

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 22 日現在

機関番号：33302

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25350212

研究課題名(和文)新しい工学系数学基礎教育のための Calculus 教科書作成

研究課題名(英文)Calculus textbook reform for new engineering mathematics education

研究代表者

藤本 一郎 (Fujimoto, Ichiro)

金沢工業大学・基礎教育部・教授

研究者番号：60319035

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：近年、社会のグローバル化と大学のユニバーサル化が進み、我が国の大学教育システムの再構築が急務になって来ている。大学数学基礎教育においても、文科省主導の質保証改革と協同して、海外での数学基礎教育を調査・情報収集し、それに基づいて国際標準に準拠した体系的・順次のカリキュラムを策定して標準教科書を作成することが求められている。我々は日本数学会「工学系数学基礎教育研究会」の活動の一環として、我が国の大学入試制度や大学教育の現状を考慮しつつ、理学・工学系学生が自学自習出来き、かつ国際的に通用する論理的思考力や応用力を身に付けることができる、我が国初の本格的 Calculus 教科書を作成した。

研究成果の概要(英文)：Recently, according with the globalization of the international society and the universal access to the universities, it is our urgent issue to reconstruct the educational system of the universities in Japan. In the undergraduate mathematics education, cooperating with the quality assurance reform lead by the ministry of education, we are asked to research the educational systems of the universities in the world, construct a securing structured curriculum, and make standard model textbooks. As one of the activities of the Association of Mathematics Education for Engineering, a branch of the Mathematical Society of Japan, we wrote a series of calculus textbooks, considering the situation of the entrance and educational systems in Japan, which are intended for the first full-fledged calculus textbook in Japan, so that the students can study calculus in depth by themselves, and develop the internationally compatible logical thinking and applicative skills in science and engineering.

研究分野：関数解析、数理物理、量子情報理論

キーワード：Calculus 教科書作成 質保障改革

1. 研究開始当初の背景

今世紀に入ってから日本の国際競争力の低下傾向は収まる気配がなく、寧ろ東アジアにおいてもその指導的立場をライバル達に明け渡す事態に迫られている。特に、大学教育においては、グローバル社会に通用する真の学士能力を育成する「質保証」と「国際化」に向けた改革が立ち遅れている。我々「工学系数学基礎教育研究会」のアンケート調査においても以下の問題点が明らかになった。

(1) カリキュラムの問題

大学初年次の Calculus (微分積分) の授業時間数は、比較的改革が進んだ私大に対して、特に国公立大では旧態依然としたカリキュラムの改革が進まず、世界標準の約 1/3 程度の時間数しかかけていない。この為、専門教育の学習に必要な「理論的な理解」と「応用力の養成」が犠牲になり、本来あるべき専門教育のレベルが確保されていない。また、時間数を増やした場合に使用できる適当な教科書が無かったこともあって、内容の充実した教科書が望まれている。

(2) 教員組織の問題

国立大学における旧教養部が解体され、数学教員が理学部、工学部等複数の学部に分散所属して今日に至っている。この為、数学基礎教育に関する責任部署が無くなり、特に工学部においては数学の研究・教育の重要性が認識され難い環境の下で、数学教員数、数学科目数、授業時間数等の削減の傾向が続き、現在では約半数の数学授業が工学専門教員によって教えられている。この為、教授者に依らずに均一な教育効果が期待できる標準的な教科書を用意することが望まれている。

(3) 数学教員側の問題

我々のアンケート調査では工学専門教員の全員が数学者による数学教育に「不満」と回答している。近年の我が国の数学会では純粋数学偏重の傾向が強く、工学等応用系の一般学生に対する数学教育に対して真剣に向き合ってきたことが一因である。数学をその表す「現象」とともに教えて数学学習への興味と応用力を養成する Calculus 型教育に変換する必要がある、そのような教科書を用意することは数学者の為にも必要である。

(4) 質保証改革

日本数学会より文科省主導の質保証改革に向けて、下部組織である工学系数学基礎教育研究会に対して応用系学生のための数学カリキュラムの策定を依頼され、我々が作成する Calculus 教科書が質保証改革の標準モデル教科書としての位置付けを与えられた。

