

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 6 月 12 日現在

機関番号：56203

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25400274

研究課題名(和文) 非摂動的弦理論における対称性の自発的破れ

研究課題名(英文) Spontaneous symmetry breaking in nonperturbative string theory

研究代表者

黒木 経秀 (Kuroki, Tsunehide)

香川高等専門学校・一般教育科(詫間キャンパス)・准教授

研究者番号：40442959

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,600,000円

研究成果の概要(和文)：bosonとfermionを入れ替えるような超対称性を持っている低次元の弦理論の非摂動的定義を、やはり超対称性を持っている行列模型(行列を力学変数とする模型)の階数無限大極限によって厳密に与えた。これは超対称性を保つ弦理論の非摂動的定式化の初の例である。また、この理論においては、理論のパラメーターに関する展開のすべての次数で超対称性が保たれているが、非摂動的にはそれが自発的に破れることを証明した。

研究成果の概要(英文)：We gave a rigorous nonperturbative definition of string theory in lower dimensions with supersymmetry, which is symmetry interchanging bosons and fermions, by taking a rank infinity limit of a supersymmetric matrix model (a model with matrices as dynamical variables). This is the first example of nonperturbative formulation of string theory with supersymmetry. Furthermore, we proved that in this theory, supersymmetry is preserved in all order with respect to a parameter of this model, while nonperturbatively, it gets broken spontaneously.

研究分野：素粒子論

キーワード：弦理論 自発的対称性の破れ 行列模型 超対称性

### 1. 研究開始当初の背景

素粒子の標準模型は、加速器実験等で検証されているが、重力を含まず、統一理論としては未完成である。4つの相互作用を統一し、何故時空は4次元かといった自然界の根源的問いに迫るためには、重力を含む量子論としての統一理論が必要不可欠であり、その最有力候補が弦理論である。しかし弦理論は摂動的な定式化しか持たないため、その真空が決定できず、現実世界に対する予言能力、説明能力を未だに備えていない。これが弦理論における最大の課題であり、30年近く解決していない。格子ゲージ理論による非摂動的定式化によって閉じ込めが定性的に理解されたように、弦理論が根源的な問いに答え得るためには、その非摂動的定式化を与えることが本質的である。

近年の弦理論研究は、理論の高い対称性、特に超対称性を有効に用いた解析が流行している。しかし統一理論として弦理論が導出すべき標準模型は超対称性のない4次元の場の理論であり、弦理論の非摂動ダイナミクスによって超対称性をはじめとする弦理論の高い対称性がどのように破れるかは未解決のままである。特に超弦理論において超対称性が果たす理論の無矛盾性や唯一性などの本質的な役割の観点からすると、超弦理論の超対称性は人為的に破るよりも自発的に破れる機構の方が少なくとも理論的には望ましい。このような現象を解析するには、弦理論の非摂動的定式化が必要になるが、低次元のいわゆる非臨界弦理論の範疇でも、target spaceの超対称性を保った非摂動的定式化は知られておらず、そのため弦理論の超対称性が自発的に破れる例は構成されていなかった。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、まず低次元でよいので超弦理論の非摂動的定式化を与える行列模型の初めての例を厳密に定義し、これが超弦理論の摂動論を再現することを確認する。その後この行列模型の非摂動的解析を行い、超対称性が非摂動的かつ自発的に破れることを厳密に証明することにより、超弦理論のtarget spaceの超対称性が非摂動的かつ自発的に破れる初の例を構成することである。

具体的には、本研究以前に我々が解析してきたdouble-well型のポテンシャルを持つ超対称行列模型を扱う。我々は先行研究でこの模型が超対称/非超対称3次相転移を起こすことを発見した。この相転移点で連続極限に相当するlarge-N極限を取ると、超弦理論が定義される可能性を追求する。特に相転移点に近づきながら同時にlarge-N極限を取るいわゆるdouble scaling limitを明確に規定する。さらに、この極限の下で、行列模型が定義する超弦理論の超対称性が非摂動的に破れることを厳密に示すことを主目的とする。

