

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和元年5月31日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(A) (一般)

研究期間：2014～2018

課題番号：26247013

研究課題名(和文) 近平衡数理モデルの解析的研究

研究課題名(英文) Mathematical Analysis for Mathematical Models Arising in Near From Equilibrium

研究代表者

鈴木 貴 (Suzuki, Takashi)

大阪大学・数理・データ科学教育研究センター・特任教授(常勤)

研究者番号：40114516

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 29,800,000円

研究成果の概要(和文)：偏微分方程式は物理学、工学、生命科学などにおける様々な現象を解明し、予測することに役立っているが、近年の解析学の著しい進展は、とりわけ非線形性に由来する思いがけない動態を次々に明らかにしてきた。本研究はこれらの個別の成功事例を俯瞰し、これらの分析の背後にある熱力学的な構造を明確にして、非線形性に由来する複雑な現象が近平衡という環境の下で、定常状態の解空間に従い量子化、空間均質化、物質階層の循環、ネットワークからの創発など、いくつかの基本的な要素に分解されていくことを、点渦系、生態系、物質輸送、リッチフロー、化学反応系、分散波動系、細胞分子シグナル伝達、神経情報伝達経路について明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

熱力学や統計力学の法則を自然に反映する形で、弱スケール極限の方法、双対法による特製の解消、移動する座標での物質変動量の解析など、革新的な数学解析法を開拓し、様々な分野の数理モデルを統一的に支配するいくつかの原理が実現されていることを明らかにした。これは数学的な技法と物理法則が不可分なものであることを示した融合的な研究であり、新たに解明された現象はこれまでの数学内部で考えられていた課題から大きく逸脱した原理を示唆するものとなり、今後の数学研究の動向を示唆することとなった。またこの研究によって数理モデリングの方法がより確かとなり、生命科学と数学の新たな融合が生み出されたことは学術的な意義が深い。

研究成果の概要(英文)：Partial differential equations are used to clarify and predict various phenomena in physics, engineer, biology, and so forth. Recent amazing progress in mathematical analysis, particularly, has revealed unexpected events due to the nonlinearity. In this project we have overviewed individual developments and observed the splitting of complicated phenomena into several factors, under the presence of near from equilibrium, through the study on point vortices, ecological systems, material transport, Ricci flow, chemical reation, dispersive waves, cell signaling, and neural network.

研究分野：数理科学

キーワード：非線形偏微分方程式 解の爆発 時間大域解 臨界指数 平均場 非平衡熱力学 力学系 数理腫瘍学

1. 研究開始当初の背景

研究の出発点は代表者と長崎憲一氏との1990年の論文である。1949年にOnsagerは木星大赤斑を動機とし点渦系を制御するハミルトニアンを用いた平衡統計から「負の温度」で自己組織化が達成されることを予言し、Joyce-Montgomeryは1973年に粒子数無限大の極限として平均場方程式を導出する。それがボルツマン・ポアソン(BP)方程式である。上記論文ではBP方程式の解の列が爆発するとき極限が領域のグリーン関数で記述される特異性を持ち、質量8をもつデルタ関数の線形和となる「質量の量子化」が実現されること、またその極限関数の爆発点の位置がある関数の臨界点であることを示しているが、この関数こそOnsagerが用いた点渦系ハミルトニアンであった。すなわち量子化と同時に、粒子数が無限大となり連続場とみなされる状態は臨界で再び粒子に分裂すること、また最初と最後の二つの物質階層を制御するものが同じハミルトニアンである「循環的階層」をもち、統計力学と非線形楕円型方程式論が緊密な関係にあることを明らかにしたのである。しかしBP方程式には循環的階層だけでなく双対性という別の原理が隠されていた。またその後の代表者と仙葉隆氏による200年のスモルコフスキー・ポアソン(SP)の定常解の研究で、非定常状態の臨界において解が基本的なパターンのコピーに分解する「量子化する爆発機構」を予想していた。

2. 研究の目的

本研究はその後15年間の代表者の研究によって明らかにされた上記の現象をさらに無限時間爆発に拡張するとともに、SP方程式の定常状態がBP方程式と一致する背景にある、ルジャンドル変換による「場と粒子の双対性」の確立とその応用を目指す。とくに熱力学的な閉鎖系に由来する様々なモデルと現象に対して有効な、スケーリングと変分構造を用いた新しい解析方法を開拓する。