2. 研究の目的

上述のような背景から、我々が作成する教科書の目的は以下ようになった。

(1) 学生の専攻やレベル(入試形態)の違う様々な学生層において柔軟に使用できる汎用性のある国際標準レベルの教科書であって、説明が行き届いた独習が可能なテキスト

にする。

(2) 入学生の学力の多様化に留意し、大学数学の考え方や記法に慣れさせる導入部を用意すると共に、一方において応用プロジェクトも取り入れ、高校数学から専門教育への橋渡しの役割をもたせる。

(3) 日本の学生は入試勉強の弊害が強く見られる傾向があり、高校までの暗記型の学習から大学の論理的思考力によって創造的に解決する学習に変換を促すことにより、真に国際競争力を有した科学者・技術者を養成する。

(4) 数学の諸分野への応用例を用いて、学習の動機付けや概念の説明をし、例題や演習問題に多くの応用問題を取り入れて、数学の学習の中に無理なく応用を融合させ、真の応用数学に興味をもたせる内容にする。

(5) 最近の高校までの教科書や新聞等の印刷物、情報機器等のカラー化に合わせて、数学教科書としては初めてのフルカラー印刷を実現し、写真や図、重要部分の色分け等視覚的な理解を援用するよう努めた。

(6) この新しい Calculus 教科書を普及させていくことによって、学習者を主体とした大学数学基礎教育のカリキュラムと教科書を整備し、実質的な我が国の大学数学基礎教育の質保証と国際化を実現していく。

3. 研究の方法

(1) 教科書編集委員会は年 2 回の日本数学会における「工学系数学基礎教育研究会」の会合の前後の 1~2 日間、及びその中間に各執筆者の大学が持ち回りで会場を提供して 1 泊 2 日の会議を 2 回、合計年 4 回の編集会議を開催することにした。開催した会議の詳細は以下の通りである。

- 第 1 回 京都大学 (H25/3/21)
- 第 2 回 金沢工業大学 (H25/8/11-12)
- 第 3 回 愛媛大学 (H25/9/25)
- 第 4 回 岡山大学 (H26/1/12-13)
- 第 5 回 学習院大学 (H26/3/16)
- 第 6 回 富山県立大学 (H26/8/30-31)
- 第 7 回 広島大学 (H26/9/26)
- 第 8 回 山口大学 (H27/1/10-11)
- 第 9 回 明治大学 (H27/3/21-22)
- 第 10 回 群馬大学 (H27/8/20-21)
- 第 11 回 京都産業大学 (H27/9/13-14)
- 第 12 回 大阪ガーデンパレス (H28/1/10-11)
- 第 13 回 筑波大学 (H28/3/16-17)
- 第 14 回 名古屋モンブラン H (H28/8/29-30)
- 第 15 回 関西大学 (H28/9/16-17)
- 第 16 回 広島 Intelligent H (H29/1/8-9)
- 第 17 回 首都大学東京 (H29/3/24-25)

尚、当初の科研費の研究期間は H25~H28 の 3 年間であったが、1 年間の研究期間の延長が認められ、H29 までの 4 年間になった。

(2) 各編集委員は 2~3 章を分担執筆し、それらを研究代表者の藤本が全体を通して執筆・編集した。出来上がった編集原稿は執筆者とは別のレビュー担当者がチェックし、全

ての演習問題の解答を作成して仕上げた。また、編集委員以外の方々にもレビューとして御協力を頂き、多くの修正・改善がなされた。

4. 研究成果

教科書は多様な学生層を考慮し、また世界標準の Calculus I,II,III に合わせて3分冊で出版することにした。各巻 DTP フルカラー印刷(約250頁)で平成29年度中に共立出版より出版される予定である。

書名：**スタンダード微分積分 I, II, III**
(英語名：Standard Calculus I, II, III)

第I巻 スタンダード微分積分 I (1変数微分積分の基礎)

第1章 実数と関数

- § 1.1 数と式による表現
- § 1.2 関数とグラフ
- § 1.3 関数の演算
- § 1.4 指数関数と対数関数
- § 1.5 三角関数と逆三角関数

第2章 極限と連続

- § 2.1 関数の極限
- § 2.2 極限の性質
- § 2.3 連続関数とその性質

第3章 微分法

- § 3.1 微分係数と導関数
- § 3.2 関数の演算と導関数
- § 3.3 逆関数の導関数
- § 3.4 高次導関数・陰関数の微分法

第4章 微分法

- § 4.1 関数の極値と平均値の定理
- § 4.2 グラフの凹凸と漸近線
- § 4.3 最大・最小問題への応用
- § 4.4 近似式

第5章 積分法

- § 5.1 不定積分
- § 5.2 いろいろな関数の不定積分
- § 5.3 定積分
- § 5.4 定積分の性質

応用プロジェクト実例集
付章 (Appendixes)

