# 科学研究費助成事業研究成果報告書

平成 30 年 6 月 22 日現在

機関番号: 14201

研究種目: 基盤研究(C)(一般)

研究期間: 2014~2017

課題番号: 26380392

研究課題名(和文)機関投資家・金融機関の証券投資の頑健最適運用モデルの実用化

研究課題名(英文)Pragmatic security invetment robust optmization model for financial institutions and institutional investors

研究代表者

楠田 浩二 (KUSUDA, KOJI)

滋賀大学・経済学部・教授

研究者番号:90362368

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文): 国家経済戦略「貯蓄から投資へ」の停滞を踏まえ、「貯蓄から投資へ」を促進すべく、家計の消費と長期証券投資の頑健最適化モデルを実用に耐える水準で構築した。また、世界金融危機時の金融機関・機関投資家の証券投資の多額損失を踏まえて、証券価格暴落時の危機管理を高度化すべく、金融機関・機関投資家の証券運用頑健最適化モデルを実用に耐える水準で構築した。而して、両モデルにおける最適投資の近似解析解を高度な確率制御の技法を用いて導出した。

研究成果の概要(英文): Considering the stagnation of the national economic strategy "from savings to investment," we constructed a household's robust optimization model for consumption and long-term security investment in practically effective level in order to urge "from savings to investment." Considering the financial institution's huge loss in security investment at the global financial crisis, we also constructed a financial institution's robust optimization model for security investment in practically effective level in order to raise the level of portfolio management at financial crises. We derived approximate analytical solution for robust optimal investment for both of models using high-level stochastic control.

研究分野: 経済学 ファイナンス

キーワード: 証券投資 確率制御 頑健制御

## 1.研究開始当初の背景

- (1)世界金融危機時、高度なリスク管理技術を有すると評価されてきた多くの欧米の金融機関・機関投資家が想定確率の大幅な下振れの結果、証券投資で多額の損失を被った。これらの金融機関・機関投資家の間では、こうした経験を踏まえて、確率過程自体を特定出来ない「ナイトの不確実性」下での証券投資の頑健最適化に対する認識が高まっていた。
- (2) 我が国の国家戦略「貯蓄から投資へ」が停滞する中、停滞の主因として、非効率な投資信託を対象とする高頻度売買頻度等の短期非分散投資が散見されるように、証券投資知識の乏しい個人が効率的な長期分散投資の在り方を理解出来ていないことが販売側の販売姿勢等とともに指摘されてきた。ことがら「貯蓄から投資へ」の阻害要因となっていた。そこで、健全な「貯蓄から投資へ」を促す為、模範的長期分散投資を提示する必要性が高まっていた。
- (3) こうした状況下、個人は言うに及ばず、金融機関・機関投資家でさえも、アセット・アロケーションにおいては、著者の知り得る限り、単純な平均分散効用・証券市場モデル等に基づく短期証券投資モデルが主流であり、複雑な証券市場を十分に摸した証券市場モデルを対象とした長期証券投資の頑健最適化モデルは、存在していなかった。
- (4) 他方、Campbell and Viceira (2002)等による長期証券投資の研究、有望で解析的にも取扱い易い Maenhout (2004)等の頑健効用の研究等、本研究の基礎と成り得る先行研究が進展していた。

### 2.研究の目的

- (1) 「ナイトの不確実性」下での金融機関・機関投資家の長期証券投資において実用に耐える頑健最適運用モデルを構築した後、同モデルにおける頑健最適投資比率を利用者にとって利便性の高い近似解析解の形式で導出し、提示すること。
- (2) ナイトの不確実性」下での家計の消費と 長期証券投資において実用に耐える頑健最 適運用モデルを構築し、同モデルにおける頑 健最適投資比率を利用者にとって利便性の 高い近似解析解の形式で導出し、提示するこ と。

## 3.研究の方法

(1) 第 1 段階として、標準的効用関数である CRRA 効用関数と比較的簡単なアフィン・2 ファクター証券市場モデルとの下で消費と証券投資の無限連続時間最適化問題を確率

