

令和元年6月21日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(A) (一般)

研究期間：2014～2018

課題番号：26247016

研究課題名(和文) 量子論の基礎原理に関する数学的研究

研究課題名(英文) Mathematical Studies of Fundamental Principles of Quantum Theory

研究代表者

小澤 正直 (OZAWA, Masanao)

名古屋大学・情報学研究科・名誉教授

研究者番号：40126313

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 31,400,000円

研究成果の概要(和文)：ハイゼンベルクの不確定性原理の不備を明らかにして、新しい関係式(小澤の不等式)を導いたこれまでの研究を受け継ぎ、本研究プロジェクトでは、不確定性、相補性、非局所性という相互に関連する量子論の3大基本原理を数学的手法によって研究した。健全かつ完全な量子測定誤差の定義を導き、それに基づいて小澤の不等式を改良し、不確定性原理の究極的定式化を導き、量子暗号の開発に応用した。量子集合論により相補性原理における測定文脈の論理的な解明を行った。量子情報理論によって、熱力学的時間発展の特徴付けを導き、量子計算量理論によって、量子計算の優位性を示す成果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子測定の誤差をどう定義すべきかという未解決問題を解決し、ハイゼンベルクの不確定性原理の最も完備した定式化が確立された。これにより、不確定性原理に関する90年来の定説が覆され、重力波検出や量子暗号に新たな道を開いた。測定文脈は古典論理で述べよというボーアの要請を量子集合論という数学基礎論の方法で実現し、世界で初めて相補性原理の論理的な定式化が与えられた。熱力学の基本概念に純粋に情報理論的な特徴付けが与えられたことにより、量子情報理論と熱力学を統合する新しい研究課題が生まれた。量子情報論的手法と相対論的非局所性に関する代数的場の量子論の手法を統合した新しい研究分野の創出が期待される。

研究成果の概要(英文)：Inheriting the previous research which led to the new relationship (Ozawa's inequality) by clarifying the deficiencies of Heisenberg's uncertainty principle, in this research project, the three major basic principles of quantum theory, uncertainty, complementarity, and nonlocality, are studied by mathematical methods. A sound and complete definition for quantum measurement error was derived. Ozawa's inequality was improved based on it, and the ultimate formulation of the uncertainty principle was derived and applied to the development of quantum cryptography. We theoretically elucidated the measurement context in the complementarity principle by means of quantum set theory. The quantum information theory leads to the characterization of thermal time evolution, and the quantum complexity theory results show the superiority of quantum computing.

研究分野：量子情報科学，量子基礎論，数理論理学

キーワード：不確定性 相補性 非局所性 量子測定 量子情報 量子計算 量子暗号 代数的量子場理論

様式 C - 19, F - 19 - 1, Z - 19, CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) 量子情報科学は、レーザーによって量子状態制御が可能になった 1960 年代に生まれ、シヨアのアルゴリズムの発見で量子コンピュータの飛躍的潜在能力が明らかになった 1994 年以降に爆発的に進展し、数学、量子物理学、情報科学が相互に密接な関係を持つ新しい学際的数理科学の分野が生まれた。この分野では、量子情報技術の開発ばかりでなく、認識論的ならびに存在論的基礎が未だに解明されていない量子論の基礎に関しても、量子情報という新しいパラダイムの下で飛躍的な学術的深化が期待されている。

(2) 本研究代表者小澤は 1984 年に量子測定の数学的特徴付けを与えて、量子測定理論の数学的基礎を確立し、量子情報科学の発展に重要な礎となった。1988 年には、その理論を応用して、不確定性原理から導かれると唱えられた重力波検出の標準量子限界が打破可能であることを明らかにして、ハイゼンベルクの不等式による不確定性原理の定式化の不備を明らかにした。2003 年には、世界で初めてハイゼンベルクの不等式に替わる、すべての測定に対して成立する測定誤差と擾乱に関する新しい不等式を導いた。2012 年には、中性子のスピン測定実験においてハイゼンベルクの不等式の破れを世界で初めて実験的に検証し、同時に新しい不等式の成立を検証し、ハイゼンベルクの不確定性原理を見直す研究の世界的な広がりの端緒となった。