3. 研究の方法

解の爆発などの臨界状態や、微細な揺らぎの上に達成されるホメオスタティスは物理や生物で観察される自己組織化である。本研究はハミルトニアンと微分形式を用い、臨界状態とホメオスタティスを規定する基本要因である定常状態と空間一様運動の様態を明らかにする。また新しい数学解析法である双対変分原理や弱スケール極限の方法を適用し、これらの2つの基準がどのように系の動態を支配しているかを明確にする。すなわち、量子物理学・統計物理学・理論生物学に現れる種々のモデルを数学的に検証し、量子化・異種相互作用・大域的力学系など共通に現れる現象を理論的に解明する。特に量子渦・点渦乱流平均場・生態系で観察される凝縮の量子化と空間的均質化について非線形解析を行い、近平衡動態の支配原理を確立する。

4. 研究の成果

- (1) SP方程式の無限時間での爆発が量子化されていること、すなわち全質量が8の整数倍でなければ無限時間爆発が起こりえないことを、弱解とスケール極限によるコラプス量子化、2次モーメントによるコラプス動態についての循環的階層、移動する座標を用いた残余項の消滅の3つの革新的な方法で証明し、大域的な力学系を定常解の分類に帰着した。
- (2) 多強度点渦の平均場極限方程式を導出し、爆発解析によってその解の列の挙動を解明した。特にY.Y. Li型の局所一様評価が成り立つ十分条件として、全空間の解の質量とコラプスの質量が一致する「質量等式」に着目し、臨界定数のTrudinger-Moser(TM)不等式の成立と絡めて、質量等式が成り立たない場合やTM不等式が達成される場合が存在することを示した。
- (3) 生態系を表すロトカ・ボルテラ方程式において大域的な弱軌道が存在してL1コンパクトであること、また空間2次元以下の場合には古典解となることを質量保存、エントロピー増大、スケーリング普遍性に着目した爆発解析を用いて証明した。また空間均質部分への漸近的収束、空間均質軌道の分類も熱力学的な法則を用いた解析によって成し遂げた。
- (4) リッチフローの空間2次元版について時間大域解が存在して自明解に収束することを、熱力学の構造を用いて解析的に証明した。
- (5) 化学反応系について時間大域解の存在と定数定常解への収束(空間均質化)を双対法による新しい評価を用いて示した。
- (6) 数理腫瘍学と関係する細胞分子シグナル伝達や細胞分化の問題について、熱力学的な法則に従ってモデリングし、生命動態を予測して細胞生物学研究の一端を担った。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計69件)

- M. Kobayashi, Y. Yamada, T. Suzuki
Lotka-Volterra systems with periodic orbits, F.E., 査読有、62巻、2019年、129-155、10.1619/fesi.62.129
- T. Ito, Y. Kumagai, K. Itano, T. Maruyama, K. Tamura, S. Kawasaki, T. Suzuki, Y. Murakami
Mathematical analysis of getinib resistance of lung adenocarcinoma caused by MET amplification
Biochemical and Biophysical Research Communications, 査読有、511(3)巻、2019年、544-550
10.1016/j.bbrc.2019.02.086
- Jimbo Shuichi, Morita Yoshihisa