- 制御問題として定式化する。長期投資では、 長期安全証券である長期債を組込む必要が あるが、この為、最適化の必要条件である Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式に金利変 動リスクに起因する非斉次項が現れる。そこ で、同非斉次項に Campbell and Viceira (2002)の提案した近似精度が高いと評価さ れている対数線形近似法を適用して複数の 近似解析解候補を導出する
- (2) 上記複数候補解から真の解を識別する必要がある。Maslowski and Veverka (2014)の前進・後退確率微分方程式の最適制御理論を本問題に応用し、一般化 Hamiltonian 関数の凹性として十分条件を提示する。
- (3) 第2段階として、上記アフィン・2ファクター証券市場モデルにおいて、ナイトの不確実性下での頑健効用として、頑健効用に効用汎関数にとって望ましい性質とされる相似拡大性を付与し、解析的に取扱い易いMaenhout(2004)の「相似拡大的頑健効用」を導入し、家計消費・投資頑健最適化モデルを構築する。而して、頑健最適投資の近似解析解を導出する。
- (3) 第3段階として、証券市場モデルを行列表現を用いて高次元の平均回帰的潜在ファクターを有する証券市場モデルに一般化し、家計消費・投資頑健最適化モデルを完成させる。同最適化問題を行列を対象とする解析操作により対数線形近似法を適用して最適投資の近似解析解を導出する。
- (4) 最終段階として、生命保険会社の生命保険債務を特殊証券の空売りと見做し、ポートフォリオに組み込む新たなアプローチを用いるほか、生保が基礎利益を相似拡大効用の変数として最大化していると仮定することにより、上記家計消費・投資モデルの枠組みに位置付け、生保運用モデルを構築し、同最適化問題の近似解析解を導出する。

#### 4. 研究成果

(1) アフィン・2 ファクター証券市場モデル の下での相似拡大的頑健効用投資家の消費 と証券投資(対象:株式指数と全満期の国債) の頑健最適化問題を確率制御問題として定 式化し、最適化の必要条件である Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式から値関 数の2階の偏微分方程式を導出。同偏微分方 程式の非斉次項を対数線形近似すると、値関 数の関数形が推測可能となるので、近似偏微 分方程式に同関数を代入し、値関数を構成す る未知関数の偏微分方程式を導出。同偏微分 方程式から同未知関数の関数形が推測可能 となるので、同関数を代入し、状態変数の恒 等式を導出。同恒等式から値関数の未知係数 の代数方程式を導出し、最終的に最適投資の 近似解析解を導出。同近似解析解は Campbell

and Viceira (2002)が1ファクター金利モデルで示した解を特殊解として包含する高次の解である。従って、これらの複数解から真の解を識別する十分条件を提示する必要があることが判明。

- (2) 生命保険会社の生命保険債務を特殊 証券の空売りと見做し、ポートフォリオに組 み込む新たなアプローチを用いるほか、生保 が基礎利益を相似拡大効用の変数として最 大化すると仮定することにより、上記家計消 費・投資モデルの枠組みに位置付け、生保頑 健運用モデルを構築し、同頑健最適化問題の 近似解析解候補を導出。
- (3) 上記生保運用モデルに対し、我が国の生保データで実証分析を行った。その結果、2ファクター・アフィン証券市場モデルは、株式指数と国債の価格過程を十分に近似出来ず、一般性の高い高次元のアフィン潜在ファクター証券市場モデルの構築が示唆された。
- (4) 上記証券市場モデルを行列表現を用いてアフィン(短期金利、配当率、リスクの市場価格が潜在ファクターのアフィン関数)ー般次元潜在ファクター証券市場モデルに一般化。CRRA 効用投資家の消費と証券投資の最適化問題に行列を対象とする解析を適用。最近以の係数を行列を対象とする解析で適用し、対数線形近似の係数を行列を対象とする解析で導出して、近似解析解候補を導出。同複数候補解の中から真の解を識別する為、Maslowskiand Veverka (2014)の前進後退確率微分方程式の最適制御理論を応用し、一般化Hamiltonianの凹性として十分条件を提示。
- (5) アフィン一般次元潜在ファクター証券市場モデルの下、相似拡大的頑健効用投資家の消費と証券投資の最適化問題の近似解析解を導出。最適投資比率が状態変数の将来の変化を考慮しない近視眼的需要項と同変化に対し保険を掛ける保険需要項の和に分解されること、状態変数の変化が保険需要項には直接的に影響を与え、近視眼的需要項にはリスクの市場価格の変化を通じて影響に応えることが示された。
- (6) 生命保険会社の生命保険債務を特殊証券の空売りと見做し、ポートフォリオに組み込む新たなアプローチを用いるほか、生保が基礎利益を相似拡大効用の変数として最大化すると仮定することにより、上記家計消費・投資モデルの枠組みに位置付け、生保頑健運用モデルを構築し、同頑健最適化問題の近似解析解候補を導出。

