

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 10 月 20 日現在

機関番号：25403

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25330264

研究課題名(和文) 構造を持つMAX-XORSATの反復解法の解析

研究課題名(英文) Analysis of Iterative Solvers for Structured MAX-XORSAT

研究代表者

三村 和史 (Mimura, Kazushi)

広島市立大学・情報科学研究科・准教授

研究者番号：40353297

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：充足可能性問題を解くための、同期更新法の定常状態の厳密解をある条件下で評価した。充足可能性問題の構造を表すグラフにループが存在する場合など、研究協力者の解析によってグラフの接続行列の固有値分布によって解析できることが明らかになった。また、数理的に関連する諸問題について、アルゴリズムの構成や解析を行った。

研究成果の概要(英文)：The steady state of the parallel iterative algorithms for solving MAX-XORSAT is evaluated under some condition. In the case where a graph that represents a structure of the problem has loops, our research collaborator showed that its property can be analyzed by using the eigenvalue distribution of its incidence matrix. Some problems that have a similar mathematical structure are also analyzed.

研究分野：情報理論，情報統計力学

キーワード：充足可能性問題 反復解法 経路積分 疎結合系

## 1. 研究開始当初の背景

ブール論理式が与えられたとき、ブール論理式が真になるようなブール変数への値の割り当てが存在するならば、そのブール論理式は充足可能という。任意のブール論理式は、いくつかの節を論理積で結合した乗法標準形と呼ばれる形式で表現できる。ある乗法標準形のブール論理式が与えられたとき、それが充足可能かどうかを問う問題は充足可能性問題と呼ばれる。充足可能性問題では、ブール論理式を構成する各々の節はブール変数もしくはその否定の論理和であるが、これを排他的論理和で置き換えた問題は排他的論理和充足可能性問題と呼ばれる決定問題である。特に、ブール論理式に含まれる節をできるだけ多く真にするようにするブール変数の値を求める問題を最大排他的論理和充足可能性問題という。

誤り訂正符号の有限長解析に端を発して、小規模な問題に対する性能評価がさかんに議論されている。しかし、その小規模な問題で顕著となる問題の構造的な変化の影響については十分な議論がなされていないのが現状である。問題を表現するグラフの構造が反復解法の性能に与える影響を調べることは重要である。最大充足可能性問題を題材としてその影響を検討する。

## 2. 研究の目的

構造を持つ最大充足可能性問題の性質、特に、反復解法の性能を調べる。また、数理的に類似した構造を持つ諸問題の性質を調べる。

## 3. 研究の方法

次数相関やループ構造もつ最大排他的論理和充足可能性問題の解析のために、定常状態の厳密解析、ループ構造を持つ磁性体モデルの解析、次数相関を持つ磁性体モデルの解析などを検討する。また、数理的に関連の深い諸問題についても平行して検討して、知見をフィードバックする。

## 4. 研究成果

充足可能性問題を解くための、同期更新法の定常状態の厳密解を、ある条件下で評価した。また、充足可能性問題の構造を表すグラフにループが存在する場合など、研究協力者

の解析によって、グラフの接続行列の固有値分布によって解析できることが明らかになった。これらの解析結果を充足可能性問題へ適用して評価する研究にまでは研究期間内に到達できなかったものの、その下地となる成果を得ることができたのではないかと考えている。

数理的に関連する研究成果を含めて、成果の概要を以下に項目毎に示す。期間中に得られたこれらの研究成果のうち、投稿中の内容や未投稿の内容もあるため現在論文化を進めている。

### (1) 1次元鎖 SK 模型の定常状態の解析

基本的なスピングラス模型のひとつである 1次元鎖 SK 模型について、同期更新過程の定常状態の厳密解を求めた。これまで、平衡状態だけが近似的に評価されていたが、振動解などの定常状態を厳密に扱うことが可能となった。厳密な取り扱い、各種問題においての反復解法に対応する零温度の場合に限られる。

