational point of view. Namely, we modeled the 3D origami folding employing computer algebra systems and proof assistants to construct the theoretical framework for 3D origami technology. At the same time, we have developed software system that supports the development of the research on 3D origami based on E-origami system Eos developed prior to this research project. Specific outcomes are as follows. (1) We analyzed and implemented knot folding. Knot folding requires the analysis of the overlapping of origami faces from the viewpoint of 3D origami. (2) We found that the geometric algebra is effective for modeling 3D origami. We developed a version of the geometric algebra for 3D origami modeling, and expressed in the geometric algebra the set of fold operations known as Huzita-Justin's set of elementary operations and verified its effectiveness. (3) We proposed an axiomatic system of n-dimensional origami, which generalizes the 2D and 3D origami.

研究分野：情報学基礎・情報学基礎理論

キーワード：計算モデル論 計算折紙 立体折紙 記号計算 自動定理証明 ソフトウェア検証 計算幾何

## 1. 研究開始当初の背景

形に関する科学技術は身近な学問であり、応用の裾野が広い。折紙の科学技術は形の科学技術の中でもユニークな位置を占め、その発展は科学技術のみならず日常生活にも様々な波及効果をもつ。折紙は日本の伝統工芸でもあり、また折り畳みの技術を考える上での抽象的な幾何モデルでもある。折紙は教育素材として、また趣味の対象として長年人々に親しまれてきたが、折紙を科学技術に応用する研究は近年国際的に大きな盛り上がりを見せている。折紙は折り畳みを用いる物作りの要素技術として重要性が広く認識されてきている。折り方のアルゴリズムについては、多くの文献にも一部収録されている。しかし、折紙の構築全体を構成論的にとらえるアプローチは私たち独自のものである。これまで科研費の支援を得て、私たちは折紙の折り方の数理論的な研究を推進し、折紙を広く幾何オブジェクトの計算(構築)の体系としてとらえ、研究を展開してきた。

国際的には、折紙を様々な視点から論ずる、OSME (Origami Science, Mathematics and Education)の研究コミュニティ、幾何定理自動証明 ADG(Automated Deduction in Geometry)の研究コミュニティ、数学知識管理 MKM (Mathematical Knowledge Management)研究のコミュニティなどがあり、私たちの研究の方法論を支援、また共に競い合う事になる。

## 2. 研究の目的

私たちが目指すのは、折紙という抽象的幾何オブジェクトの創成プロセスを考究することによって、立体折紙の基礎理論及び工学的応用の展開に寄与することである。

本研究では、折紙は適切な剛体性を備えた平面素材、「折ること」は幾何オブジェクトの帰納的プログラミングの実行と抽象化する。折紙は具体的な作品としてだけでなく、

立体(3次元)幾何オブジェクトを抽象化したものと捉えられるので、本研究は3次元幾何オブジェクトの折り畳みを原理とする構築プロセスの基礎理論の構築を図るものである。

## 3. 研究の方法

立体折紙のモデル化と折り手法の公理化を行う。さらに、立体折紙を折るプロセスをコンピュータに実装し、論理的簡潔性と計算効率の調和のとれた立体折紙の論理体系と計算系を構築する。具体的には、古典折紙などの作品を私たちが開発した計算折紙システム Eos (e-origami system)に実装しつつ、立体折紙の基本操作を見いだす。次に、基本操作から適切な折紙公理系を見いだす。平面折紙の公理的体系は知られるが、立体折紙では適切な公理的体系を見いだすのは困難な問題であるので、対象とする立体折紙のクラスを適切にとりつつ、この問題に挑戦する。計算論的側面では、立体折紙を折り込んでいく過程をグラフの書換でモデル化し、具体的なデータ構造に深く依存しない書換系で処理するアプローチをとる。研究の推進には、コンピュータ記号代数系、自動定理証明支援系などのソフトウェアシステムを駆使する。

## 4. 研究成果

立体折紙の計算モデルの研究を推進した。より抽象的にモデルをとらえて数理科学の全般への貢献を目指す方向性と、コンピュータによる効率の良い実装を目指す方向性をもたせて、研究を進めた。立体折紙のモデルである抽象折紙は、法線ベクトルが同一の平面の集まり(これを、層(sheaf)と呼ぶ)から構成される。各平面には、凸多角形の形状を持つ折紙面が配置され、折紙面同士には、上下関係と隣接関係が定義される。この抽象折紙は、一つの「折り」によって、逐一変換を受け、新たな抽象折紙が生成される。変換は、層を構成する折紙面の上下関係、隣接関係の

変更のみならず，折紙面の変形をもたらすために，一般には複雑な操作となる．このため，モデルをグラフによって表現し，グラフの書換によって，操作を実現している．このグラフは想定していた以上に複雑で，実装における具体的なデータ構造の影響を受けている．本研究は，私たちが開発を進める Eos の高次元化としても位置づけ，新しい折紙の課題を取り上げつつ，モデルの適切性の検証と，計算折紙に関する新たな科学的知見の獲得を目指して，研究を進めた．上に述べたモデル化の試みの結果として，次の研究成果を得た．