(3) 小澤は、集合論のブール値モデルにおける解析学(ブール値解析学)を研究し、1984 年にブール値モデルの基数崩壊現象を応用して、1952 年以来未解決だった I 型 AW*環の分類に関するカプランスキー予想を解決した。2007 年には、ブール値解析学の手法により量子集合論を展開して、ZFC 集合論の定理から量子集合論の定理を導く移行原理を確立した。この移行原理から量子論の様相解釈との関連性を発見し、2012 年に、北島と小澤は EPR のパラドックスに対するポーアの回答を代数的場の量子論の様相解釈に基づいて数学的に再構成することに成功し、ポーアの相補性原理を量子集合論と代数的場の量子論の枠組みで研究する道筋がつけられた。

2. 研究の目的

(1) これまでの研究で不確定性原理の従来からの定式化の不備を明らかにし、新しい関係式を導いて、量子力学の草創期からの定説を改めることに成功した。本研究では、その成果を受け継いで、不確定性、相補性、非局所性という相互に関連する量子論の 3 大基本原理の数的手法による解明を目的とする。とりわけ、新しい誤差論により新しい不確定関係を改良し、量子集合論という数理論理学的手法を導入して相補性原理を解明する。非局所性に関しては、代数的場の量子論により相対論的非局所性、及び、量子情報科学により計算論的・情報論的非局所性を解明する。また、従来、ハイゼンベルクの不確定性原理から安全性が導かれるとされた量子暗号理論を見直し、新しい不確定性原理に基づく新しい量子暗号の開発を目指し、その構成要素を開発する。

(2) 本研究課題は、量子測定理論、量子情報理論、代数的量子場理論、量子集合論、量子計算理論、量子暗号理論を軸に、数学、量子物理学、情報科学の境界に新しい学問分野を展開することを目指している。とりわけ、量子測定理論と量子情報理論は量子情報の認識論的側面に関する数学的基礎を与え、代数的量子場理論と量子集合論は量子情報の存在論的側面に関する数学的基礎を与えることが期待され、それらの基礎に立って、量子計算理論と量子符号理論に新しい数学的方法を開発し、量子情報技術の開発、情報・ナノテクノロジー関連産業、文化などにも幅広いインパクトを与えることを目標とする。

3. 研究の方法

(1) 研究課題を以下のテーマに分類して、研究代表者、研究分担者の役割分担を定める。

不確定性原理の研究：量子測定理論と量子誤差論について研究し、不確定性原理の解明を目指す。研究代表者小澤、研究分担者ブシェーミ、研究協力者岡村が担当する。理論の実験的検証を研究協力者長谷川と共同で研究する。

相補性原理の研究：量子集合論と様相解釈について研究し、相補性原理の解明を目指す。研究代表者小澤、研究分担者北島が担当する。

情報論的非局所性原理の研究：量子情報理論の手法で、情報熱力学の基礎を研究し、情報論的量子非局所性の解明を目指す。研究分担者のブシェーミが担当する。

計算論的非局所性原理の研究：量子計算量理論の手法で、量子非局所性の情報処理技術に与える優位性の解明を目指す。研究分担者の西村が担当する。

相対論的非局所性原理の研究：代数的場の量子論の手法で、相対論的時空における量子非局所性の解明を目指す。研究分担者北島、研究協力者小嶋、岡村が担当する。

量子暗号の研究開発：量子接続符号、盗聴下通信の理論的研究を行ない、通信路に依存しない秘匿性を有する誤り訂正符号の開発と、不確定性原理に基づく安全性について研究する。研究分担者浜田が担当する。

4. 研究成果

(1)2014 年度の研究において以下の成果を得た。

小澤は誤差擾乱関係に関して初期状態が混合状態の場合に下限の値をよりタイトにできることを示して、ブラシアルの関係式をさらに強力にした究極的な関係式を導いた。岡村と小澤は一般のフォン・ノイマン代数上で定義された完全正值インストルメントが測定過程を持つための条件を明らかにした。