### (2) 次数分布が指定されたハイパーグラフの最小頂点被覆

最小頂点被覆問題は、最もノード数が少ない頂点被覆を求める問題で、NP 困難である。次数分布が与えられたハイパーグラフを扱うことによって、グラフの構造が最小頂点被覆に与える影響について調べた。最小被覆率を評価して、エッジの平均次数が同じで、かつノードの平均次数が小さい場合においては、大きな次数を持つエッジと小さい次数を持つエッジが混在するほうが、エッジの次数が単一のグラフよりも最小被覆率が小さくなることを示した。また、グラフの形状に着目して、最小被覆率が非単調に変化する場合があることを示した。

### (3) 非線形符号の距離分布の解析

指定された集合に属する高次元の入力系列に対して、変形変換をしたのち要素毎に非線形関数を作用させた出力系列の集合を非線形符号として扱う。出力系列から入力系列を推定するという推定問題について、その推定誤り率と非線形符号の距離分布との間の関係を用いて、正しく推定が可能な条件を求めることができる。グループテストの出力系

列の要素は幾つかの入力系列の要素の論理和演算をとったものとなるため、グループテストもこの枠組みに含まれる。グループテストにおいて、正しく推定が可能となる条件を解析的に評価した。また、出力系列果に対して雑音加わるといったようなケースにおいても、本手法により推定可能性についての定量的評価が可能となる。雑音加わるといった場合には陽性となる確率が小さすぎるといったことを示した。

#### (4) 圧縮センシングの複素行列の反復再構成法の提案

圧縮センシングは、低次元の観測信号ベクトルから、疎な高次元の原信号ベクトルを推定する枠組みとなっている。画像のように原信号が行列のときはベクトルの形式に変換してから推定する必要があるために、観測行列が大きくなってしまい大規模な原信号を扱うことが困難となるのが問題となっていた。このため、L1 ノルム最小化を扱う AMP アルゴリズムを、可分な観測過程と複素数値を扱うことができるように拡張した。また、画像処理に手法を適用して有効性を確認した。

#### (5) 圧縮センシングの密信号再構成法の提案

圧縮センシングの L1 ノルム最小化再構成法を密信号へと拡張する手法を提案した。疎信号の零の部分に他の要素と比較して絶対値の小さいベクトルが加えられた信号を扱う。まず、L1 ノルム最小化再構成法によって原信号を再構成する。原信号の絶対値が大きい要素の数を与えておく。次に、絶対値の大きい順番に非零要素数と同じ数の要素はそのまま、残りを零としたベクトルを推定値とする。次に、観測ベクトルの残差を計算して、それが観測ノイズに起因すると仮定して、最大事後確率推定することによって原信号の残差を求める。ノイズの大きさは未知であるが、制限等長性定数を用いて上界を評価した。原信号の絶対値の大きな要素の数が未知の場合でも、適当な値を設定しても提案手法が有効であることを計算機実験によって示した。

#### (6) 圧縮センシングに基づくスライス間の

#### 類似性を使った MRI 再構成法の提案

MRI では幾つものスライスが撮像される。スライス間隔は 5mm 程度と短く隣接するスライスの画像は類似したものとなるため、隣接するスライス画像の差分画像は疎な画像となることが期待される。そこで、圧縮センシングを用いずに計測した画像を参照画像とし、隣接スライスでは差分画像のみを推定する。差分画像の観測信号は、隣接スライスの観測信号から参照画像の観測信号を減じることによって得られる。L1 ノルムとトータルバリエーションを正則化項として 2 乗誤差最小化を行うことで、差分画像の観測信号から差分画像を推定する。参照画像にするスライスの割合を減らすことで、より効率的に MRI 撮像が可能であることを計算機実験によって示した。

#### (7) 圧縮センシングに基づく欠損画像の超解像法の提案

一般に、離散余弦変換や離散ウェーブレット変換などによって画像が疎に表現可能な場合が多いことを利用する。この性質により、画像の一部分から全体を再構成することが可能となる。圧縮センシングに基づく超解像では、手元にある与えられた画像が何らかの高解像度な画像が低解像度化されたものと仮定することによって、高解像度画像を推定する。画素が一部欠損した画像に対して、画素の復元と超解像を同時に行う方法を提案した。欠損画像を修復してから超解像を行う場合と比較して、より精度の高い超解像が得られることを計算機実験によって示した。また、超解像が空間結合符号と類似した構造を持つことに着目して、有効性を計算機実験によって評価した。