- Entire solutions to reaction-diffusion equations in multiple half-lines with a junction
Journal of Differential Equations、査読有、267 巻、2019 年、1247-1276、10.1016/j.jde.2019.02.008
- Fellner Klemens, Latos Evangelos, Suzuki Takashi
Large-time asymptotics of a public goods game model with diffusion
Monatshefte fur Mathematik、査読有、巻なし、2019 年、頁数なし、10.1007/s00605-019-01275-9
 - Latos Evangelos, Morita Yoshihisa, Suzuki Takashi
Stability and Spectral Comparison of a Reaction-Diffusion System with Mass Conservation
Journal of Dynamics and Differential Equations、査読有、30 巻、2018 年、823-844、10.1007/s10884-018-9650-6
 - Ohta Masahito
Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with a partial confinement
Communications on Pure & Applied Analysis、査読有、17 巻、2018 年、1671-1680、10.3934/cpaa.2018080
 - Ohta Masahito
Strong Instability of Standing Waves for Nonlinear Schrodinger Equations with Harmonic Potential
Funkcialaj Ekvacioj、査読有、61 巻、2018 年、135-143、10.1619/fesi.61.135
 - Noriyoshi Fukaya, Masahito Ohta
Strong instability of standing waves with negative energy for double power nonlinear
Schrodinger equations
SUT Journal of Mathematics、査読有、54 巻、2018 年、131-143、DOI なし、URL: <https://arxiv.org/abs/1806.01639>
 - Suzuki Takashi, Toyota Yohei
Blow-up analysis for Boltzmann-Poisson equation in Onsager's theory for point vortices with
multi-intensities
Journal of Differential Equations、264 巻、2018 年、6325-6361、10.1016/j.jde.2018.01.036
 - T. Sato, Takashi Suzuki
Morse indices of the solutions to the Liouville-Gel'fand problem with variable coefficients
Funkcialaj Ekvacioj、61 巻、2018 年、229-265、10.1619/fesi.61.229
 - Sasaki Toru, Suzuki Takashi
Asymptotic behaviour of the solutions to a virus dynamics model with diffusion
Discrete & Continuous Dynamical Systems - B、23 巻、2018 年、525-541、10.3934/dcdsb.2017206
 - M. Pierre, H. Umakoshi, T. Suzuki
Asymptotic behavior in chemical reaction-diffusion systems with boundary equilibria
J. Appl. Anal. Comp.、査読有、8 巻、2018 年、836-858、10.11948/2018.836
 - T. Mori, S. Yotsutani, T. Suzuki
Numerical approach to existence and stability of stationary solutions to a SKT cross-diffusion equation
Mathematical Models and Methods in Applied Sciences、28 巻、2018 年、2191-2210、10.1142/S0218202518400122
 - N. Hatanaka, T. Seki, J. Inoue, A. Tero, T. Suzuki
Critical roles of IB and RelA phosphorylation in transitional oscillation in NF - kB signaling module
JTB、査読有、462 巻、2018 年、479-489、10.1016/j.jtbi.2018.11.023
 - N.A.N. Azuan, N. Yaacob, T. Suzuki, C. Poignard, S. Shae, M.A.B. Admon
Two-dimensional signal transduction during the formation of invadopodia
Malaysian J. Math. Sci.、巻なし、2018 年、頁数なし、DOI なし、URL なし
 - M. Pierre, Y. Yamada, T. Suzuki
Dissipative reaction diffusion systems with quadratic growth
Indiana Univ. Math. J.、68 巻、2018 年、291-322、DOI なし、URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01671797>
 - Y. Morita and K. Sakamoto
A diffusion model for cell polarization with interactions on the membrane
Japan J. Indust. Appl. Math.、35 巻、2018 年、261-276、10.1007/s13160-017-0290-8
 - J.-L. Chern, Y. Morita, and T.-T. Shieh
Asymptotic behavior of equilibrium states of reaction-diffusion systems with mass conservation
J. Differential Equations、264 巻、2018 年、550-574、dx.doi.org/10.1016/j.jde.2017.09.015
 - K. Sawada, T. Suzuki
Relaxation theory for point vortices、INTECH、11 巻、2017 年、205-224、10.5772/67075
 - E. Espejo, T. Suzuki