### 3. 研究の方法

まず行列模型側のtree levelの相関関数は、single trace operatorに対するsourceを入れてlarge-N極限における固有値分布を求め、それを用いてfree energyを計算した後sourceで微分する方法で求めた。一方、超対称性の破れに関するオーダーパラメータの非摂動的計算においては、非摂動効果は行列模型側ではインスタントンによりもたらされることに注意し、effective potentialの鞍点に孤立して存在する固有値の背景中での相関関数を求めた。この際、Nicolai mapping および半無限区間での直交多項式を用い、境界の寄与を逐次取り入れることにより具体的計算を行った。ともに我々が提唱するdouble scaling limitでの表式を与えた。

一方超弦理論側では、まずvertex operatorと行列模型のsingle trace operatorの対応を両者の超対称性の同一視に基づき定め、vertex operator間の相関関数はConformal Field Theory(CFT)を用いることにより導出した。

### 4. 研究成果

まず行列模型側では、double scaling limitにおいて超対称性の破れのオーダーパラメータがゼロでない値を持つことを厳密に示すことができた。そこで少なくともこの行列模型においてはdouble scaling limitの下で超対称性が自発的に破れることを厳密に示すことができた。これは行列模型において初の例であり学問的価値が高い。また、オーダーパラメータの具体的表式を与えることができたため、そこから超対称性の破れを起こす非摂動効果は行列模型におけるインスタントン、即ち孤立して鞍点に存在する固有値によるものであることが明らかになった。先行研究でこのような固有値が非摂動効果の基になることは知られていたが、それが対称性の破れと結び付く例は初めてであり、今後行列模型における対称性の破れを研究する際の礎になると思われ、この結果の存在意義は非常に大きい。さらに、このオーダーパラメータに関しては、インスタントン周りの摂動論のオールオーダーの結果も非常にコンパクトな形で与えることができた。一般に非摂動的物体の周りの摂動論を足し上げることは難しいばかりか、その足しあがった結果がシンプルな形にまとまることは稀有であるため、この結果は以後の同様の研究の道標になることが期待される。また、手法の面においても、直交多項式あるいはNicolai mappingの境界から対称性を破る非摂動効果が現れるということをも具体例で示した本研究は、今後超対称行列模型や超対称ゲージ理論の非摂動的解析を行う上で、その非摂動効果の現れ方やその具体的計算に重要な知見を与えると思われる。以上は超対称性の破れのオーダーパラメータに関する結果であり、従って超対称不変な演算子の相関関数

の計算であったが、Nicolai mapping および random matrix theory の全次数の結果を組み合わせるにより、超対称不変でない演算子の 1 点関数についても摂動論の全次数の結果を得ることができた。この結果、double scaling limit の下で摂動級数の全次数の寄与が有限であることが確認され、この意味で double scaling limit はきちんと定義されており、さらにその摂動級数は弦理論として期待されている形を持つことが分かった。従って、本研究で扱った超対称行列模型は我々が提唱する double scaling limit の下で少なくとも何らかの非臨界超弦理論を非摂動的に定義していることが明らかになった。かつ本研究においてこの模型の超対称性は自発的かつ非摂動的に破れることを示したため、非臨界超弦理論における超対称性の自発的破れを具体的に構成し証明したことになり、以後の弦理論における対称性の破れの基礎になると期待される。

一方超弦理論側では、対称性および相関関数の振舞から、この行列模型に対応する超弦理論は 2 次元の type IIA 超弦理論であることが強く示唆されるため、この理論において行列模型の演算子に対応する状態を対称性の観点から定めた。さらに、この理論において相関関数を独立に求め、我々の構成した対応に基づきそれを行列模型の結果と比較したところ、fermion も含めた複数種類、無限個の tree level の相関関数について、パラメータの依存性が完全に一致することが分かった。このことは、我々の超対称行列模型が、実際に 2 次元 type IIA 超弦理論の非摂動的定式化を与えることを示している。特に、両方で log のべきという特異な振る舞いが一致することは、この主張の非常に強い証拠である。従って行列模型が double scaling limit で定義する超弦理論を具体的に同定することができた。まだ任意の多点関数において摂動級数を再現することが示せていないため、完全な証明ではないが、さらなる相関関数の一致を調べこの主張が確認できれば、摂動論の全次数で target space の超対称性が保たれている超弦理論の非摂動的定式化を具体的に well-defined な形で明確に与えたことになる。現在まで超対称性を保つ超弦理論の非摂動的定式化は低次元も含めて知られていないため、これは初の例になり、存在意義が大きい。

