

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 8 日現在

機関番号：12612

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2015

課題番号：25820041

研究課題名(和文) 微小球形粒子を過ぎる遅い流れに対する新しい漸近的手法の開発と逆マグナス効果の解明

研究課題名(英文) Development of a perturbative approach for a slow flow past a small spherical particle and clarification of the inverse Magnus effect

研究代表者

田口 智清 (Taguchi, Satoshi)

電気通信大学・情報理工学(系)研究科・准教授

研究者番号：90448168

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：遅い一様流中で回転する球に働く揚力および抵抗を気体分子運動論にもとづいて求め、球の大きさがある閾値を下回ると揚力の向きが逆転する逆マグナス現象を解明した。その際球周りの流れを調べるためのボルツマン方程式の新しい漸近的手法を開発した。また、揚力の計算を劇的に簡略化する公式を見出した。球の抵抗則における高次補正を得た。

研究成果の概要(英文)：The lift and drag acting on a spinning sphere placed in a slow uniform flow were investigated on the basis of molecular gas dynamics. It was shown that there is a threshold of the sphere size, below which the direction of the lift is inverted (the inverse Magnus effect). To analyze the flow, a perturbation method of the Boltzmann equation for a flow around a sphere was newly developed. A formula that dramatically simplifies the computation of the lift was found and used. A higher-order correction to the existing drag formula was also obtained.

研究分野：流体力学，希薄気体力学，非平衡気体力学

キーワード：逆マグナス効果 ボルツマン方程式 球 抵抗 揚力 希薄気体力学 漸近接続展開

1. 研究開始当初の背景

(1) 球形粒子が回転を伴って気体中を運動するとき、球には抵抗とともに揚力が作用する。この現象はマグナス効果として知られ、古くから多くの流体研究者の興味の対象であった。マグナス力を求める問題は、一様流中に置かれた回転球に働く力を求める問題として定式化することができ、流れの慣性の効果が小さい場合(低レイノルズ数流れ)に対しては、流体力学の基礎式であるナビエ・ストークス方程式に基づく結果が1960年代初頭に得られている。

(2) 一方、球の大きさが極めて小さくなると、ナビエ・ストークス方程式では予測できない「系の微小化の効果」が現れる。このような微小系では、気体の運動は、多数の分子の集団的振る舞いを定式化したボルツマン方程式によって記述される。ボルツマン方程式は分子同士の衝突の効果をあらわす「衝突積分項」を含む複雑な方程式であり、ボルツマン方程式に基づいてマグナス力を得ることは容易ではない。これは方程式の複雑さに加え、対象とする問題が無限領域の問題であることと、気流の性質が物体近く(分子流的)と物体遠方(連続流的)で大きく異なるため、数値的な取り扱いが難しくなっていることによる。しかし、自由分子流の極限(球の大きさが分子の平均自由行程に比べて極めて小さく分子同士の衝突が無視できる理想的極限)では例外的に解析が簡素化され、マグナス力が1970年代から80年代にかけて得られている。それによると、自由分子流の極限では、揚力の向きが連続流の場合と比べて逆転する(逆マグナス効果)。このように微小回転球に働くマグナス力は決して自明ではなく、その向きが球の大きさによってドラスティックに変化する、興味深い研究対象である。本研究ではこのマグナス力の反転現象をボルツマン方程式に基づいて理解することを目的に研究に取り組んだ。その結果、ボルツマン方程式の漸近接続展開を含む幾つかの手法を構築することに成功し、逆マグナス効果の理論や既存の抵抗則に対する非線形補正など、豊富な成果が得られた。

2. 研究の目的

遅い一様流の中に微小回転球が置かれているとき、これに働く抵抗や揚力を求めることは球のまわりの気流の振る舞いを調べることで達成される。これまでの先行研究では、球の大きさが十分大きく通常の流体力学が適用できる場合(連続流極限)と、球の大きさが分子の平均自由行程に比べて極めて小さく、無衝突気体を仮定できる場合(自由分子流極限)において、球に働く力が得られている。本研究では球の大きさが任意である場合に、球に働く力を求める新しい方法を構築することで、連続流と自由分子流の両極限を