- Reaction enhancement by chemotaxis
 Nonlinear Analysis: Real World Applications, 35 卷、2017 年、102-131、10.1016/j.nonrwa.2016.10.010
- Naito Yuki, Suzuki Takashi, Toyota Yohei
 A priori bounds for superlinear elliptic equations with semidefinite nonlinearity
 Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, 151 卷、2017 年、18-40、10.1016/j.na.2016.11.016
 - Pierre Michel, Suzuki Takashi, Umakoshi Haruki
 Global-in-time behavior of weak solutions to reaction diffusion systems with inhomogeneous
 Dirichlet boundary condition, Nonlinear Analysis, 159 卷、2017 年、393-407、10.1016/j.na.2017.01.013
 - Kawasaki Shuji, Minerva Dhisa, Itano Keiko, Suzuki Takashi
 Finding Solvable Units of Variables in Nonlinear ODEs of ECM Degradation Pathway Network
 Computational and Mathematical Methods in Medicine, 2017 卷、2017、1-15、10.1155/2017/5924270
 - Miyanishi Yoshihisa, Suzuki Takashi
 Eigenvalues and eigenfunctions of double layer potentials
 Transactions of the American Mathematical Society, 369 卷、2017 年、8037-8059、10.1090/tran/6913
 - Pierre Michel, Suzuki Takashi, Zou Rong
 Asymptotic behavior of solutions to chemical reaction diffusion systems
 Journal of Mathematical Analysis and Applications, 450 卷、2017 年、152-168、10.1016/j.jmaa.2017.01.022
 - N.I. Kavallaris, T. Suzuki
 On the dynamics of a non-local parabolic equation arising from the Gierer-Meinhardt system
 Nonlinearity, 30 卷、2017 年、1734-1761
 DOI なし、URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6544/aa64b2>
 - S. Okabe, S. Yoshikawa, T. Suzuki
 Shape memory wires in R3, INTECH, 2 卷、2017 年、37-56、10.5772/intechopen.69175
 - Suzuki Takashi, Minerva Dhisa, Nishiyama Koichi, Koshikawa Naohiko, Chaplain Mark Andrew Joseph
 Study on the tumor-induced angiogenesis using mathematical models
 Cancer Science, 109 卷、2017 年、15-23、10.1111/cas.13395
 - Ning Cui, Ohta Masahito, Wu Yifei
 Instability of solitary wave solutions for derivative nonlinear Schrodinger equation in endpoint case
 Journal of Differential Equations, 262 卷、2017 年、1671-1689、10.1016/j.jde.2016.10.020
 - Ohta Masahito, Sasaki Takiko
 Error analysis of splitting methods for semilinear evolution equations
 Applications of Mathematics, 62 卷、2017 年、405-432、10.21136/AM.2017.0020-17
 - Jimbo Shuichi, Morita Yoshihisa
 Nonlocal eigenvalue problems arising in a generalized phase-field-type system
 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 34 卷、2017 年、555-584、10.1007/s13160-017-0254-z
 - Gallinato Olivier, Ohta Masahito, Pognard Clair, Suzuki Takashi
 Free boundary problem for cell protrusion formations: theoretical and numerical aspects
 JOURNAL OF MATHEMATICAL BIOLOGY, 75 卷、2017 年、263-307、10.1007/s00285-016-1080-7
 - Y. Morita and N. Shinjo
 Reaction-diffusion models with a conservation law and pattern formation
 Josai Mathematical Monographs, 9 卷、2016 年、177-190
 DOI なし、URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/34708959.pdf#search=%27Reactiondiffusion+models+with+a+conservation+law+and+pattern+formation%27>
 - E.E. Espejo, T. Suzuki
 Reaction terms avoiding aggregation in slow fluids
 Nonlinear Analysis B, Real World Applications, 21 卷、2015 年、110-126、101016/j.nonrwa.2014.07.001

[学会発表](計 74 件)

- Y. Morita
 Turing-type instability in coupled equations of bulk and lateral diffusions, ReaDiNet2018, 2018 年
- Y. Morita
 Entire solutions to reaction-diffusion equations in a domain of star graph

The 43rd Sapporo Symposium on Partial Differential Equations, 2018 年

• Y. Morita

Entire solutions of reaction-diffusion equations in multiple semi-infinite intervals with a junction
The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 2018 年

• Y. Morita

Turing-type instability of diffusion equations with mass transport through the boundary
The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 2018 年

• Y. Morita

Entire solutions to a reaction-diffusion equation in a domain of half-lines with a junction
Infinite Dimensional and Stochastic Dynamical Systems, 2018 年

• Masahito Ohta

Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with potential
Conference on Mathematics of Wave Phenomena, Karlsruhe Institute of Technology, Germany, 2018 年

• Masahito Ohta

Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with inverse power potential
2018 Taiwan-Japan Workshop on Scattering, Dispersion, Traveling Waves, and Inverse Problems, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, 2018 年

• Masahito Ohta

Remarks on strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations
The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, 2018 年

• Hiroshi Ohtsuka, Tadatsugu Hatori, and Yuichi Yatsuyanagi

On the precise structure of the impulse response for solutions of two-dimensional Liouville type equations
13th SIAM East Asian Section Conference, 2018 年

