

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 9 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400061

研究課題名(和文)ミラー対称性とモジュライ空間の幾何学の研究

研究課題名(英文)Study on Mirror Symmetry and Geometry of Moduli Space

研究代表者

秦泉寺 雅夫 (Jinzenji, Masao)

北海道大学・理学(系)研究科(研究院)・准教授

研究者番号：20322795

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文)：複素射影空間内の超曲面の種数0のグロモフ-ウィッテン不変量の留数積分表示する際に障害となっていた対角的寄与と呼ばれる量を、一般的に消去する方法を発見した。これにより、種数0のグロモフ-ウィッテン不変量の留数積分表示が完成し、研究代表者の開発した仮想構造定数の留数積分表示を組み合わせることにより、複素射影空間内の超曲面の場合のミラー定理を直接的かつ幾何学的に証明することが、可能になった。なお、この結果をまとめる論文を現在執筆中であるが、完成にはもう少し時間が必要である。

研究成果の概要(英文)：I invented a recipe to cancel all the diagonal contributions, which are obstacles to represent genus 0 Gromov-Witten invariants of projective hypersurfaces in terms of residue integrals. Using this recipe, I completed residue integral representation of the Gromov-Witten invariants. This result enables me to give a direct and geometrical proof of the mirror theorem of projective hypersurfaces. But it seems to take a little more time to complete the full paper on this result.

研究分野：数理論理学

キーワード：ミラー定理 グロモフ-ウィッテン不変量 留数積分表示 対角的寄与 射影空間内の超曲面

1. 研究開始当初の背景

私は射影空間の超曲面のグロモフ-ウィッテン不変量に関するミラー対称性を20年近くにわたって研究してきた。この場合のミラー対称性は、グロモフ-ウィッテン不変量をその定義から出発せず、ミラー対称性の予想から得られる確定特異点型の線型微分方程式の解から求める事を意味する。この手法は、複数の研究者によって色々なバリエーションが与えられたが、私もその一つの手法を予想として提出した。当然、私はその予想を独自の方法で証明する事を目指してきたのであるが、前回の科研費の課題による研究で、ミラー対称性予想の出発点となる微分方程式の解から得られる関数の展開係数を、通常安定写像によりコンパクト化されたモジュライ空間とは異なるコンパクト化したモジュライ空間の幾何学的な交点数として表すことに成功していた。この交点数は、留数積分を用いた閉じた表式で表される。一方、私は、低い次数のグロモフ-ウィッテン不変量も留数積分を用いて表す事が出来る事に気づき、両者の表式の類似性を用いて次数3までのグロモフ-ウィッテン不変量について、私のミラー対称性予想を証明することにも成功していた。

2. 研究の目的

1の状況のもとで、超曲面の場合の私の提出したミラー対称性予想を一般の次数のグロモフ-ウィッテン不変量について証明することが、本課題における研究の目的である。

3. 研究の方法

証明の残りのプロセスは、私の得た仮想交点数の母関数が、ミラー変換と呼ばれる母関数の変数変換によって、グロモフ-ウィッテン不変量の母関数に変換される事を証明する事になる。仮想交点数は、前にも述べた通り留数積分で表せるのであるが、証明の鍵となるのは、一般の次数のグロモフ-ウィッテン不変量を留数積分で表す事である。これが達成できれば、証明は留数積分の被積分関数の単なる恒等式の証明に帰着する。しかし、障害となるのは一般の次数のグロモフ-ウィッテン不変量を留数積分で表そうとする際にあらわれる対角的寄与という余分な寄与である。これを系統的に除去する方法を完成させる事が本研究の成功の鍵であった。この方法を発見するため、科研費を用いて購入した数式処理ソフトを用いて、長時間による計算の試行錯誤と分析を繰り返した。

4. 研究成果

結論から言うと、計算機を用いた結果としては、対角的寄与を系統的に除去する方法を研

究期間内に見つける事には成功した。また、対角的寄与を除去出来る事を認めた場合、ミラー変換が組み合わせ論的な有理関数の恒等式に帰着されることを示し、その恒等式の証明も現在では完成している。よって、原理的には証明の道筋は確立したのであるが、論文の完成のためには、対角的寄与が除去されるプロセスを細かいディテールにわたって手計算で証明する必要がある、発表までにはまだ時間を要する見通しである。なお、科研費を用いてこの研究の進展に関する結果を国内外で紹介した。また、私のこれまでのミラー対称性の研究に関する入門的な専門書をサイエンス社から出版した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 4 件)

Masao Jinzenji, Masahide Shimizu

Open Virtual Structure Constants and Mirror Computation of Open Gromov-Witten invariants of Projective Hypersurfaces.