つなぐ、マグナス力の一般理論を構築することを目的として研究を行った。

3. 研究の方法

(1) 漸近接続展開

本問題で取り扱う流れの特徴として、球の近くでは流れが分子流的に振る舞う一方で、球から遠く離れた領域では連続的に振る舞うことがあげられる。これはボルツマン方程式の数値解析の際大きな問題となる。なぜなら、ボルツマン方程式を用いて低速で連続流に近い流れを数値的に解くことは一般に難しく、それ故遠方に広がる一様流に近い流れの詳細を捉えることが難しいためである。ボルツマン方程式の直接数値計算のみで断定的な結果を出すことは相当に難しい。それに対し本研究でとった方法は、まず流れが(音速の尺度でみて)低速であることを利用し、マッハ数を微小なパラメータとする漸近解析を行う。その結果、遠方場に広がる流体力学的な領域の流れ場に関しては解析的な表現を得ることができ、数値計算は球近傍の分子流的な領域に集中して行うことが可能となる。つまり、ボルツマン方程式がもっとも自然に振る舞う(従って数値的な性質のよい)分子流的な流れのみを選択的に解析することができる。さらに球の近傍では流れの非線形性が弱いため、問題は本質的に線形化ボルツマン方程式の境界値問題となる。これにより相似解を使った問題のさらなる要素分解が可能となり、球の抵抗則に関する非線形補正の導出、揚力の計算におけるクロスカップリング則の発見など、多くの成果につながった。

(2) 数値解析

前項で述べた漸近接続展開を行うと、球近傍の流れ場は、線形化ボルツマン方程式の所与の境界値問題の解によって表されることがわかる。主要項となるマッハ数の1次のオーダーでは、解は無回転球を過ぎる一様流の振る舞いを調べる問題(問題U)と静止気体中で回転する球によって引き起こされる流れを調べる問題(問題S)の解の重ねあわせで表現される。揚力の計算にはこれらの両方の解が必要になるので、これらの問題を精密な数値計算により数値的に解いた。問題Uに関しては研究代表者の属するグループで過去に詳細に調べられているため、そこで開発された手法(差分法)を用いた(速度分布関数に生じる不連続の処理や計算領域を節約する工夫がなされている)。ただし(4-(1)-で述べるように)新たに速度場の遠方での振る舞いを精密に求める必要が生じたため、今回の計算では精度の向上や方法の一部改良を行っている。一方、問題Sに関しても問題Uと同じ手法を用いて高精度の計算を行った。いずれの問題においても数値計算には本来のボルツマン衝突項ではなく、その簡易モデルを用いた。これは、ボルツマン方程式

の衝突項の性質を保持したまま数値計算の難易度を低減することで、新しい方法論の確立とそれによる逆マグナス現象の解明を優先させたためである。

(3) クロスカップリング則

漸近接続展開の帰結として、マッハ数の2次のオーダーにおける球近傍の流れ場を決定する(非同次)線形化ボルツマン方程式の境界値問題を導出した。さらに問題の相似解を見出すことで、抵抗の高次補正が(マッハ数の1次の問題である)問題Uの解の情報(遠方場の流速場)のみから計算可能であることを指摘した。つまり抵抗に関してはマッハ数の2次の問題を解析する必要はない。一方、揚力に関しては、相似解からはこのような単純な結果を得ることはできない。しかし、最近高田によって得られた線形化ボルツマン方程式の対称関係(S. Takata, J. Stat. Phys. 136, 751-784 (2009))を利用することで、(マッハ数の1次の問題である)問題Uの解と問題Sの解から揚力を求める公式(クロスカップリング則)を得ることができた。この公式を利用することで、揚力(マグナス力)に関しても、マッハ数の1次の問題の解のみからこれを計算できるようになり、計算労力の劇的な低減が達成された。