• Hiroshi Ohtsuka, Tadatsugu Hatori, and Yuichi Yatsuyanagi

On the impulse response for solutions of two-dimensional Liouville type equations
The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, SS93: Recent trends in nonlinear PDEs, 2018 年

• Yoshihisa Morita

Turing-type instability of diffusion equations with mass transport through the boundary
The Third International Conference on the Dynamics and Differential Equations: Fundamentals and Developments-In Memory of Professor Jack K. Hale, 2018 年

• Yoshihisa Morita

Entire solutions to a reaction-diffusion equation in multiple semi-infinite intervals with a junction
International Conference on Nonlinear Analysis and its Applications, 2018 年

• Masahito Ohta

Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with a partial confinement
Third Workshop on Nonlinear Dispersive Equations IMECC-UNICAMP, Campinas, Brazil, 2017 年

• 太田 雅人

Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with a partial confinement
日本数学会・2017 年度 秋季総合分科会 函数方程式論分科会 山形大学, 2017 年

• Masahito Ohta

Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with a partial confinement
RIMS Workshop Nonlinear Wave and Dispersive Equations 京都大学, 2017 年

• 大塚浩史

On the asymptotic behavior of the solutions for the linearized biharmonic Liouville-Gel'fand problem in dimension four, 第 8 回拡散と移流の数理, 2017 年

• Y. Morita

Dynamical law of weakly interacting fronts in the FitzHugh-Nagumo system
International Workshop on Nonlinear Analysis and Reaction-Diffusion Equations, 2017 年

• Y. Morita

Weakly interacting fronts and standing waves in the FitzHugh-Nagumo system, Equadiff2017, 2017 年

- Y. Morita
Localized patterns in a reaction-diffusion system with mass conservation、Equadiff2017、2017年
- Yoshihisa Morita
Weakly interacting fronts and standing waves in the FitzHugh-Nagumo system、Equadiff2017、2017年
- Y. Morita
Standing fronts of the FitzHugh-Nagumo system and their interacting dynamics
Workshop on recent development in reaction-diffusion equations、2016年
- 森田 善久
Weakly interacting wavefront dynamics in the FitzHugh-Nagumo system
第33回九州における偏微分方程式研究集会、2016年
- 佐藤 友彦, 鈴木 貴
Morse indices of the solutions to the Liouville-Gel'fand problem with variable coefficients
日本数学会2016年度年会、2016年
- T. Suzuki
Blowup in infinite time for competitive system of chemotaxis
The third Chile-Japan Workshop on Nonlinear PDEs、2015年

[図書] (計9件)

- N. Kavallaris, T. Suzuki、Springer、Non-Local Partial Differential Equations for Engineering and Biology: Mathematical Modeling and Analysis、2018年、300頁
- Takashi Suzuki、World Scientific、Chemotaxis, Reaction, Network、2018年、328頁
- Takashi Suzuki、Springer、Mathematical methods for cancer evolution、2017年、144頁
- 鈴木貴、羊土社、はじめての数理モデルとシミュレーション、2017年、239頁
- 鈴木貴、共立出版、数理医学入門、2015年、249頁
- 大塚浩史・鈴木貴、朝倉書店、楕円型方程式と近平衡力学系(上) 循環するハミルトニアン、2015年、301頁
- 大塚浩史・鈴木貴、朝倉書店、楕円型方程式と近平衡力学系(下) 自己組織化のポテンシャル、2015年、311頁
- 太田雅人・鈴木貴・小林孝行・土屋卓也、培風館、応用数理、基礎・モデリング・解法、2015年、221頁
- T. Suzuki、Atlantis Press、Mean Field Theories and Dual Variation - Mathematical Structures of the Mesoscopic Model、2015年、444頁

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：太田 雅人
 ローマ字氏名：(OHTA, masato)
 所属研究機関名：東京理科大学
 部局名：理学部
 職名：教授
 研究者番号：00291394

研究分担者氏名：森田 善久
 ローマ字氏名：(MORITA, yoshihisa)
 所属研究機関名：龍谷大学
 部局名：理工学部
 職名：教授
 研究者番号：10192783

研究分担者氏名：大塚 浩史
 ローマ字氏名：(OHTSUKA, hiroshi)
 所属研究機関名：金沢大学
 部局名：数物科学系
 職名：教授
 研究者番号：20342470