- 定理証明支援系 Isabelle/HOL を用いて，Eos プログラムの核となる幾何操作の形式化と検証を行った．
- 結び目折りの解析を行った．結び目折りを一階述語論理の言語で表現し，制約解消により，結び目の自動生成と検証に成功した．結び目折りは，従来の平面折紙だけでは表現しきれず，面の重なりを立体折紙の視点から検討する必要がある．
- 研究を推進する過程で，立体折紙のモデル化に Geometric Algebra (以下 GA と略す) の考え方が有効であることが明らかになり，GA の応用研究にも着手した．GA を，立体折紙計算理論のベースとすることとし，立体折紙に適した GA の理論の整備と実装を進めた．具体的には，定理証明支援系 Isabelle/HOL を用いて，GA の形式化を行った．形式化の過程で，GA で成立する等式群から書換規則群を導出した．これらは，Eos の拡張に向けた実装で活用できる．この形式化によって得られた結果に基づいて，記号処理ソフトウェア Mathematica を用いて，3次元 GA ソフトウェアモジュールを開発した．このソフトウェアを計算折紙理論の展開に活用するとともに，Eos への組み込みを現在進めている（発表文献）

- 折紙の基本操作として知られる Huzita-Justin の折紙基本操作を GA の理論で表現し，立体折紙の実現における GA の妥当性についても検証した．
- 28年度末には，本研究と深い関連がある国際シンポジウム「ソフトウェア科学における記号計算」を会議議長として主宰し，関連研究者との交流や，共同研究者との研究討論を行った．
- 研究の最後の年度には，カナダ Waterloo 大学の Stephen Watt と共同で研究を進め，立体をふくむ， $n$ 次元折紙の公理系を論文にまとめ，国際学会で発表した（発表文献）．

#### 5. 主な発表論文等 〔雑誌論文〕(計 10 件)

T. Ida, S. M. Watt, Origami folds in higher-dimension. SCSS 2017 (The 8th International Symposium on Symbolic Computation in Software Science 2017, April 6-9, 2017, Gammarth, Tunisia), pp. 83-95,

<http://dblp.uni-trier.de/rec/bib/conf/sycss/IdaW17>, (査読有り)

T. Ida, Revisit of "Geometric Exercise in Paper Folding" from a Viewpoint of Computational Origami, Post-Proceedings of SYNASC 2016: The 18th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, Timisoara, Romania, September 24-27, 2016, pp. 23-28, IEEE Computer Society Conference Publishing Services (CPS), 2016, doi://10.1109/SYNASC.2016.017 (招待：査読無し)

T. Ida, J. Fleuriot, F. Ghourabi, A New Formalization of Origami in Geometric Algebra, Proceedings of ADG 2016: The 11th International Workshop on Automated Deduction in Geometry, Strasbourg, France, June 27-29, 2016, pp. 117-136, 2016, <https://hal.inria.fr/hal-01334334/file/ADG2016-Proceedings%20.pdf>. (査読有り)

F. Ghourabi, T. Ida, K. Takahashi, Interactive Construction and Automated Proof in Eos System with Application to Knot Fold of Regular Polygons. Origami6: Proceedings of the Sixth International Meeting on Origami Science, Mathematics, and Education (6OSME). Part I: Mathematics, pp. 55-66, American Mathematical Society, 2015. (査読有り)

T. Ida and F. Ghourabi, Polygonal Knot by Computational Origami, Symmetry: Culture and Science, Vol. 26, No. 2, pp. 171-187, 2015. (査読有り)

T. Ida, F. Ghourabi, Verified Construction of Polygonal Knots, Proceedings of the 12th International Mathematica Symposium (IMS 2015), CDROM publication, 2015. (査読有り)

T. Ida, Huzita's Basic Origami Fold in Geometric Algebra, Post-Proceedings of SYNASC 2014: The 16th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific

Computing, pp.11-13, IEEE Computer Society Conference Publishing Services (CPS), 2015. (招待, 査読無し)

T. Ida, F. Ghourabi, K. Takahashi, Formalizing Polygonal Knot Origami, Journal of Symbolic Computation, Vol. 69, pp. 93 -108, 2014. (査読有り)

T. Ida, Knot Fold of Regular Polygons: Computer-Assisted Construction and Verification, Post-Proceedings of SYNASC 2013: The 15th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, pp.12 - 19, IEEE Computer Society Conference Publishing Services (CPS), 2014. (招待, 査読無し)

F. Ghourabi, T. Ida, K. Takahashi, Logical and Algebraic Views of a Knot Fold of a Regular Heptagon, Proceedings of SCSS 2013 : The 5th International Symposium on Symbolic Computation in Software Science, EPiC Series 15, pp. 50 - 63, 2013. (査読有り)

〔学会発表〕(計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

[www.i-eos.org](http://www.i-eos.org)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

井田 哲雄 (IDA Tetsuo)

筑波大学・システム情報系・名誉教授

研究者番号: 70100047

### (3) 連携研究者

南出 靖彦 (MINAMIDE Yasuhiko)

東京工業大学・情報理工学院・教授

研究者番号: 50252531