#### (8) 2 次元磁気記録方式の反復情報推定法の提案と解析

磁気記録装置の大容量化のため、2 次元磁気記録方式が検討されている。情報の読み出し時に隣接の記録ビットからの干渉を受けることが問題となる。2 次元磁気記録では、数個程度の磁区に 1 ビットの情報を記録することが目標となる。歪な磁区の形状等のため、1 ビットを記録する領域と、実際に磁性体に記録される領域の形状が異なる。これも干渉の原因となる。この隣接する領域へはみ出し

た面積をモデル化して、並列干渉除去法を適用して情報を読み出す方式を提案した。計算機実験と解析により、読み出し時の推定誤り率を一定とした基準において、並列干渉除去を読み出し法として適用することによって、記録密度を約2倍にすることが可能であることを、数理モデルについての計算機実験と理論的解析により示した。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

1. Hirabayashi, A., Inamuro, N., Nishiyama, A., and Mimura, K., “High-quality recovery of non-sparse signals from compressed sensing -Beyond L1 norm minimization-, “ IEICE Trans. Fundamentals., vol. E98-A, no. 9, pp. 1880--1887, Sep. 2015.
  2. Mimura, K. and Okada, M., “Generating Functional Analysis for Iterative CDMA Multiuser Detectors,” IEEE Transactions on Information Theory, vol. 60, no. 6, 3645-3670 (2014.06).
  3. Hirabayashi, A., Sugimoto, J., and Mimura, K., “Complex approximate message passing algorithm for two-dimensional compressed sensing,” IEICE Trans. on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, vol. E96-A, no. 12, pp. 2391 - 2397, Dec. 2013.
  4. Osugi, A., Kashisako, M., Mimura, K., Weight Distribution of a Nonlinear Code, Journal of the Physical Society of Japan, vol. 82, no. 11, 115003, 2 pages, Oct. 2013.
  5. 三村和史, (解説論文) “圧縮センシングの最近の展開 -空間結合, 安定な反復推定, 辞書学習-, “ システム制御情報学会誌, vol. 60, no. 3, pp. 99--106, Mar. 2016.
- [学会発表] (計20件)
6. Mimura, K., (INVITED) “On Introducing Damping to Bayes Optimal Approximate Message Passing for Compressed Sensing,” Proc. of APSIPA Annual Summit and Conference 2015 (APSIPA ASC 2015), pp. 659--662, Dec. 2015.
  7. Wadayama, T., Izumi, T., and Mimura, K., “Bitwise MAP Estimation for Group Testing based on Holographic Transformation,” Proc. of International Symposium on Information Theory 2015 (ISIT2015), pp. 2787-2791, Jun. 2015.
  8. Mimura, K., “Distance Distribution of a Nonlinear Random Code using Nonlinear Functions,” Proc. of Asia Europe Workshop 9 (AEW9), May. 2015.
  9. Hirabayashi, A., Inamuro, N., Mimura, K., Kurihara, T., and Homma, T., “Compressed sensing MRI using sparsity induced from adjacent slice similarity,” Proc. of International Conference on Sampling Theory and Applications 2015 (SampTA 2015, Washington DC, US), May. 2015.
  10. Wadayama, T., Izumi, T., and Mimura, K., “Bitwise MAP Estimation for Group Testing based on Holographic Transformation,” Proc. of ISIT2015, 5 pages, Jun. 2015.
  11. Nishiyama, A., Yamanaka, Y., Hirabayashi, A., and Mimura, K., “Beyond L1 norm minimization - High quality recovery of non-sparse compressible signals,” Proc. of the 2014 Asia-Pacific Signal and Information Processing Association (APSIPA2014, Angkor Wat, Cambodia), 5 pages, Dec. 2014.
  12. Umehara, T., Mimura, K. and Hirabayashi, A., “A Method for Single Frame Super Resolution with Inpainting Based on Sparse Dictionary Learning,” Proceedings of the 2014 Asia-Pacific Signal and Information Processing Association (APSIPA2014, Angkor Wat, Cambodia), 5 pages Dec. 2014.
  13. Hirabayashi, A., Sugimoto, J., Mimura, K., “Approximate Message Passing