4. 研究成果

研究計画に従い、まず無回転球を過ぎる一様流の解析を行い、その後、回転球を過ぎる流れに対して解析を拡張した。以下それぞれの問題において得られた成果を記述する。

(1) 無回転球を過ぎる一様流

ボルツマン方程式の漸近接続展開
無回転球の場合の解析における主眼は、ボルツマン方程式に対する漸近接続展開をより単純な状況で確立することであった。漸近接続展開は摂動展開法の一つで、解の空間変化の尺度(スケール)が領域ごとに大きく異なる場合に漸近解を求める際に使われ、流体力学(ナビエ・ストークス方程式)において遅い物体まわりの流れの解析に用いられてきた。漸近接続展開をボルツマン方程式に対して行い、その有効性を実証したのが本研究における第1の成果である。巨視量を従属変数とするナビエ・ストークス方程式と異なり、ボルツマン方程式では速度分布関数のレベルで内部解と外部解の接続を行わなければならない。これまで蓄積されてきたボルツマン方程式の漸近理論(グラッド・ヒルベルト展開やS展開)の結果をうまく使うことでこれが可能であることを示した。

抵抗則における非線形補正

無回転球を過ぎる流れを漸近接続展開という方法で取り扱ったことによる重要な帰結は、先行研究で得られていた球の抵抗則に対する、マッハ数の2次のオーダーの補正項を

見出したことである。より具体的には、補正項は無回転球を過ぎる一様流の問題(前出の問題U)における遠方における速度場の減衰項の因子に結び付けられる。しかもこの問題は先行研究で解析され解の振る舞いがよくわかっているので、補正項を得るためには、この問題を既存の方法で再度解き、該当する情報(遠方における流速場の減衰)を抽出しさえすればよい。これを行い、補正項を(球の大きさの関数として)数値的に確定した。この結果は国際学術論文誌に掲載されており、内外の研究者からも高い評価を得た。

(2) 回転球を過ぎる一様流

漸近接続展開

無回転球の場合に漸近接続展開の有効性が確かめられたので、これを球が回転する場合に拡張し、回転球を過ぎる一様流の振る舞いを解析した。回転球の場合は、流れが軸対称性を失うので、解析の複雑さが大きく増大すると予想された。そのため当初は回転軸が流れに垂直な場合の解析を先に行い、解析の見通しを得た後に一般の回転軸の場合に解析を拡張する計画をたてていた。しかし解析を開始して早い段階で、一般の回転軸の場合に適用可能な線形化ボルツマン方程式の相似解を見出し、解析の見通しが大幅に向上した。そのため、計画を変更し、一気に一般の回転軸の場合の解析を行った。研究代表者の知る限り非軸対称流れに対してボルツマン方程式による漸近接続展開を適用した研究例はこれまでなく、高い学術的価値を有する結果である。

揚力に対する表現

漸近接続展開の結果、球に働く揚力に対する一般的な表式を得ることに成功した。この公式は任意の回転軸と一様流の向きに対して揚力を与える一般性の高いものである。また、球の大きさの影響は、分子の平均自由行程と球の球径の比であるクヌーセン数に依存する関数(揚力関数)として公式に入っており、揚力関数を求めることで公式は完成する(閉じたものとなる)。揚力をこのような単純な公式という形で得たことは、実用的にも意義深いと思われる。なお、揚力関数の解析的な表現を求めることは一般にはできないので、マッハ数の2次のオーダーで生じる線形化ボルツマン方程式の所定の境界値問題を様々なクヌーセン数に対して解き、それらの解をもとに数値的に構築する必要がある。これについては次に述べる省力化の方法を得た。

クロスカップリング則

前項で述べたように、揚力関数を構築するためには、マッハ数の2次のオーダーで生じる所定の線形化ボルツマン方程式の境界値問題を様々なクヌーセン数に対して数値解析する必要がある。この問題は線形問題であるので、本来の(非線形)ボルツマン方程式

を直接解析するのに比べると易しい。しかし、依然として無限領域の問題であり、精密な解を得るためにはかなりの努力を要する問題である。解析のさらなる簡素化が達成できれば多くの労力と時間を節約できる。そこで最近高田によって得られていた線形化ポルツマン方程式の対称関係を利用することを考えた。その結果、揚力の値を前出の問題Uおよび問題Sの解から計算する公式を見出すことに成功した。このクロスカップリング型生成公式を使えば、実質的にマッハ数の2次の問題の直接数値解析を迂回して揚力関数の構築を行うことができ、劇的な計算労力の削減へとつながった。本研究ではこの公式を利用することで、広いクヌーセン数(平均自由行程と球径の比)の範囲に対して揚力関数の構築を行った。

