

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 6 月 12 日現在

機関番号：22604

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25380233

研究課題名(和文) 効率的な計算が可能なゲームの研究

研究課題名(英文) Study on the games that are efficiently solved

研究代表者

飯村 卓也 (Iimura, Takuya)

首都大学東京・社会科学部研究科・教授

研究者番号：50279634

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究ではナッシュ均衡解が効率的に計算できるゲームのクラスを明らかにすることを目的に、下記三つを柱とする基礎的な研究を行った：(1)有限戦略ゲームにおける純粋戦略均衡解の存在条件と求解法の研究、(2)混合戦略を離散化したゲームにおける厳密な均衡解の存在条件と求解法の研究、(3)不連続な利得関数を持つゲームの均衡解の研究。成果としては、主に(1)の純粋戦略均衡の存在条件に関して7編の論文の公表と10回の学会・研究会報告を行った他、(2)と(3)については予備的な考察を行った。

研究成果の概要(英文)：In this study we have investigated classes of games whose Nash equilibria are efficiently computable, focusing, in particular, on the following three: (1) existence and computation of pure strategy Nash equilibria in finite games, (2) existence and computation of exact mixed strategy Nash equilibria in discretized mixed strategy games, (3) equilibria in discontinuous payoff games. We have obtained results mainly on (1), including 7 papers and 10 presentation at various meetings; for (2) and (3) the results are preliminary ones.

研究分野：ミクロ経済学, ゲーム理論

キーワード：純粋戦略均衡の存在定理

## 1. 研究開始当初の背景

非協力ゲーム理論の経済分析における有用性は 1980 年代頃から熟知され、産業組織論を中心に多くの応用が行われてきた。しかしながら、本来その出発点であったナッシュ混合戦略均衡については、もとのゲームの戦略集合が無限集合である場合はもとより、有限集合の場合でも、分析と解釈の難しさから、十分に应用到活かされているとは言い難い。近年の傾向はむしろ、ポテンシャルゲームや優モジューラゲームのように、戦略集合の有限・無限を問わず、ナッシュ純粋戦略均衡の存在が保証されたゲームのクラスに、理論的にも応用的にも注目が集まっているように思われる。

ナッシュ混合戦略均衡については、計算機科学分野からも近年重大な問題提起がなされている。近年この分野では均衡の計算複雑性に関して研究が進み、ナッシュ混合戦略均衡を具体的に計算することは総じて難しいという否定的な見解が支配的のようである。問題の規模が大きくなるに従い計算量が爆発的となり、事実上計算不可能であるような均衡は、経済・社会現象のモデルとしてのゲーム理論モデルにおいて、確かにその有効性が疑われるべきものかもしれない。

このような学術的背景のなか、研究代表者・分担者は 2012 年、利得関数がある種の離散の凹性を満たす有限戦略集合の対称ゲームには純粋戦略均衡が存在し、効率的な求解法があることを示した(文献 )。純粋戦略の範囲で解けて求解法も存在するゲームのクラスを拡充することは、応用に非常に有益と考えられた。

ナッシュ混合戦略の計算の困難性については、計算量の観点からの指摘以外にも、計算機の上では解が近似的にしか得られないという本質的な問題がある。近似の均衡は必ずしも真の均衡ではない。そのようななか、研究代表者は 2011 年、離散化した混合戦略の集合を戦略集合とする非協力ゲームに均衡が存在するための十分条件を示した。この均衡(離散混合戦略均衡)は分数値であらわれ、近似の均衡とは異なり、離散化前のゲームの厳密な均衡解にもなっている。

## 2. 研究の目的

本研究では解が効率的に計算できるゲームのクラスを明らかにすることを目的に、下記三つを柱とする基礎的な研究を行った。(1)有限戦略ゲームにおける純粋戦略均衡解の存在条件と求解法の研究、(2)混合戦略を離散化したゲームにおける厳密な均衡解の存在条件と求解法の研究、(3)不連続な利得関数を持つゲームの均衡解の研究。これらはみな応用上重要な種類のゲームであり、これらの研

究によって計算量に関する経済学的知見を獲得し、ゲームの解に関する洞察を深めることが目的である。

## 3. 研究の方法

研究の方法は、前述した三つの柱、すなわち(1)有限戦略ゲームにおける純粋戦略均衡解の存在条件と求解法の研究、(2)混合戦略を離散化したゲームにおける厳密な均衡解の存在条件と求解法の研究、(3)不連続な利得関数を持つゲームの均衡解の研究のそれぞれについて、既存の知識を拡張し、新たな知見を得るような形で行われた。

## 4. 研究成果

研究成果としては、三つの柱のうち特に(1)について、一定数の成果をあげることができた。以下、まずこれに関する成果を説明する。

は、 で用いられた条件をさらに緩和し、離散対称クールノー寡占への応用も示した論文である。 は、Kats と Thisse が 1982 年に提案した弱い片務的競争性(weak unilateral competitiveness)のあるゲームについて、ナッシュ純粋戦略均衡が存在するための十分条件を明らかにした論文である。なお の論文ではそれらの均衡に効率的な求解法があることも示されている。 もナッシュ純粋戦略均衡の存在条件に関する論文で、離散不動点の視点からのアプローチである。その他、現時点ではワーキングペーパーのものであるが、Ania が 2008 年に提案した弱い外部性(weak payoff externality)のあるゲームにナッシュ純粋戦略均衡が存在することを示した論文(c)や、Kats と Thisse が 1982 年に提案した片務的競争性(unilateral competitiveness)のある 3 人以上のゲームにはナッシュ純粋戦略均衡が存在することを示した論文(b)などが、この方面での成果としてあげられる。なお(c)(b)では有限戦略集合に限らず無限戦略集合の場合も考察されている。(c)ではまた の結果をさらに一般化するゲームのクラスを提案している。