- Algorithm for Complex Separable Compressed Imaging,” Proc. of the 2013 Asia-Pacific Signal and Information Processing Association (APSIPA2013, Kaohsiung, Taiwan) 89, 5 pages, Oct. 2013.
14. 三村和史, (招待講演) “圧縮センシング:頑健なアルゴリズム, 辞書学習, 空間結合,” SCI’15 - 第59回システム制御情報学会研究発表講演会, May. 2015.
  15. 三村和史, 和田山正, (招待講演) “ブーリアン圧縮センシングの観測の性質,” 平成27年度数学協働プログラム・ワークショップ「ウェーブレット理論と工学への応用」予稿集, pp. 63--72, Nov. 2015.
  16. 三村和史, (招待講演) “情報の物理学,” 第4回 NetSci 研究会/CCS 研究会合同ワークショップ, Aug. 2015.
  17. 三村和史, (招待公園) “非適応型グループテスト:解析とアルゴリズム,” 数理解析研究所講究録, No. 1928, pp. 92-94, Oct. 2013.
  18. 三村和史, 和田山正, 疎行列と非線形関数で定義される非線形符号の距離分布, 情報理論とその応用ワークショップ (SITA2015), 2.2.1, Dec. 2015.
  19. 三村和史, “疎行列と非線形写像で定義される非線形符号の距離分布”, シヤノン理論ワークショップ (STW2015), pp. 98-102, Sep. 2015.
  20. 三村和史, “密行列と非線形関数を用いた非線形符号の距離分布”, 第37回情報理論とその応用シンポジウム (SITA2014) 予稿集, 8.1.2 (2013.12.12).
  21. 高木美里, 三村和史, 川喜田雅則, 竹内純一, “圧縮センシングによる超解像における AMP アルゴリズムの振る舞いについて”, 第37回情報理論とその応用シンポジウム (SITA2014) 予稿集, 2.3.2 (2013.12.10).
  22. 西山愛子, 山中祐輝, 平林晃, 三村和史, “圧縮センシングからの高精度なノンスパース信号再構成”, 信号処理研究会予稿集, 7.4.4, Jul. 2014.
  23. 三村和史, “一般的なランダムハイパーグラフの最小頂点被覆”, 第36回情報理論とその応用シンポジウム (SITA2013) 予稿集, 7.4.4, Nov. 2013.; 第8回シヤノン理論ワークショップ (STW13), Oct. 2013.
  24. 高木美里, 三村和史, 竹内純一, “圧縮センシングによるシングルフレーム超解像について”, 第36回情報理論とその応用シンポジウム (SITA2013) 予稿集, 3.2.4, Nov. 2013.
  25. 北園忠弘, 三村和史, (HISS 優秀研究賞受賞) “空間結合数独の符号理論的評価”, 第17回 IEEE 広島学生シンポジウム, Nov. 2015.
- [図書] (計0件)
- [産業財産権]
- 出願状況 (計0件)
- 取得状況 (計0件)
- [その他]
- ホームページ等
- [http://www.info.hiroshima-cu.ac.jp/~mimura/index\\_j.html](http://www.info.hiroshima-cu.ac.jp/~mimura/index_j.html)
- ## 6. 研究組織
- (1) 研究代表者
- 三村和史 (Kazushi Mimura)
- 広島市立大学大学院  
情報科学研究科・准教授  
研究者番号: 40353297
- (2) 研究分担者
- なし
- (3) 連携研究者
- 渡辺 治 (Osamu Watanabe)
- 東京工業大学大学院  
情報理工学研究科・教授  
研究者番号: 80158617
- (4) 研究協力者
- A. C. C. Coolen
- King’ s College London・教授