超弦理論側の計算においては、最終結果を得るには複雑な複素積分を実行する必要があったが、以前から知られていた Liouville theory の結果を用いることにより具体的値を得ることに成功した。また、行列模型と対応すべき on-shell の相関関数は一般に発散するが、その正則化を自然な要請から一元的に定め、有限の値を得た。この正則化も今後の同様な計算への応用が期待される。

よって本研究によって厳密に定義された、target space の超対称性を持つ超弦理論の非

摂動的定式化が得られ、かつそれが tree level ではあるが相関関数の比較によって実際に確かめられている例が構成された。さらにこれを用いると理論の超対称性は自発的かつ非摂動的に破れることが証明された。このように超弦理論の超対称性が自発的に破れることを低次元ではあるが具体例で示した本研究は、超対称性による解析が流行し、現実の素粒子物理と乖離が見られる現在の国内外の弦理論研究状況において非常に独創的であるばかりか、研究の方向性を超対称性を使うものから破るものへと 180 度変え得るほどのインパクトがあると思われる。特に、従来の弦理論研究では、超対称性は D-brane を手で置くなどして人為的に破るものがほとんど全てと言ってよい状況であったが、本研究ではそれをする必要がなく、むしろ超対称性が自発的に破れ得ることを少なくとも超弦理論を定義しうる行列模型の範疇で具体例を以て厳密に示したことになり、本研究の研究成果は以後の弦理論における対称性の破れの議論の礎になるとと思われる。特に、本研究により、行列模型側では超対称性の破れを引き起こす自由度がインスタントンであることを明らかになり、このような自由度は一般に弦理論における D-brane に対応することが知られているので、本研究は D-brane の力学的生成ないし凝縮が超弦理論における超対称性の破れを引き起こすという大変重要な物理的知見を提供していると思われる。この可能性を追究することは、今後の弦理論研究、特に標準模型など現実の素粒子物理と弦理論を繋ぐ鍵として重要な役割を果たすと期待される。

今後は type IIA 超弦理論と超対称行列模型の相関関数の摂動論的一致をより一般の多点関数や高次摂動級数において確認し、主張を強固にすることが望まれる。この際、超対称不変でない演算子の多点関数の高次摂動級数の計算においても本研究の手法が使えるため、行列模型側の計算は十分可能であると思われる。超弦理論側では高種数になると fermionic moduli の問題があり得るが、行列模型の結果をむしろ参照することにより、それらの問題を同時に解決できることが期待される。また、超対称性のある理論で超対称不変でない演算子の弦理論的な摂動級数が完全に得られた稀な例であるので、近年注目されている resurgence のアイデアを適用し、その構造を明らかにすることや、同様の解析を ABJM 模型など他の模型への適用することが考えられる。また今後の方向性として最も重要なのは、超対称性の自発的破れを引き起こした行列模型のインスタントンが、超弦理論側でどんな自由度に対応するのか、どんな D-brane 配位と等価であるのかなどを明らかにし、超弦理論における超対称性の自発的破れの物理を明確にすることであると思われる。

5. 主な発表論文等  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計6件)

T. Kuroki and F. Sugino, “One-point functions of non-SUSY operators at arbitrary genus in a matrix model for type IIA superstrings,” Nucl. Phys. **B 919** (2017) 325 [arXiv:1609.01628 [hep-th]]

DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2017.03.018  
査読有

S. Kawamoto and T. Kuroki, “Existence of new nonlocal field theory on noncommutative space and spiral flow in renormalization group analysis of matrix models,” JHEP **1506** (2015) 062 [arXiv:1503.08411 [hep-th]]

DOI: 10.1007/JHEP06(2015)062  
査読有

T. Kuroki, S. Kawamoto and D. Tomino, “Renormalization group approach to matrix models via noncommutative space,” Fortsch. Phys. **62** (2014) 792

DOI: 10.1002/prop.201400032  
査読有

T. Kuroki and F. Sugino, “Supersymmetric double-well matrix model as two-dimensional type IIA superstring on RR background,” JHEP **1403** (2014) 006 [arXiv:1306.3561 [hep-th]]

