

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 5 月 26 日現在

機関番号：32675

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26380246

研究課題名(和文) ファジィ協力ゲームの解の特徴付け：市場による解法と制度設計

研究課題名(英文) A Characterization of Solutions for Cooperative Fuzzy Games: Solutions via Markets and Mechanism Design

研究代表者

佐柄 信純 (SAGARA, Nobusumi)

法政大学・経済学部・教授

研究者番号：90286005

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：曖昧な提携をともなうプレイヤーの協力関係をファジィ協力ゲームを用いて分析し、協力ゲームの解を市場メカニズムによって実現する方法とその限界を明らかにするとともに、集団的意思決定に関する様々な具体的問題を考察するのが、本研究の目的であった。研究目的を達成するために、協力ゲームをファジィ化するためのファジィ拡張を定式化し、ファジィ・コアが元の協力ゲームのコアに一致するようなゲームの族とそのファジィ拡張を特徴付けた。コアが存在しない協力ゲームに対しては、Weber 集合と呼ばれる代替的な解概念を提示し、ファジィ Weber 集合が元の協力ゲームの Weber 集合に一致するようなファジィ拡張を特徴付けた。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this research was to investigate cooperative behaviors of players with fuzzy coalitions, establish the method for deriving the solutions via market mechanism, and clarify its limitation to provide an insights into practical problems on group decision-making. Toward this end, we formulated the fuzzy extension to fuzzify cooperative games and characterized the class of fuzzy games and their fuzzy extension such that the fuzzy core coincides with the original cooperative games. For the cooperative games that lack the core, we proposed the alternative concept, called a fuzzy Weber set, and characterized the fuzzy extensions such that the fuzzy Weber set coincides with the Weber set of the original cooperative game.

研究分野：協力ゲーム理論、一般均衡理論

キーワード：ファジィ協力ゲーム コア Weber集合 ファジィ拡張 Choquet積分 競争均衡 市場メカニズム

1. 研究開始当初の背景

伝統的な協力ゲーム理論では、プレイヤーには提携に参加するか否かの二者択一の選択肢しかなく、協力の程度に関する自由度が存在しない下で提携に参加するプレイヤー全員に同一のコミットメントを要求する状況が考察される。これに対し、提携に参加するプレイヤーに協力の度合いを自由に選択することを認め、各プレイヤーが積極的にコミットするときと消極的にコミットするときで提携の実現利得が異なるような協力ゲームを提唱したのがAubinである。提携に参加するプレイヤーの曖昧な意思決定をモデル化したゲームは【ファジィ協力ゲーム】と呼ばれ、従来の提携概念を拡張し、協力ゲームの応用範囲を広げただけでなく、実際に観察される集団的意思決定を的確に捉えたことから、現在も精力的に研究されている。

一方、【意思決定理論】では、Choquet積分で表現される非加法的期待効用の公理化とその応用が盛んに研究され、主観確率の表現形式が協力ゲームの解概念と深い関連があることが、近年、研究者の間で共有の認識になっている。【ファジィ理論】の分野では、菅野積分(Sugeno integral)に代表される代替的なファジィ積分論が展開され、不精密確率やリスク尺度の定式化が研究されている。また、協力ゲームのファジィ拡張は【離散凸解析】の手法で系統的に分析できることも近年明らかになり、最適化理論の応用において重要な役割を果たしている。このように、ファジィ協力ゲームはゲーム理論、ファジィ理論、意思決定理論、離散凸解析に及ぶ学際研究の観を呈しており、実りある相互の異分野交流が今後も期待される研究領域である。

2. 研究の目的

曖昧な提携をともなうプレイヤーの協力関係をファジィ協力ゲームを用いて分析し、協力ゲームの解を市場メカニズムによって実現する方法とその限界を明らかにするとともに、

集団的意思決定に関する様々な具体的問題を定性的・定量的に考察する。この研究目的を達成するために、伝統的な協力ゲームをファジィ化するためのファジィ拡張を定式化し、ファジィ・コアが元の協力ゲームのコアに一致するようなゲームの族とそのファジィ拡張を特徴付ける。コアが存在しない協力ゲームに対しては、Weber 集合と呼ばれる代替的な解概念を提示し、ファジィWeber 集合が元の協力ゲームのWeber集合に一致するようなファジィ拡張を特徴付ける。