小澤は、竹内の量子集合論によって量子力学の確率解釈を系統的に拡張する方法を明らかにし、2つの量子物理量の値が一致する確率を完全に一般的に定義し、量子測定理論への応用を与えた。

ブシェーミは、時間発展する開放系の時間的相関を記述する完全正值写像が存在するための必要十分条件を与えた。ブシェーミと小澤は、「普遍的最適量子相関子」と呼ばれる新しい装置を導入して、任意の量子状態における2つの量子物理量の空間的及び時間的2点相関関数を実験的に推定できることを示した。

西村は、量子対話型証明において重要な性質である片側誤り化について研究を進め、量子対話型証明の特殊な場合である量子版 NP が、証明者と検証者の間のエンタングルメントを用いれば片側誤り化できることを明らかにした。

小嶋と岡村は、代数的量子場理論における局所状態の概念を導入し、DHR-DR 理論を局所状態に対するセクター理論として再定式化した。北島は、複製不可能定理を不完全な複製に拡張した。小嶋は、ミクロ・マクロ双対性と4項図式の文脈で、圏論的量子論には、局所ゲージ不変性が自然に備わっていることを明らかにした。

浜田は、回転を $SU(2)$ の元とみなし、与えられた任意の回転を軸に関する制約のもと最小個数の回転の積に分解するアルゴリズムを与えた。また、情報理論において基礎となるファノの不等式を一般化し、盗聴通信路のための符号の安全性評価に適用した。

(2)2015 年度の研究において以下の成果を得た。

ブシェーミと小澤は 2014 年に提案した情報論的誤差擾乱関係式を長谷川と共に、中性子のスピン測定によって実験的検証を行い、理論的な予測を完全に裏付けるデータを得た。小澤と長谷川は、究極的な誤差擾乱関係式の混合状態に対する実験的検証を行った。

小澤は、佐々木含意、対偶的佐々木含意、相関論理的含意の3種の含意に基づく量子集合論を展開して、実数の順序構造の相違を明らかにした。

ブシェーミは、情報理論的観点から開放系の時間発展を研究し、マルコフ性と条件付きエントロピーの増大性が同等であることを示し、記憶のない過程に対する第2法則の妥当性を明らかにした。

西村は、1ラウンドの量子対話型証明について、その計算量的性質や計算構造について研究を進め、検証者の操作が EPR 対の片方を送るという操作に限定された1ラウンドの量子対話型証明を新しく提案し、事前に定数ラウンドの古典通信を追加しても検証能力が不変であることを証明した。

北島は、確率空間が共通原因で閉じているという性質の特徴づけを与え、量子力学と相対論を数学的に厳密に統合しようとする試みである代数的場の量子論における確率空間は、共通原因で閉じていることを導いた。小嶋と岡村は、長浜バイオ大の西郷と共同で局所量子物理学において「局所状態」概念と局所状態に対するセクター理論を整備し、また C^* -代数上の状態に対する直交分解理論を C^* -代数からフォン・ノイマン代数への完全正值写像に拡張して、代数的量子場理論におけるセクター概念を著しく簡素化することに成功した。

浜田は、昨年度までに単一量子ビット系のユニタリ演算子構成アルゴリズム（最小分解法）を与えたが、更なる発展を目指し、その基礎となった浜田の補題を強化しより一般的な状況を扱えるようにした。

(3)2016 年度の研究において以下の成果を得た。

小澤は、2乗平均平方根誤差の量子論的拡張の健全性と完全性の概念を明らかにして、誤差作用素に基づく定義から容易な方法で健全で完全な量子論的拡張が得られることを示した。それに対して普遍的不確定性関係が成立し、従来の実験的検証は新しい誤差概念に関する検証と見なすことができる。これによって、状態依存の不確定性関係が不可能であるという誤解を解消させることが期待される。