第II巻 スタンダード微分積分 II (1変数微分積分の応用)

第6章 いろいろな積分法

- § 6.1 置換積分
- § 6.2 部分積分
- § 6.3 広義積分

第7章 積分法の応用

- § 7.1 面積と体積
- § 7.2 曲線の長さと同転面の面積
- § 7.3 仕事とエネルギー
- § 7.4 モーメントと重心

第8章 数列と級数

- § 8.1 数列と級数
- § 8.2 級数の収束判定*
- § 8.3 べき級数とテイラー展開

§ 8.4 関数列*

第9章 微分方程式入門

- § 9.1 変数分離形
- § 9.2 1階線形微分方程式
- § 9.3 2階同次線形微分方程式
- § 9.4 2階非同次線形微分方程式
- § 9.5 級数を用いた解法*

第10章 平面曲線と極座標

- § 10.1 媒介変数表示された平面曲線
 - § 10.2 曲線の長さ、面積、体積、曲面積
 - § 10.3 極座標系
 - § 10.4 2次曲線
- 応用プロジェクト実例集
付章 (Appendixes)

第III巻 スタンダード微分積分 III (多変数の微分積分)

第11章 空間曲線と曲面

- § 11.1 空間ベクトルの演算
- § 11.2 空間の直線と平面
- § 11.3 3次元ベクトル値関数
- § 11.4 空間曲線の長さ、曲率
- § 11.5 2次曲面と円柱座標系、球面座標系

第12章 偏微分

- § 12.1 多変数関数の極限と連続
- § 12.2 偏導関数
- § 12.3 全微分可能性と合成関数の偏微分
- § 12.4 接平面とテイラー展開
- § 12.5 多変数関数の極値
- § 12.6 陰関数の微分法と極値*

第13章 重積分

- § 13.1 2重積分
- § 13.2 積分変数変換
- § 13.3 体積、曲面積、重心への応用
- § 13.4 3重積分と円柱座標系、球面座標系

第14章 ベクトル解析

- § 14.1 ベクトル場
- § 14.2 線積分と保存場
- § 14.3 グリーンの定理
- § 14.4 面積分
- § 14.5 発散定理とストークスの定理

教科書の内容について概観する

第I巻は微分積分の基礎理論を学習する。

先ず、第1章では大学の学習を始めるにあたって、高校で学習した事項も含めて、大学数学の見地から基本概念を定義し直し、基礎概念の理解と演算を確実にすることによってその後の抽象議論に対して自信をもって取り組むことが出来るようになるのが狙いである。

第2章では大学数学として極限と連続性について学習する。我々は物体の速度の概念の考察から極限の考察に入る。通常の我が国の微分積分のコースでは数列と級数から入る教科書が殆どであるが(数IIIもしくり)このやり方は数学専攻者用の Analysis (解析)の議論の進め方であって、応用系の初年次学生に対しては、海外の Calculus の殆どの教

科書がそうであるように、 の評価法が
応用系数学の理論と応用の双方の基礎にな
る。我が国では、 の議論を避けるきら
いがあるが、それは数学者があまりに厳密さ
を要求し過ぎたことと、この概念を分かり易
く学生に説明する努力を放棄してきたこと
によると思われる。

第 3 章では微分法を理論的に展開するが、
高校で微分法の公式を既に学習して計算法
にはある程度習熟していることもあって、学
生は「微分法は既に知っている」と誤解しが
ちである。(入試の成功者ほどこの傾向が強
い。)高校では理論的な基礎付けの学習を封
印して後回しにしてきたが、極限の定義と関
数の連続性に基づいて理論を組み立ててい
く作業は理科系の論理的思考力育成の格好
の題材である。ただし、ここでは考え方を理
解するのが重要で、一部の証明の技術的細部
については巻末の Appendix に譲ること
になる。

第 4 章では平均値の定理とその応用として、
グラフや極値問題を学習する。代表的な応用
問題を例題や演習問題で取り上げているの
で、様々な分野の学習が将来の参考になるだ
ろう。ロピタルの定理の証明では、無限遠点
での極限の場合は Appendix に譲った。