3. 研究の方法

次の三点を踏まえて分析を進める。(1)与えられた協力ゲームのファジィ拡張になるようなファジィ協力ゲームはいくらでも存在し、逆に同一の協力ゲームを誘導するファジィ協力ゲームもいくらでもある。つまり、ゲームのファジィ化・非ファジィ化の方法は一意ではない。(2)ファジィ協力ゲームのコアは協力ゲームのコアに含まれるため、ファジィ・コアはコアの情報の一部を喪失してしまう。これはファジィ結託を形成すると阻害されるような協力ゲームのコア利得ベクトルが存在することを意味し、協力ゲームのコアをもっともらしいゲームの解と見なすことはできない。すなわち、伝統的な協力ゲームのコアはゲームをファジィ化できないときにのみ、解概念として意味がある。(3)コアが存在しない場合、どのような解概念とファジィ拡張を導入し分析を行うべきか。このような問題意識の下で、本研究ではファジィ協力ゲームの解が元の協力ゲームの解に一致するようなゲームの族とそのファジィ拡張を定式化し、その結果を集団的意思決定の具体的問題に応用するとともに、解を導出するアルゴリズムの構成や数値計算を通して定量的分析も行う。

4. 研究成果

本研究の核心をなす論文において、研究代表者はコアが存在しない協力ゲームに対し

て、解概念としては Weber 集合、ファジィ拡張としては Choquet 積分の導入を提唱し、非線形解析の手法を駆使してファジィ Weber 集合と通常の Weber 集合が一致する必要十分条件を導出した。この論文はファジィ理論の専門誌に掲載された直後から、ファジィ理論とゲーム理論の専門誌に何度も引用され、学会では一定の評価を得ている。

さらに、市場メカニズムによる解法の研究にも取り組み、無限次元財空間をともなう Walras 均衡の存在と価格体系の特徴付けを分析し、完全競争モデルの雛形とも言える経済主体が連続濃度で存在する交換経済において、より一般的な結果を得ることに成功した。また、不確実性をともなう異時点間の意思決定問題において、潜在価格による最適条件の特徴付けに曖昧さが入り込む状況を分析した。これらの研究は、すべて海外のジャーナルに公刊した。

本研究の基礎理論は、協力ゲーム理論、一般均衡理論、非加法的期待効用理論、ファジィ積分論、不精密確率論などの多岐に渡る学際分野と関連しており、本研究を通して、研究代表者がこれまで実践してきた【社会科学と数理科学の学術交流】にさらに貢献することができた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 9 件)

- [1] Nobusumi Sagara and Boris S. Mordukhovich, "Subdifferentials of nonconvex integral functionals in Banach spaces with applications to stochastic dynamic programming", (2018), *Journal of Convex Analysis*, Vol.25, pp.643-673, 査読有.
- [2] Nobusumi Sagara, "Relaxation and purification for nonconvex variational problems in dual Banach spaces: The

minimization principle in saturated measure spaces", (2017), *SIAM Journal on Control and Optimization*, Vol.55, pp.3154-3170, DOI: 10.1137/16M1070463, 査読有.

- [3] Nobusumi Sagara and M. Ali Khan, "Fatou's lemma, Galerkin approximations and the existence of Walrasian equilibria in infinite dimensions", (2017), *Pure and Applied Functional Analysis*, Vol.2, pp.317-355, 査読有.
- [4] Nobusumi Sagara and M. Ali Khan, "Relaxed large economies with infinite-dimensional commodity spaces: The existence of Walrasian equilibria", (2016), *Journal of Mathematical Economics*, Vol.67, pp.95-107, DOI: 10.1016/j.jmateco.2016.09.004, 査読有.
- [5] Nobusumi Sagara, M. Ali Khan and Takashi Suzuki, "An exact Fatou lemma for Gelfand integrals: A characterization of the Fatou property", (2016), *Positivity*, Vol.20, pp.343-354, DOI: 10.1007/s11117-015-0359-z, 査読有.
- [6] Nobusumi Sagara and M. Ali Khan, "Maharam-types and Lyapunov's theorem for vector measures on locally convex spaces without control measures", (2016), *Pure and Applied Functional Analysis*, vol.1, pp.47-62, 査読有.
- [7] Nobusumi Sagara and M. Ali Khan, "Maharam-types and Lyapunov's theorem for vector measures on locally convex spaces with control measures", (2015), *Journal of Convex Analysis*, vol.22, pp.642-672, 査読有.

- [8] Nobusumi Sagara, “Cores and Weber sets for fuzzy extensions of cooperative games”, (2015), *Fuzzy Sets and Systems*, vol.272, pp.102-114, DOI: 10.1016/j.fss.2014.11.017, 査読有 .
- [9] Nobusumi Sagara, “An indirect method of nonconvex variational problems in Asplund spaces: The case for saturated measure spaces,” (2015), *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol.53, pp.336-351, DOI: 10.1137/140965570, 査読有 .