DOI: 10.1007/JHEP03(2014)006  
査読有

M. G. Endres, T. Kuroki, F. Sugino and H. Suzuki, “SUSY breaking by nonperturbative dynamics in a matrix model for 2D type IIA superstrings,” Nucl. Phys. **B 876** (2013) 758 [arXiv:1308.3306 [hep-th]]

DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2013.09.005  
査読有

S. Kawamoto, D. Tomino and T. Kuroki, “Large-N renormalization group on fuzzy sphere,” Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser. **21** (2013) 151

DOI: 10.1142/S2010194513009562  
査読有

[学会発表](計16件)

黒木経秀, “Large order behavior and resurgence in correlation functions of non-SUSY operators in matrix model for noncritical superstrings,” 日本物理学会 第72回年次大会, 2017年3月18日, 大阪大学(大阪府)

Tsunehide Kuroki, “Correlation functions of non-SUSY operators at

arbitrary genus in a matrix model for noncritical superstrings,” Workshop on String and M-theory in Okinawa, Mar. 9 (2017), OIST (Okinawa)

Tsunehide Kuroki, “Correlation functions of non-SUSY operators at arbitrary genus in a matrix model for noncritical superstrings,” KEK Theory Workshop 2016, Dec. 7 (2016), KEK (Ibaraki)

黒木経秀, “Existence of new nonperturbative nonlocal field theory on noncommutative space and spiral flow in renormalization group analysis of matrix model,” 四国セミナー, 2016年12月4日, 徳島大学(徳島県)

黒木経秀, “超対称行列模型における超対称不変でない多点関数の摂動級数,” 日本物理学会 2016年秋季大会, 2016年9月21日, 宮崎大学(宮崎県)

Tsunehide Kuroki, “Correlation functions at arbitrary genus in noncritical superstring theory,” YITP Workshop Strings and Fields 2016, Aug. 11 (2016), Yukawa Institute for Theoretical Physics (Kyoto)

黒木経秀, “Resurgence in supersymmetric matrix model,” 日本物理学会第71回年次大会, 2016年3月19日, 東北学院大学(宮城県)

Tsunehide Kuroki, “Nonperturbative ambiguity and instanton in supersymmetric matrix model,” KEK Theory Workshop, Dec. 2 (2015), KEK (Ibaraki)

Tsunehide Kuroki, “Large order behavior and instanton action in supersymmetric matrix model,” YITP Workshop Field Theory and String Theory, Nov. 9 (2015), YITP (Kyoto)

黒木経秀, “超対称性を持つ行列模型の large order behavior とインスタントン作用,” 日本物理学会 2015年秋季大会, 2015年9月26日, 大阪市立大学(大阪府・大阪市)

Tsunehide Kuroki, “Existence of nonperturbative nonlocal field theory on noncommutative space and spiral source in RG approach of matrix model,” Dynamical Systems in Mathematical Physics, Feb. 24 (2015), RIMS (Kyoto)

Tsunehide Kuroki, “SUSY breaking in noncritical superstring theory

(poster),” Strings 2014, June 23 (2014), Princeton(USA)

黒木 経秀, “Spontaneous supersymmetry breaking in noncritical covariant superstring theory,” 第 8 回中村誠太郎賞受賞講演, 日本物理学会第 69 回年次大会, 2014 年 3 月 27 日, 東海大学(神奈川県)

Tsunehide Kuroki, “Spontaneous supersymmetry breaking in noncritical covariant superstring theory,” Iberian Strings 2014, Jan. 31 (2014), Palencia(Spain)

黒木 経秀, “Spontaneous supersymmetry breaking in noncritical covariant superstring theory,” Synthesis of integrabilities arising from gauge-string duality, 2013 年 11 月 1 日, 名古屋大学(愛知県)

Tsunehide Kuroki, “Renormalization group approach to matrix models via noncommutative space,” Workshop on Noncommutative Field Theory and Gravity, Sep. 11 (2013), Corfu(Greece)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

黒木 経秀 (KUROKI Tsunehide)  
香川高等専門学校・一般教育科・准教授  
研究者番号：40442959

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：

### (4) 研究協力者

河本 祥一 (KAWAMOTO Shoichi)  
Michael G. Endres  
杉野 文彦 (SUGINO Fumihiko)  
鈴木 博 (SUZUKI Hiroshi)