第 5 章は物体の運動を動機付けとして不定
積分や定積分を学習する。ここでは、有界閉
区間での連続関数の積分可能性と「微分積分
学の基本定理」が学習の中心になる。この章
では定義から導かれる諸性質を中心に学習
し、テクニカルな議論は第 2 巻で学習するこ
とになる。

第 II 巻では微分積分法の様々な応用につ
いて学習する。

第 6 章では置換積分と部分積分を用いた積
分の技巧を用いて積分法の適用範囲を広げ
る。また広義積分を定義し、ガンマ関数やベ
ータ関数、数値解法等を学習する。

第 7 章では面積、体積、曲線の長さ、回転
曲面の面積等について学習する。これらは区
分求積法の考え方から公式を導き出す議論
を通じて、細分と集積の手法を会得する格好
の題材である。我が国ではあまり知られてい
ない方法も紹介する。さらに、力学における
仕事の概念を定式化し、いろいろな具体例を
示した上で、「運動エネルギー・仕事の定理」
や「力学的エネルギー保存則」を導く。さら
に、積分の応用として、平面図形のモーメン
トと重心を学習する。

第 8 章では数列と級数について学習する。
等比数列やフィボナッチ数列等を復習し、関
数の極限の特別の場合としてその収束を定
義する。コーシー列と収束判定定理を紹介す
るが、証明は Appendix に譲る。級数の収束
判定に関する議論を一通り紹介したが、学生
の専攻によっては割愛してもよいと思われ
る。これらの最も重要な応用が 8.3 節のテイ
ラー級数展開である。8.4 節では関数列への

応用としてフーリエ級数へのコンパクトな
入門を解説した。フーリエ解析については 2
年次以降において、然るべき選択科目(応用
数学等)で詳しく学習することが望まれる。

第 9 章は 1 階と 2 階の常微分方程式の基本
について紹介した。ここでは入門として、変
数分離形、同次形、1 階線形微分方程式の解
法を紹介し、ベルヌーイやリッカチの微分方
程式等テクニカルな解法は演習問題で触れ
た。これらの詳しい解法や微分方程式の理論
的な考察については微分方程式のコースで
詳しく学習するであろう。2 階の線形微分方
程式では、減衰振動や強制振動を中心に学習
する。最後に、級数を用いた解法として、量
子力学等の学習で出てくるエルミートの多
項式やルジャンドルの多項式を導出し、オイ
ラーの微分方程式やベッセルの微分方程式
等についても触れた。

第 10 章では平面曲線と極座標について学
習する。時間をパラメータとした 2 次元での
物体の運動を動機付けとして、サイクロイド
等の媒介変数表示された曲線を学習し、2 次
元運動方程式を立てて解くという観点から
放物運動や円運動等について考察する。また、
これらのパラメータ表示された曲線の長さ、
面積、回転体の体積、曲面積等について学習
する。これらを、その特別な場合である極座
標表示された曲線に応用し、最後に 2 次元曲
線の極座標による統一的な表示法を学習する。

第 III 巻では多変数の微分積分について、
ベクトル解析まで学習する。

最近の学生は空間的な把握が苦手な傾向
にあるように思われる。この為に、まず第 11
章では空間ベクトルの演算、内積、外積を学
習する。これらは物理学を学習する上で最初
に習熟すべき演算である。また、空間におけ
る直線や平面は基本的である。それらと関連
して、2 次、3 次の行列式及び面積、体積と
の関係を学習する。(ここまでは既に線形代
数で学習している場合は省略できる。)また、
第 10 章での 2 次元での議論も含めて、ベク
トル値関数の微分積分の観点から、物体の運
動の速度、加速度ベクトル、回転運動におけ
る角運動量、慣性モーメント等を学習する。
これらのケプラー運動への応用は一つのク
ライマックスであろう。第 10 章の続きとし
て、3 次元のパラメータ表示された曲線の長
さや曲率等について学習し、最後に 3 次元の
極座標系(球面座標系)や円筒座標系につい
て学習する。

第 12 章は多変数関数の偏微分とその応用
について学習する。2 変数関数の極限と連続
性については、平面における近づき方によっ
て極限が異なる場合が 1 次元の場合との違い
として認識される。偏微分を導入して、その
調和関数、熱力学等への応用について学習す
る。2 変数関数の微分可能性は接平面をもつ
こと(即ち微分形による微分可能性の 2 次元
版)として定義され、この仮定の下に合成関