岡村は、不確定性関係と量子集合論の関係を研究して、量子集合論における実数論が量子測定理論での誤差論に有用であることを確認した。

ブシェーミは、統計モデル比較理論の枠組みで量子的相関の研究を行い、量子熱力学及び装置独立のプロセストモグラフィに應用した。特に、確率分布だけでなく量子状態の比較を許すためにマジョライゼーションの概念を拡張することを提案した。数理統計学でマジョライゼーションが重要な役割を果たすので、その量子版も多くの応用に関して有用性が期待される。

西村は、量子非対話型証明において、検証者が対数領域の計算能力に制限された場合の計算能力を解析した。この場合、証明者のメッセージも必然的に対数長にダウンサイズするが、このような状況における量子非対話型証明の能力は対数領域量子計算の計算能力と等価になることを明らかにした。

北島は、ライヘンバッハの共通原因系を研究し、2つの相関した事象に対して共通原因系が

存在するならば、それらの事象は論理的に独立であることを示した。次に、原子元を持たないオーソモジューラ束において、確率的に相関した2つの事象に対して、常にサイズ3の共通原因系が存在することを示した。

浜田は、接続による剰余符号の構成法および教科書に見受けられる誤信に替わる最適なユニタリ演算構成方式に関する発展研究を行い、2件の国際会議招待講演を行った。

(4)2017年度の研究において以下の成果を得た。

小澤は、ブランチアルの関係式を混合状態の任意の分解に適用する事で、混合状態に対する誤差擾乱関係を導く事ができる事を示し、2014年に本研究で導かれた、混合状態に対する誤差擾乱関係は最適な分解に対する誤差擾乱関係である事を示した。

測定過程が物理量の値を再現するのか、確率分布を再現するに過ぎないのかは未決着の問題であるが、定説では、コッヘン-シュペッカーの定理から測定は確率分布を再現するに過ぎないと考えられてきた。小澤は、定説に反して、任意の状態で確率分布を再現する事のできる2つの装置で同一の物理量を同時に測定するとそれらの測定値が常に一致することを示した。

ブシェーミは、量子通信路が他の通信路に分解可能であるための新しい必要十分条件を発見した。このような条件は、逆データ処理定理と呼ばれ、確率分布のマジョライゼーション順序を量子通信路に拡張している。

西村は、量子対話型証明における検証者が多項式時間量子アルゴリズムを実行できることに加えて事後選択と呼ばれる能力を有する場合における検証能力を完全に特徴付けることに成功した。具体的には、このような量子対話型証明で検証可能な問題のクラスが PSPACE と一致することを示した。この成果は PSPACE という従来の計算量理論において重要な問題のクラスに対する新しい量子計算的特徴付けを与えるものである。

北島は、非文脈依存的な隠れた変数の存在から導かれる KCBS 不等式について研究し、非相対論的量子力学においてはすべての状態において KCBS 不等式が破れるわけではないのに対して、相対論的場の量子論において KCBS 不等式はすべての状態において破れるということを示した。

浜田は、2014年発表のユニタリ演算子構成の定量的な限界式の一般化を行い、より広範囲の系に対して適用可能なものを提案した。

(5)2018年度の研究において以下の成果を得た。

2014年度の研究で有限自由度量子系に対するブランチアルの誤差擾乱関係式をさらに強力にした究極的な誤差擾乱関係式を導いたが、岡村と小澤は、その関係式を無限自由度系に拡張し、任意のフォン・ノイマン代数で成立することを示すことにより、無限自由度系における測定誤差と擾乱に関する不確定性原理を確立した。

量子論の論理学的基礎付けとして量子集合論とトポス量子論が知られているが、小澤は、両者を統一的に扱うための新しい集合論的枠組みを構築した。

ブシェーミは、統計モデル比較理論の枠組みを熱力学に応用するため、任意の状態の間に一般化熱力学的状態変化(系のハミルトニアンによる1係数群に共変なトレース保存的完全正値写像)が存在するためのいくつかの新しい必要十分条件を導いた。この成果は、古典的な確率分布の間のマジョライゼーション順序を熱力学的量子状態に一般化する。