## <引用文献>(計3件)

Campbell, J., and Viceira, L.,

Strategic asset allocation, Oxford University Press, 2002

Maenhout, P., Robust portfolio rules and asset pricing, The Review of Financial Studies, 17, 2004, 951-984

Maslowski, B., and Veverka, P. Sufficient stochastic maximum principle for discounted control problem, Applied Mathematics and Optimization, 70, 225-252

### 5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に は下線)

## [雑誌論文](計3件)

久保 英也、楠田 浩二、現代ポートフォリオ理論を用いた生保の最適資産ポートフォリオの提案、保険学雑誌、査読有、631巻、2015、33-63

バトボルド ボロルソフタ、菊池 健太郎、楠田 浩二、相似拡大的頑健効用投資家の消費と長期証券投資の最適化問題に対する近似解析解、滋賀大学経済学部附属リスク研究センター・ディスカッション・ペーパー、査読無、J-61、2018、1-15 (TORSJ 投稿査読過程)

バトボルド ボロルソフタ、菊池 健太郎、<u>楠田 浩二</u>、生保運用におけるアセット・アロケーションの頑健最適化問題に対する近似解析解、滋賀大学経済学部附属リスク研究センター・ディスカッション・ペーパー、査読無、J-62、2018、1-15 (現代ファイナンス投稿査読過程)

# [学会発表](計5件)

楠田 浩二、相似拡大的頑健効用と2ファクター金利モデルに基づく生命保険の多期間最適運用問題に対する近似解析解、2014年度日本ファイナンス学会第22回大会

楠田 浩二、相似拡大的頑健効用と2ファクター金利モデルに基づく生命保険の多期間最適運用問題に対する近似解析解、JAFEE(日本金融・証券計量・工学学会)2014夏季大会

楠田 浩二、菊池 健太郎、相似拡大的 頑健効用投資家と2ファクター・ハルーホワイト型本質的アフィン証券市場モデルに基 づく消費と株式指数・全満期国債投資の多期 間最適化問題に対する近似解析解、JAFEE(日本金融・証券計量・工学学会)2014冬季大会

菊池 健太郎、<u>楠田 浩二、久保 英也</u>、 相似拡大的頑健効用投資家と2ファクター・ ハルーホワイト型本質的アフィン証券市場

滋賀大学大学院経済学研究科博士課程

モデルに基づく生命保険多期間最適運用モデルの実証分析、JAFEE (日本金融・証券計量・工学学会) 2014 冬季大会

バトボルド ボロルソフタ、菊池 健太郎、<u>楠田 浩二</u>、消費と長期証券投資の最適 化問題に対する近似解析解、2018 年度日本ファイナンス学会第 26 回大会

[図書](計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称: 発明者: 権利者: 種類:

出願年月日: 国内外の別:

取得状況(計0件)

名称: 発明者: 権利者: 種類: 番号:

取得年月日: 国内外の別:

〔その他〕 ホームページ等

- 6. 研究組織
- (1)研究代表者

楠田 浩二 (KUSUDA, Koji) 滋賀大学経済学部・教授 研究者番号:90362368

(2)研究分担者

久保 英也 (KUBO, Hideya) 滋賀大学経済学部・教授 研究者番号:10362815

(3)連携研究者

( )

研究者番号:

(4)研究協力者

菊池 健太郎 (KIKUCHI, Kentaro) 滋賀大学経済学部・教授

バトボルド ボロルソフタ (Batbold, Bolorsuvd)