International Journal of Geometric Methods in Modern Physics, 査読有, Vol. 11, No. 1, 2014, 1450005.

DOI: 10.1142/S0219887814500054

Masao Jinzenji.

Multi-point virtual structure constants and mirror computation of CP^2 model.

Lie Theory and Its Applications in Physics: Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 査読有, Vol.111, 2014, 415-424.

DOI: なし。

秦泉寺 雅夫

多点仮想構造定数と CP^2 の種数0のグロモフ-ウィッテン不変量のミラー対称性的計算法について

数理解析研究所講究録、査読無、1918、2014、88-97

DOI: なし

Masao Jinzenji.

Mirror Map as Generating Function of Intersection Numbers: Toric Manifolds with Two Kahler forms.

Communications in Mathematical Physics, 査読有, 323, 2013, 747-811.

DOI: 10.1007/s00220-013-1786-y

[学会発表](計 9 件)

秦泉寺 雅夫

Direct Proof of Mirror Theorem of Projective Hypersurfaces.

立教大学数理物理学研究センター 臨時セミナー (招待講演), 2016年02月24日, 立教大学 (東京都・豊島区)

秦泉寺 雅夫

Toward Direct Proof of Mirror Theorem of Projective Hypersurfaces.

日本数学会秋季総合分科会, 2015年09月15日, 京都産業大学 (京都府・京都市)

Masao Jinzenji

Toward Direct Proof of Mirror Theorem of Projective Hypersurfaces.

Mathematics Inspired by String Theory (招待講演), 2014年12月10日, Tsingua Sanya International Mathematics Forum (中国・三亚市).

秦泉寺 雅夫

Mirror Map as Generating Function of Intersection Numbers.

研究集会「頂点作用素代数と超弦理論」(招待講演), 2014年02月01日, 立教大学 (東京都・豊島区)

秦泉寺 雅夫

Multi-Point Virtual Structure Constants and Mirror Computation of CP^2 model.

研究集会「ミラー対称性の展望」(招待講演),

2013年12月25日, 京都大学 (京都府・京都市)

Masao Jinzenji.

Mirror Map as Generating Function of Intersection Numbers.

Geometry and Topology Workshop (招待講演), 2013年11月28日, 香港中文大学 (中国・香港特别行政区).

秦泉寺 雅夫

Mirror Map as Generating Function of Intersection Numbers.

立教大学数理物理学研究センター 臨時セミナー (招待講演), 2013年09月12日, 立教大学 (東京都・豊島区)

Masao Jinzenji.

Mirror Map as Generating Function of Intersection Numbers.

The 6th Pacific RIM Conference on Mathematics 2013 (招待講演), 2013年07月01日, 札幌コンベンションセンター (北海道・札幌市).

Masao Jinzenji.

Multi-point virtual structure constants and mirror computation of CP^2 model.

X. International Workshop LIE THEORY AND ITS APPLICATIONS IN PHYSICS (招待講演), 2013年06月18日, Institute for Nuclear Research and Nuclear Energy (ブルガリア・ヴァルナ市).

[図書](計 1 件)

秦泉寺 雅夫、サイエンス社、数物系のためのミラー対称性入門、2014、216ページ

[産業財産権]
出願状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:

種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況（計 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織
(1) 研究代表者

秦泉寺 雅夫 (JINZENJI MASAO)

北海道大学・大学院理学研究院・准教授

研究者番号：20322795

(2) 研究分担者
()

研究者番号：

(3) 連携研究者
()

研究者番号：