数に関する Chain Rule を学ぶ。テイラーの定理の多次元拡張より多変数関数の極値問題、ラグランジュ定数法を学習する。最後に陰関数の極値問題への応用を考察する。

第 13 章は重積分である。長方形領域での累次積分から一般領域での重積分を定義し、変数変換、特に極座標変換と広義積分を学習する。重積分の応用として、体積、曲面積、モーメント、重心等の応用を学ぶ。最後に、3 重積分と球面座標系や円筒座標系における 3 重積分を学習する。

第 14 章はベクトル解析である。物理や工学を学ぶ上でベクトル解析の素養は欠かせない。従来は、授業で取り上げられることは少なく、学生の自学自習に任されたり、選択科目で取り上げる場合は必要以上に難解で身に着かないケースが多かった。ここでは数回の講義で、専門の学習に必要で十分な素養を身に付けることを目的としている。まず、線積分を定義して、保存場の概念が導入される。これと関連して、ポテンシャルや完全微分方程式、3 次元の力学的エネルギー保存則を学ぶ。次に、スカラー場とベクトル場の面積分を導入する。これらを用いて、目標であるグリーンの定理とストークスの定理について学習し、それらの電磁気学や流体力学への応用について学習する。

いろいろなレベルの大学またはクラスにおける教科書の使用例については、HP

<https://emathsoc.edusalon.jp/project/example>

を参照されたい。平成 30 年度より工学系数学基礎教育研究会参加校を中心に採用していき、今後数学会における会合等において採用を働きかけていく予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 1 件)

藤本一郎, 工学系数学基礎教育についての現状報告 新しい Calculus 教科書作成に向けて, 数学通信, 査続有, 第 18 巻第 2 号, 日本数学会, 2013, 65-85.

〔学会発表〕(計 2 件)

藤本一郎, グローバル化社会における数学基礎教育と国際的質保証について, 第 19 回工学系数学基礎教育研究会, 広島大学, 2014 年 9 月 26 日.

藤本一郎, 応用系数学基礎教育の課題 国際化と質保証の観点から, 日本数学会教育委員会主催シンポジウム「数理科学分野の参照基準作成を受けて 数学科の教育と工学系の基礎教育はどうすべきか?」学習院大, 2014 年 3 月 15 日.

〔図書〕(計 3 件)

藤本一郎 他共著 (柳研二郎、戸田晃一、後藤和雄、松浦勉、堤康嘉), 共立出版, スタンダード微分積分 I (1 変数微分積分の基礎), 2017 年出版予定, 250 頁

藤本一郎 他共著 (柳研二郎、戸田晃一、後藤和雄、松浦勉、堤康嘉), 共立出版, スタンダード微分積分 II (1 変数微分積分の応用), 2017 年出版予定, 250 頁

藤本一郎 他共著 (柳研二郎、戸田晃一、後藤和雄、松浦勉、堤康嘉), 共立出版, スタンダード微分積分 III (多変数の微分積分), 2017 年出版予定, 250 頁

〔その他〕ホームページ等

「工学系数学基礎教育研究会」HP
<https://emathsoc.edusalon.jp/>

日本数学会教育委員会主催教育シンポジウム「数理科学分野の参照基準を受けて 数学科の教育と工学系の基礎教育はどうすべきか?」HP
<http://mathsoc.jp/comm/kyoiku/sympo/2014mar.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤本 一郎 (FUJIMOTO, Ichiro)
金沢工業大学・基礎教育部・教授
研究者番号: 6 0 3 1 9 0 3 5

(2) 研究分担者

柳 研二郎 (YANAGI, Kenjiro)
城西大学・理学部数学科・客員教授
研究者番号: 9 0 1 0 8 2 6 7

戸田 晃一 (TODA, Kouichi)
富山県立大学・工学部・准教授
研究者番号: 2 0 3 3 8 1 9 8

後藤 和雄 (GOTO, Kazuo)
鳥取大学・大学教育支援機構・准教授
研究者番号: 0 0 1 4 0 5 3 3

松浦 勉 (MATSUURA, Tsutomu)
群馬大学・理工学研究科・准教授
研究者番号: 8 0 1 8 1 6 9 2

(3) 研究協力者

堤 康嘉 (TSUTSUMI, Yasuyoshi)
大島商船高専・一般教育・准教授
研究者番号: 3 0 4 5 0 1 4 1