量子計算機の古典的検証問題が近年、注目を集めているが、西村は、この問題に関する計算量理論的モデルとして、証明者が量子計算を行い、検証者が古典計算を行う対話型証明モデルを研究し、可解群の位数を求めるといった計算代数における代表的な問題が検証可能であることを明らかにした。また、量子回路の第2フーリエ階層と呼ばれるクラスにおける2つの量子回路の出力分布の識別問題の検証可能性を示した。

北島は、代数的場の量子論において、局所性原理(ある時空領域における操作が他の空間的に離れた時空領域に影響を及ぼさないという原理)をどのように表すことができるかという問題を考察し、ある時空領域に影響を及ぼしその時空領域と空間的に離れた時空領域に影響を及ぼさないような操作は、完全正写像で表すことができることを示した。

浜田は、これまでにユニタリ演算子構成の定量的な限界式を得ているが、適用先となり得る物理系等に関する検討・サーベイを行った。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計56件)

M. Ozawa, Soundness and completeness of quantum root-mean-square errors, npj Quantum Information 5, 1/1-1/8 (2019). (査読有)

DOI:10.1038/s41534-018-0113-z

G. Gour, D. Jennings, F. Buscemi, R. Duan, and I. Marvian, Quantum majorization and a complete set of entropic conditions for quantum thermodynamics, Nature Communications 9, 5352/1-5352/9 (2018). (査読有)

DOI:10.1038/s41467-018-06261-7

K. Fujii, H. Kobayashi, T. Morimae, H. Nishimura, S. Tamate, S. Tani, Impossibility of classically simulating one-clean-qubit model with multiplicative error, Physical Review Letters 120, 200502 (2018). (査読有)

DOI:10.1103/PhysRevLett.120.200502

B. Demirel, S. Sponar, G. Sulyok, M. Ozawa, Y. Hasegawa, Experimental Test of Residual Error-Disturbance Uncertainty Relations for Mixed Spin-1/2 States, Physical Review Letters 117, 140402/1-140402/5 (2016). (査読有)

DOI:10.1103/PhysRevLett.117.140402 .

T. Morimae, H. Nishimura, Quantum interpretations of AWPP and APP, Quantum Information and Computation 16, 498-514 (2016). (査読有)

DOI:10.26421/QIC16.5-6

K. Okamura, M. Ozawa, Measurement Theory in Local Quantum Physics, Journal of Mathematical Physics 57(1), 015209/1-015209/29 (2016). (査読有)

DOI:10.1063/1.4935407

Y. Kitajima, M. Redei, Characterizing common cause closedness of quantum probability theories, Studies in History and Philosophy of Modern Physics 52, 234-241 (2015). (査読有)

DOI:10.1016/j.shpsb.2015.08.003

G. Sulyok, S. Sponar, B. Demirel, F. Buscemi, M.J.W. Hall, M. Ozawa, and Y. Hasegawa, Experimental Test of Entropic Noise-Disturbance Uncertainty Relations for Spin-1/2 Measurements, Physical Review Letters 115, 030401/1-030401/5 (2015). (査読有)

DOI:10.1103/PhysRevLett.115.030401

F. Buscemi, On complete positivity, Markovianity, and the quantum data-processing inequality, in the presence of initial system-environment correlations, Physical Review Letters 113, 140502/1-140502/5 (2014). (査読有)

DOI:10.1103/PhysRevLett.113.140502

M. Hamada, The minimum number of rotations about two axes for constructing an arbitrarily fixed rotation. Royal Society Open Science 1, 140145/1-140145/18, (2014). (査読有)

DOI:10.1098/rsos.140145

[学会発表](計 89 件)

M. Ozawa, State-dependent approach to quantum measurements and uncertainty relations, Time and fundamentals of quantum mechanics (TFQM19), 2019.

M. Ozawa, Quantum Root Mean Square Error and Universally Valid Uncertainty Relations, Frontiers of Quantum and Mesoscopic Thermodynamics (FQMT'17), 2017.

F. Buscemi, Comparison of noisy channels and reverse data-processing theorems, 2017 IEEE Information Theory Workshop, 2017.

M. Hamada, Algebraic constructions and analysis of codes for quantum cryptography, EMN Meeting on Quantum Communication and Quantum Imaging, 2016.

F. Buscemi, The theory of statistical comparison with applications in quantum information science, 16th Asian Quantum Information Science Conference (AQIS16), 2016.

M. Ozawa, Completion of von Neumann's Axiomatization of Quantum Mechanics: From the Repeatability Hypothesis to Quantum Instruments, Workshop "Hilbert's 6th Problem", 2016.

K. Fujii, H. Kobayashi, T. Morimae, H. Nishimura, S. Tamate, S. Tani, Power of quantum computation with few clean qubits, 43rd International Colloquium on Automata, Languages, and Programming (ICALP2016), 2016

M. Ozawa, Quantum Root Mean Square Errors: Towards State-Dependent Uncertainty Principle, The 16th Vaxjo conference on quantum foundations "Quantum Theory: from foundations to technologies" (QTFT), 2015.

Y. Kitajima, Common cause closedness in orthomodular lattices, 15th Congress of Logic, Methodology, and Philosophy of Science, 2015.

H. Nishimura, Quantum network coding and the current status of its studies, International Symposium on Information Theory and Its Applications, 2014.

[図書](計 2 件)

M. Ozawa, J. Butterfield, H. Halvorson, M. Redei, Y. Kitajima, F. Buscemi (共編), Reality and measurement in algebraic quantum theory: NWW 2015, Nagoya, Japan, March 9-13, pp. 396+viii pp., 2018.

小澤 正直, 量子と情報: 量子の实在と不確定性原理, 青土社, pp. 240, 2018.

[その他]

(報道発表) (計 2 件)

2019年1月15日発表, 名古屋大学プレスリリース 『量子測定の誤差を定義する問題を解決

「量子測定の『誤差』って何?」に答える」

2018年5月18日発表, 名古屋大学プレスリリース『1量子ビットしか使えない量子コンピュータでも古典コンピュータより強かった』

(新聞等掲載) (計5件)

2019年1月20日発行, 日本経済新聞(朝刊社会面)

2019年1月18日発行, 中日新聞(朝刊社会面)

2017年10月4日発行, 中日新聞(朝刊社会面)

2017年10月4日発行, 産経新聞(朝刊社会面)

2016年2月13日発行, 中日新聞(朝刊社会面)

(ホームページ等)

<http://www.math.cm.is.nagoya-u.ac.jp/~ozawa/>

<http://researchmap.jp/ozawa/>

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名: 浜田 充

ローマ字氏名: HAMADA, Mitsuru

所属研究機関名: 玉川大学

部局名: 量子情報科学研究所

職名: 教授

研究者番号(8桁): 10407679

研究分担者氏名: 北島 雄一郎

ローマ字氏名: KITAJIMA, Yuichiro

所属研究機関名: 日本大学

部局名: 生産工学部

職名: 准教授

研究者番号(8桁): 40582466

研究分担者氏名: 西村 治道

ローマ字氏名: NISHIMURA, Harumichi

所属研究機関名: 名古屋大学

部局名: 情報学研究科

職名: 教授

研究者番号(8桁): 70433323

研究分担者氏名: Buscemi F.

ローマ字氏名: BUSCEMI, Francesco

所属研究機関名: 名古屋大学

部局名: 情報学研究科

職名: 准教授

研究者番号(8桁): 80570548

(2) 研究協力者

研究協力者氏名: 長谷川 祐司

ローマ字氏名: HASEGAWA, Yuji

研究協力者氏名: 小嶋 泉

ローマ字氏名: OJIMA, Izumi

研究協力者氏名: 岡村 和弥

ローマ字氏名: OKAMURA, Kazuya

科研費による研究は, 研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため, 研究の実施や研究成果の公表等については, 国の要請等に基づくものではなく, その研究成果に関する見解や責任は, 研究者個人に帰属されます。