[学会発表](計 25 件)

- [1] Nobusumi Sagara, “Fatou’s lemma, Galerkin approximations and the existence of Walrasian equilibria in infinite dimensions”, *Positivity IX*, 2017.
- [2] Nobusumi Sagara, “Recursive variational problems in nonreflexive Banach spaces with an infinite horizon: An existence result”, *SIAM Conference on Control & Its Applications*, 2017.
- [3] Nobusumi Sagara, “Recursive variational problems in nonreflexive Banach spaces with an infinite horizon: An existence result”, *The 10th Anniversary Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis*, 2017.
- [4] Nobusumi Sagara, “Relaxed large economies with infinite-dimensional commodity spaces: The existence of Walrasian equilibria”, *17th SAET Conference on Current Trends in Economics*, 2017.
- [5] Nobusumi Sagara, “Fatou’s lemma, Galerkin approximations and the existence of Walrasian equilibria in infinite dimensions”, *2017 Asian Meetings of Econometric Society*, 2017.
- [6] 佐柄 信純, “Relaxation and purification for nonconvex variational problems in dual Banach spaces: The minimization principle in saturated measure spaces”, *日本数学会2017年度年会*, 2017年 .
- [7] 佐柄 信純, “Subdifferentials of nonconvex integral functionals in Banach spaces with applications to stochastic dynamic programming”, *日本OR学会秋季研究発表会*, 2016年 .
- [8] Nobusumi Sagara, “Relaxation and purification for nonconvex variational problems in dual Banach spaces: The minimization principle in saturated measure spaces”, *RIMS研究集会「非線形解析学と凸解析学の研究」*, 2016年 .
- [9] Nobusumi Sagara, “Relaxation and purification for nonconvex variational problems in dual Banach spaces: The minimization principle in saturated measure spaces”, *10th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, 2016.
- [10] Nobusumi Sagara, “Subdifferentials of nonconvex integral functionals in Banach spaces with applications to stochastic dynamic programming”, *The Fifth International Conference on Continuous Optimization*, 2016.
- [11] Nobusumi Sagara, “Relaxed large economies with infinite-dimensional commodity spaces: The existence of Walrasian equilibria”, *The fifth Asian conference on Nonlinear Analysis and Optimization*, 2016.

- [12] Nobusumi Sagara, “Subdifferentials of nonconvex integral functionals in Banach spaces with applications to stochastic dynamic programming”, The 10th International Conference on Optimization: Techniques and Applications, 2016.
- [13] Nobusumi Sagara, “Maharam-types and Lyapunov's theorem for vector measures on locally convex spaces without control measures”, The 11th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 2016.
- [14] 佐柄信純, “Maharam-types and Lyapunov's theorem for vector measures on locally convex spaces without control measures”, 日本数学会2016年度年会, 2016年.
- [15] 佐柄信純, 「衡平分割の数学理論: Lyapunovの凸性定理と非加法的測度の応用について」, 実解析学シンポジウム2015, 2015年.
- [16] Nobusumi Sagara, “Strongly measurable selectors of multifunctions in measure-compact Banach spaces”, 2015 RIMS Workshop on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, 2015.
- [17] 佐柄信純, 「Marx-Leontief体系における技術選択と価値の決定について」, 第7回マクロ政策分析研究会研究成果発表ワークショップ, 2015年.
- [18] Nobusumi Sagara, “Strongly measurable selectors of multifunctions in measure-compact Banach spaces”, 27th European Conference on Operational Research, 2015.
- [19] Nobusumi Sagara, “Subdifferentials of integral functionals in nonseparable Banach spaces: The Gelfand integral approach”, SIAM Conference on Control & Its Applications, 2015.
- [20] 佐柄信純, “An exact Fatou lemma for Gelfand integrals: Equivalence of the saturation and Fatou properties”, 日本数学会2015年度年会, 2015年.
- [21] Nobusumi Sagara, “An indirect method of nonconvex variational problems: The case for saturated measure spaces”, The 6th Conference on Mathematical Analysis in Economic Theory, 2015.
- [22] 佐柄信純, “Fuzzy extensions of cooperative games and the coincidence of Weber sets”, 日本OR学会秋季研究発表会, 2014年.
- [23] Nobusumi Sagara, “Fuzzy extensions of cooperative games and the coincidence of Weber sets”, 14th SAET Conference on Current Trends in Economics, 2014年.
- [24] Nobusumi Sagara, “An indirect method of nonconvex variational problems: The case for saturated measure spaces”, The Fourth Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, 2014.
- [25] Nobusumi Sagara, “Fuzzy extensions of cooperative games and the coincidence of Weber sets”, 15th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, 2014.

6. 研究組織

(1)研究代表者

佐柄 信純 (SAGARA, Nobusumi)
法政大学・経済学部・教授
研究者番号: 90286005

(3)連携研究者

宮崎 憲治 (MIYAZAKI, Kenji)

法政大学・経済学部・教授
研究者番号:10308009

細矢 祐誉 (HOSOYA, Yuhki)
関東学院大学・経済学部・助教授
研究者番号:30383954

(4)研究協力者

モハメド アリイ カーン (Mohammed Ali Khan)
ジョンズ・ホプキンス大学・経済学部・教授

ボリス モルドゥコビッチ (Boris S.
Mordukhovich)
ウェイン州立大学・理学部・教授

明治学院大学・経済学部・教授
鈴木 岳 (SUZUKI, Takashi)