(2)の離散化された混合戦略均衡の計算については、残念ながら論文文化に至るまでの進展は見られなかった。今後引き続き考察する予定である。しかし、混合戦略均衡に関する一つの知見として、二人有限ゲームにおいては、純粋戦略均衡・混合戦略均衡いずれにおいても、ゲームが最適反応にならない戦略の逐次的削除で解ける(均衡が求められる)ことと当該の戦略の範囲でナッシュ強可解かつ最適反応サイクルの存在しないことに同

値なことを論文で示した。そのなかで、このゲームのクラス、すなわちナッシュ均衡解が合理化可能な戦略対に等しいゲームのクラス、は混合戦略均衡の集合全体が効率的に求められることを明らかにしている。これは本研究の目的にふさわしい結果であると考えられる。

(3)については、これもまだワーキングペーパー段階のものであるが、利得関数が不連続なことで悪名高い立地ゲームのうち、二人純粋立地ゲームにおいて、連続な最適反応ポテンシャルあるいは準ポテンシャルが存在することを示した論文(a)がある。今後論文として公刊されしだい、追加的に公表をしていく。

(引用ワーキングペーパー)

(a) limura, T., von Mouche, P., and Watanabe, T., "Best-reply potential for two-person one-dimensional pure location games", Research Paper Series No.178, Tokyo Metropolitan University

(b) limura, T., "Unilaterally competitive games with more than two players", Research Paper Series No. 177, Tokyo Metropolitan University

(c) limura, T., Maruta, T., and Watanabe, T., "Equilibria in games with weak payoff externalities", NUPRI Working Paper 2016-03, Nihon University Population Research Institute

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計5件)

limura, T. (2016), "On the IENBR-solvability of two-person finite games", Economics Letters, 146: 68--70 (査読有)

limura, T. and Watanabe, T. (2016), "Pure strategy equilibria in finite symmetric concave games and an application to symmetric discrete Cournot games", in Pierre von Mouche and Federico Quartieri (eds.), Equilibrium Theory for Cournot Oligopolies and Related Games: Essays in Honour of Koji Okuguchi, Springer Series in Game Theory, Springer, pp.85--96. (査読有)

limura, T. and Watanabe, T. (2016), "Pure strategy equilibrium in finite weakly unilaterally competitive games", International Journal of Game Theory, 45: 719--729. (査読有)

渡辺隆裕 (2015), 「戦略形ゲームにおける純粋戦略均衡の存在--離散不動点定理によるアプローチ」, オペレーションズリサーチ, 60: 281--287. (査読有)

limura, T. and Watanabe, T. (2014), "Existence of a pure strategy equilibrium in finite symmetric games where payoff functions are integrally concave", Discrete Applied Mathematics, 166: 26--33. (査読有)

〔学会発表〕(計8件)

limura, T., Maruta, T., and Watanabe, T., "Equilibria in games with weak payoff externalities", UECE Lisbon Meetings 2016, Instituto Superior de Economia e Gestão, Lisbon, Portugal, 2016-11-4

limura, T., "On the IENBR-solvability of two-person finite games", UECE Lisbon Meetings 2015, Instituto Superior de Economia e Gestão, Lisbon, Portugal, 2015-11-5.

Watanabe, T., "Existence of pure strategy equilibria in finite games with direction-preserving best reply functions", 慶應大学数理経済学セミナー, 慶應義塾大学, 2014-10-27

渡辺隆裕, 「利得関数に自己凹性を持つ n 人有限ゲームにおける純粋戦略均衡の存在」, 日本オペレーションズ・リサーチ学会関西支部講演会, 関西学院大学, 2014-10-25

limura, T. and Watanabe, T., "Pure strategy Nash equilibrium in finite symmetric concave games", IFORS2014, Barcelona, Spain, 2014-7-15

Watanabe, T., "Existence of pure strategy equilibrium in finite games and direction preservingness of best reply functions", SING10, Krakau, Poland, 2014-7-7

limura, T. and Watanabe, T., "On the pure strategy equilibrium of finite weakly unilaterally competitive games", UECE Lisbon Meetings 2013, Instituto Superior de Economia e Gestão, Lisbon, Portugal, 2013-11-8.

limura, T. and Watanabe, T., "Pure strategy Nash equilibrium in finite symmetric concave games", EURO2013, Università di Roma, La Sapienza, Rome, Italy, 2013-7-1

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕(特になし)

## 6 . 研究組織

### (1)研究代表者

飯村 卓也 ( IIMURA, Takuya )  
首都大学東京・社会科学研究科・教授  
研究者番号： 5 0 2 7 9 6 3 4

### (2)研究分担者

渡辺 隆裕 ( WATANABE, Takahiro )  
首都大学東京・社会科学研究科・教授  
研究者番号： 7 0 2 2 0 8 9 5