逆マグナス現象

最後に、本研究の最終目標である揚力(マグナス力)について述べる。構築した揚力関数はクヌーセン数に対して単調に変化し、クヌーセン数が小さいときは正の値を、クヌーセン数が大きくなると負の値をとり、クヌーセン数が約0.7付近で0となることがわかった。つまり、球の直径がある閾値を下回ると揚力の向きが逆転する。これは「逆マグナス効果」を説明する一つの理論であり、また正の揚力と負の揚力を分ける臨界値(閾値)を突き止めることに成功した。逆マグナス現象を理論的にとらえた成果は国内外でも初めてであり、インパクトの高い成果といえる。現在論文発表の準備を進めている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

Satoshi Taguchi, Asymptotic theory of a uniform flow of a rarefied gas past a sphere at low Mach numbers, Journal of Fluid Mechanics (査読有), Vol. 774, 363-394 (2015)

DOI: 10.1017/jfm.2015.265

田口 智清, 遅い気体流に対する非圧縮性 Navier-Stokes 方程式系の適用性について, 数理解析研究所講究録, 1947, 105-114 (2015) (招待論文)

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/1947-07.pdf>

Satoshi Taguchi, On the drag exerted on the sphere by a slow uniform flow of a rarefied gas, Proceedings of the 29th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, AIP Conf. Proc. (査読有), Vol. 1628, 51-59 (2014)

DOI: 10.1063/1.4902574

[学会発表](計12件)

Satoshi Taguchi, Slow flow of a rarefied gas past a spinning sphere, Kinetic Theory and Fluid Dynamics: From micro to macroscopic modeling, 楽友会館, Kyoto University (京都), May 26-28, 2016 (招待講演)

Satoshi Taguchi and Toshihiro Suzuki, Slow flow of a rarefied gas past a sphere: Numerical analysis of fundamental problem, APS 68th Annual DFD Meeting, The Hynes Convention Center (Boston, USA), November 22-24, 2015

鈴木 俊博, 田口 智清, 球を過ぎる遅い希薄気体流: 基本問題の数値解析, 日本流体力学会年会 2015, 東京工業大学(東京), 2015年9月26日-28日

Satoshi Taguchi, Drag exerted on a spherical particle by a slow motion of a rarefied gas, Japan-Russia Workshop on Supercomputer Modeling, Instability and Turbulence in Fluid Dynamics, Keldysh Institute for Applied Mathematics (Moscow, Russia), March 4-6, 2015 (招待講演)

Satoshi Taguchi, Drag exerted on a sphere by a slow rarefied gas flow: Asymptotic analysis of the Boltzmann equation, 非線形解析セミナー, 慶応大学(横浜), 2014年10月31日(招待講演)

田口 智清, 遅い一様な希薄気体流中に置かれた球に働く抵抗, 日本流体力学会年会 2014, 東北大学(仙台), 2014年9月15日-17日

田口 智清, 希薄気体流中の微小球形粒子に働く抗力, 日本機械学会 2014 年度年次大会, 東京電気大学(東京), 2014年9月7日-10日

Satoshi Taguchi, Higher order correction to the drag exerted on the sphere immersed in a slow uniform flow of a rarefied gas, 23rd International Conference on Discrete Simulation of Fluid Dynamics, Ecole Normale Supérieure (Paris, France), July 28-Aug 1, 2014

Satoshi Taguchi, On the drag exerted on the sphere by a slow uniform flow of a rarefied gas, 29th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics (Xi'an, China), July 13-18, 2014.

Satoshi Taguchi, Asymptotic theory of a rarefied gas flow past a sphere at low Mach numbers, RIMS 研究集会「流体と気体の数学解析」, Kyoto University (京都), July 2-4, 2014 (招待講演)

Satoshi Taguchi, Force acting on a sphere in a slow flow of a rarefied gas, 情報数理工学セミナー, 電気通信大学(調布), 2014年5月16日(招待講演)

Satoshi Taguchi, On the drag exerted on the sphere by a slow uniform flow of a rarefied gas, 2014 Japan-Taiwan Joint

Workshop on Numerical Analysis and Scientific Computation, Coop-Inn Kyoto and Kyoto University (京都), April 4-6, 2014 (招待講演)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

田口 智清 (TAGUCHI, Satoshi)

電気通信大学・大学院情報理工学研究科・
准教授

研究者番号：90448168

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし