

平成 28 年 5 月 27 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25380389

研究課題名(和文) 金融危機後のデリバティブの評価とリスク管理の研究

研究課題名(英文) Research on Derivatives Pricing and Risk Management after Financial Crisis

研究代表者

高橋 明彦 (TAKAHASHI, Akihiko)

東京大学・大学院経済学研究科・教授

研究者番号：50313226

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：相次ぐ金融危機の経験を踏まえ、それまでの金融機関のリスク管理に対して、リスクを十分に認識していない、適切なデリバティブの評価を行っていない等の批判が挙げられている。これに伴い、デリバティブ評価の精緻化や、担保付き取引の増加、取引相手の信用リスク調整の導入等、市場の取引慣行が変わり、デリバティブの評価方法も大きく変化している。その変化に対応すべく、デリバティブの評価、資産運用手法及び、それらに関連する数学的研究を行い、より実態に合う新しいモデルや手法を開発し、その数値検証、数学的正当化も行った。

研究成果の概要(英文)：Based on the experience of a series of financial crises, there exists criticism for financial institutions in that they do not evaluate derivatives appropriately, and do not recognize potential risks in the risk management. Then, the trade practice in the markets has been much changing with elaboration of the derivatives valuation, increase in collateralized trades and introduction of the credit risk adjustment for the trading counter parties. In order to cope with the change, I performed the studies on the derivatives and asset management with relevant mathematics to develop new models and techniques with the numerical experiments and the mathematical justification.

研究分野：ファイナンス

キーワード：漸近展開 確率微分方程式(SDE, FSDE) 後ろ向き確率微分方程式(BSDE) 確率ボラティリティモデル ジャンプモデル コラテラル カウンターパーティリスク マーケットインパクト

### 1. 研究開始当初の背景

2007年サブプライム・ローン問題、2008年リーマンショック、そして当時問題になっていた欧州通貨危機などの相次ぐ金融危機を経て、金融機関のリスク管理が見直されつつあった。特に、金融機関が取引している金融商品について、リスクを十分に認識していなかった、適切な評価をしていなかった、などの批判が挙げられていた。この反省を踏まえて、当時(から現在まで)、担保付き取引の増加、取引所取引への移行、取引相手の信用リスク調整の導入、など市場の取引慣行が変わり、それに応じてデリバティブの評価方法も大きく変わりつつあった。

### 2. 研究の目的

金融危機後の環境の中で、デリバティブの評価とリスク管理に関連する研究を行い、既存のものとは異なり、より実態に合う新しいモデル、手法を開発すること。

### 3. 研究の方法

研究方法は主に問題としている経済的現象を数理モデルにより定式化し、数学的手法を用いて解を導出、或いは解析的な近似解、数値的近似解をもとめる。さらには、計算機を用いた数値実験により、解の特性、近似解の精度を検証する。問題の背景、先行研究を調査し、独自の視点で問題を分析、解決方法を考案することを主眼とする。研究成果は、論文として公開し、専門誌に投稿することにより、当該分野の専門家からのフィードバックを得て、さらに研究を進展させることを企図する。また、研究集会などで発表することも同様の効果が期待できる。また、常に、金融を取り巻く環境の動向を注視し、研究が当初計画どおりに進まない場合は、数理的モデルの妥当性等を再検討、再考する。

尚、研究は、東京大学経済学研究科の同僚や、(元)博士課程の学生等の協力も得て行う。また、津田博史教授(同志社大学数理システム学科)やGiulia Di Nunno教授(Department of Mathematics, University of Oslo)を招聘し、各々の専門分野(津田教授:ホテル・リゾートを含む観光ファンド等観光ファイナンス、Nunno教授:ジャンプ過程、特にLevy過程に対するマリアバン解析)の知見を得て、研究水準の向上、研究対象の拡大を図る。これに関連して、Nunno教授によるセミナーを開催した。(期間:2015/9/28-10/1、演題: Malliavin Calculus for Levy Processes)

### 4. 研究成果

(1)複雑ではあるが、実際の金融市場におけるオプション価格を再現するために、より妥当なモデル、即ち、原資産価格の変動に確率ボラティリティ及びジャンプを含むモデルに基づく、デリバティブ価格の解析近似法及び、モンテカルロの高速化法を提案した。特に漸近展開を活用した方法を考案した。その

詳細は、下記の5.主な発表論文等の〔雑誌論文〕、のShiraya-Takahashiによる4本の論文として発表した。また、Takahashiによる〔図書〕の7.1節にその一部を要約し、〔学会発表〕Shiraya(with Takahashi)、Takahashiで主な結果の一部を発表した。

(2)金融危機以降、金融機関間のデリバティブ取引において主流となった担保契約の下でのデリバティブ価格の評価に関する研究としては、〔図書〕Fujii-Takahashiにおいて、その著者が以前初めて提案し国際的に主流となった、担保契約下における価値評価法の枠組みを整理し解説した。また、〔学会発表〕Takahashiにおいて主要結果の一部を発表し、その拡張を、〔雑誌論文〕のFujii-Takahashiにおいて提案した。

(3)不完全な担保契約下におけるデリバティブの価値評価の新技术とその現実の金融市場への具体的な適用法を提案し、〔雑誌論文〕の⑳ Fujii-Takahashi と、Shiraya-Takahashi を発表した。

(4)流動性の低い資産を原資産とし、ヘッジ取引が原資産価格の変動に影響を与えるようなオプションに対する新しい評価方法を提案し、〔雑誌論文〕Saito-Takahashiを発表した。また、流動性の低い商品先物、先渡し契約を流動性の高い先物でヘッジする新技术を提案した研究が専門書に掲載された(〔図書〕Shiraya-Takahashi)。

(5)流動性の低い資産に対する投資評価のための企業分析の例であり、ホテルファンド、リート評価の基礎として、〔雑誌論文〕Saito-Takahashi-Tsuda(2016)を発表した。

(6)商品、株式市場等において盛んに取引されているが、その価値評価の数値計算、従ってリスク管理のための計算が複雑な、バスケットオプション等の多資産を原資産とするデリバティブの効率的な近似計算法を提案した。(〔雑誌論文〕㉑のShiraya-Takahashi)。また、金融市場において重要なバリアオプション評価のための新しい近似計算手法を考案した。(〔雑誌論文〕㉒、㉓のKato-Takahashi-Yamada)

(7)「Closeout 価格にカウンターパーティーリスクを織り込んだ信用リスク調整(CVA)の計算方法」の一環として、前向き・後ろ向き確率微分方程式(FSDE, BSDE)の漸近展開法の基礎理論及びその具体的問題への応用の研究を行い以下の論文を発表した。

〔雑誌論文〕、のTakahashi-Yamada、㉔のTakahashi-Toda、のFujii-Takahashi、のFujii-Sato-Takahashi。

(8)「デリバティブ間のモデルによらない相互依存関係」の一環として、無裁定を保証する密度関数の構成法をモデルに依存しない一般的な手法として提案し、〔雑誌論文〕Tsuzuki-Takahashi を発表した。また、特定のモデルを仮定せず、デリバティブのヘッジ

損益の変動を小さくする新手法を提案し、  
〔雑誌論文〕 Tsuzuki-Takahashi を発表した。

(9)フィルタリングの手法により、ノイズを含んだ観測データの下でのモデルの推定及びそのモデルに基づく価格評価の新しい手法として、〔雑誌論文〕<sup>⑩</sup>、<sup>⑪</sup>Fujii-Takahashi を発表した。

(10)資産運用の新手法として〔雑誌論文〕<sup>⑫</sup> Takahashi-Yamamoto、投資信託のスタイル分析の新手法として〔雑誌論文〕 Fukui-Sato-Takahashi を発表した。

(11)以上挙げた研究のほぼ全ての基礎となっている漸近展開法に関し、〔図書〕 Takahashi において網羅的に解説した。

(12)日本金融証券計量工学学会 (JAFEE) 2015 年度 JAFEE 論文賞 (理論部門) 受賞

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 27 件、うち査読有り 18 件)

“ Derivatives Pricing with Market Impact and Limit Order Book ”, *CARF Working Paper*, 査読無し, CARF-F-385, 2016.05

<http://www.carf.e.u-tokyo.ac.jp/pdf/workingpaper/fseries/F385.pdf>

Taiga Saito and Akihiko Takahashi

“An Asymptotic Expansion for Forward-Backward SDEs: A Malliavin Calculus Approach”, *CIRJE Discussion Paper*, 査読無し, CIRJE-F-1009, 2016.04

<http://www.cirje.e.u-tokyo.ac.jp/research/dp/2016/2016cf1009.pdf>

Akihiko Takahashi and Toshihiro Yamada

“ On Rebalancing Static Super-Replications ”, *CARF Working Paper*, 査読無し, CARF-F-384, 2016.04

<http://www.carf.e.u-tokyo.ac.jp/pdf/workingpaper/fseries/F384.pdf>

Akihiko Takahashi and Yukihiro Tsuzuki

“ A Weak Approximation with Asymptotic Expansion and Multidimensional Malliavin Weights ”, *Annals of Applied Probability*, 査読有り, Vol. 26, No.2, pp.818-856, April 2016

DOI:10.1214/15-AAP1105

Akihiko Takahashi and Toshihiro Yamada

“ Estimating Style weights of Mutual Funds by Monte Carlo Filter with Generalized Simulated Annealing ”, *CARF Working Paper*, 査読無し, CARF-F-383, 2016.03

<http://www.carf.e.u-tokyo.ac.jp/pdf/workingpaper/fseries/F383.pdf>

Takaya Fukui, Seisho Sato and Akihiko Takahashi

“ A General Control Variate Method for Multi-dimensional SDEs: An Application to Multi-asset Options under Local Stochastic Volatility with Jumps Models in Finance ”, *CARF Working Paper*, 査読無し,

CARF-F-382, 2016.03

<http://www.carf.e.u-tokyo.ac.jp/pdf/workingpaper/fseries/F382.pdf>

Kenichiro Shiraya and Akihiko Takahashi

“ Optimal Room Charge and Expected Sales under Discrete Choice Models with Limited Capacity ”, *CARF Working Paper*, 査読無し, CARF-F-380, 2016.03

<http://www.carf.e.u-tokyo.ac.jp/pdf/workingpaper/fseries/F380.pdf>

Taiga Saito, Akihiko Takahashi and Hiroshi Tsuda

“ A General Framework for the Benchmark pricing in a Fully Collateralized Market ”, *CARF-F-378*, Feb.2016,

<http://www.carf.e.u-tokyo.ac.jp/pdf/workingpaper/fseries/F378.pdf>

Forthcoming in *International Journal of Financial Engineering*, 査読有り

Masaaki Fujii and Akihiko Takahashi

“An Asymptotic Expansion for Local-Stochastic Volatility with Jump Models”, *Stochastics: An International Journal of Probability and Stochastic Processes*, 査読有り, DOI:10.1080/17442508.2015.1136630, Published online: 01 Feb. 2016

Kenichiro Shiraya and Akihiko Takahashi

“A New Improvement Scheme for Approximation Methods of Probability Density Functions”, *Journal of Computational Finance*, 査読有り, 19(4), 73-94, Feb.26, 2016

DOI:10.21314/JCF.2016.213

Akihiko Takahashi and Yukihiro Tsuzuki

“ An Approximation Formula for Basket Option Prices under Local Stochastic Volatility with Jumps: an Application to Commodity Markets ”, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 査読有り, Volume 292, 15 January, 2016, pp. 230-256

DOI:10.1016/j.cam.2015.06.027

Kenichiro Shiraya and Akihiko Takahashi

“ Quadratic-exponential growth BSDEs with Jumps and their Malliavin's Differentiability ”, *CARF Working Paper*, 査読無し, CARF-F-376, 2015.12

<http://www.carf.e.u-tokyo.ac.jp/pdf/workingpaper/fseries/F376.pdf>

Masaaki Fujii and Akihiko Takahashi

“ Asymptotic Expansion for Forward-Backward SDEs with Jumps ”, *CARF Working Paper*, 査読無し, CARF-F-372, 2015.12

<http://www.carf.e.u-tokyo.ac.jp/pdf/workingpaper/fseries/F372.pdf>

Masaaki Fujii and Akihiko Takahashi

“ Pricing Average and Spread Options on Commodities under Local-Stochastic

Volatility with Jumps Models”, *CARF Working Paper*, 査読無し, CARF-F-365, 2015.07  
<http://www.carf.e.u-tokyo.ac.jp/pdf/workingpaper/fseries/F365.pdf>  
 Kenichiro Shiraya and Akihiko Takahashi  
 "Price Impacts of Imperfect Collateralization", CARF-F-375, November 2015, Forthcoming in *International Journal of Financial Engineering*, 査読有り, Vol.2-4, 2015, 155045(31pages)  
 DOI:10.1142/S2424786315500450  
 Kenichiro Shiraya and Akihiko Takahashi  
 "An Asymptotic Expansion of Forward-Backward SDEs with a Perturbed Driver", *International Journal of Financial Engineering*, 査読有り, Vol.2, No. 2 (2015) 1550020 (29 pages)  
 DOI:10.1142/S2424786315500206  
Akihiko Takahashi and Toshihiro Yamada  
 "Perturbative Expansion Technique for Non-linear FBSDEs with Interacting Particle Method", *Asia-Pacific Financial Markets*, 査読有り, Vol. 22-3, pp.283-304, 2015  
 DOI:10.1007/s10690-015-9201-7  
 Masaaki Fujii and Akihiko Takahashi  
 "An FBSDE Approach to American Option Pricing with an Interacting Particle Method", *Asia-Pacific Financial Markets*, 査読有り, Vol.22-3, pp.239-260, 2015  
 DOI:10.1007/s10690-014-9195-6  
 Masaaki Fujii, Seisho Sato and Akihiko Takahashi  
 "Optimal Hedging for Fund & Insurance Managers with Partially Observable Investment Flows", *Quantitative Finance*, 査読有り, Volume 15, Issue 3, 2015, pp.535-551  
 DOI:10.1080/14697688.2014.950320  
 Masaaki Fujii and Akihiko Takahashi  
 "On Error Estimates for Asymptotic Expansions with Malliavin Weights --Application to Stochastic Volatility Model--", *Mathematics of Operations Research*, 査読有り, vol.40(3), 2015, pp. 513-541, lead article,  
 DOI:10.1287/moor.2014.0683  
Akihiko Takahashi and Toshihiro Yamada  
 ㉑ "A Semi-group Expansion for Pricing Barrier Options", *International Journal of Stochastic Analysis*, 査読有り, Volume 2014(2014), ArticleID 268086, 15pages  
 DOI:10.1155/2014/268086  
 Takashi Kato, Akihiko Takahashi and Toshihiro Yamada  
 ㉒ "Making Mean-Variance Hedging Implementable in a Partially Observable Market", *Quantitative Finance*, 査読有り, Volume 14, Issue 10, 2014, pages1709-1724

DOI:10.1080/14697688.2013.867453  
 Masaaki Fujii and Akihiko Takahashi  
 ㉓ "Pricing Multi-Asset Cross Currency Options", *Journal of Futures Markets*, 査読有り, Vol.34-1, pp.1-19, lead article, 2014  
 DOI:10.1002/fut.21590  
 Kenichiro Shiraya and Akihiko Takahashi  
 ㉔ "Note on an Extension of an Asymptotic Expansion Scheme", *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 査読有り, Volume 16, Issue 05, 2013 pp.1350031-1-1350031-23  
 DOI:10.1142/S0219024913500313  
Akihiko Takahashi and Masashi Toda  
 ㉕ "Generating a Target Payoff Distribution with the Cheapest Dynamic Portfolio: an Application to Hedge Fund Replication", *Quantitative Finance*, 査読有り, Volume 13, Issue 10, 2013, Special Issue: Themed Issue on Fund Management, pages 1559-1573,  
 DOI:10.1080/14697688.2013.779014  
Akihiko Takahashi and Kyo Yamamoto  
 ㉖ "An Asymptotic Expansion Formula for Up-and-Out Barrier Option Price under Stochastic Volatility Model", *JSIAM Letters*, 査読有り, Vol. 5, 2013, pp.17-20.  
[https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsiam/5/0/5\\_17/pdf](https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsiam/5/0/5_17/pdf)  
 Takashi Kato, Akihiko Takahashi and Toshihiro Yamada  
 ㉗ "Derivative Pricing under Asymmetric and Imperfect Collateralization and CVA", *Quantitative Finance*, 査読有り, Vol. 13, No.5, pp.749-768, 2013  
 DOI:10.1080/14697688.2012.738931  
 Masaaki Fujii and Akihiko Takahashi

[学会発表](計5件)

Kenichiro Shiraya(joint work with Akihiko Takahashi), "Pricing basket options under local stochastic volatility with jumps", Second conference on Stochastics of Environmental and Financial Economics, 2015年4月21日, Oslo(Norway)  
 山田俊皓、(共著者: 高橋明彦)、"Asymptotics for Computational Finance", NUS-U Tokyo Workshop on Quantitative Finance, 2014年9月26日, 東京大学(東京都文京区)  
Akihiko Takahashi, "An Asymptotic and Perturbative Expansion Approach in Finance", Global Derivatives Trading & Risk Management 2014(招待講演), 2014年5月13日, Amsterdam(Holland)  
 山田俊皓、高橋明彦、"Forward-Backward SDEの漸近展開とCVAの計算について、

日本応用数理学会 2013 年度学会、2013 年 9 月 10 日、アクロス福岡西(福岡県福岡市)

山田俊皓、高橋明彦、" Asymptotic Expansion for FBSDEs and CVA "、第 39 回 2013 年度夏季 JAFEE 大会、2013 年 8 月 4 日、明治大学駿河台キャンパスアカデミーコモン(東京都千代田区)

〔図書〕(計 3 件)

" Pricing and Hedging of Long-Term Futures and Forward Contracts with a Three-Factor Model " , *Commodities*, Kenichiro Shiraya and Akihiko Takahashi, Section 1-3 (pp.31-53), Chapman and Hall/CRC, November 2015, Book editors: M.A.H.Dempster, Ke Tang, <https://www.crcpress.com/Commodities/Dempster-Tang/p/book/9781498712323>

"Asymptotic Expansion Approach in Finance", *Large Deviations and Asymptotic Methods in Finance*, Akihiko Takahashi, Vol.110, Ch.13 (pp.345-411), Springer, 2015 DOI: 10.1007/978-3-319-11605-1, Book editors: Peter Friz et al. <http://www.springer.com/us/book/9783319116044>

" Interest Rate Modelling under Full Collateralisation " , *Interest Rate Modelling after the Financial Crisis*, Masaaki Fujii and Akihiko Takahashi, Chapter 6 (pp.241-282), Risk books, Incisive Media, 11, June 2013. Book editors: Massimo Morini, Marco Bianchetti <http://riskbooks.com/interest-rate-modelling-after-the-financial-crisis>

〔その他〕

ホームページ等

<http://park.itc.u-tokyo.ac.jp/takahashi-lab/research2.html>

6 . 研究組織

(1)研究代表者

高橋 明彦 (TAKAHASHI, Akihiko)  
東京大学・大学院経済学研究科・教授  
研究者番号 : 5 0 3 1 3 2 2 6