

平成 30 年 6 月 1 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26380401

研究課題名(和文) 離散時間確率金利モデルの漸近展開と金利派生商品の価格付け

研究課題名(英文) Asymptotic expansion for the discretely observed interest rate models and its applications to interest rate derivatives pricing

研究代表者

塩濱 敬之 (Shiohama, Takayuki)

東京理科大学・工学部情報工学科・准教授

研究者番号：40361844

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、離散時間確率金利モデルの漸近展開と金利派生商品の価格付けと題して、離散観測に基づいた金利時系列や企業資産価値過程の確率モデルに非正規性や、系列相関を考慮した統計モデルを想定し、そのモデルに基づいた金利派生商品の価格付けやリスク指標の評価を行った。特に、金利モデルにおいては、均衡モデルと無裁定モデルの基礎をなすVasicekモデルやHull-Whiteモデルを扱い、既存モデルを非正規・従属モデルに拡張した派生商品の価格付けを行い、非正規性や、系列相関の影響を解明した。

研究成果の概要(英文)：In this study, we consider the discretely observed interest rate process and the asset value process in order to evaluate the interest rate options and some credit risks measures. The underlying discretely observed processes are characterized by the non-Gaussianity and serially correlated innovations. By using the asymptotic expansion approaches, we derive some interest rate option prices and the credit risk measures which are expressed by the functions of the skewness and kurtosis of the underlying model parameters. In particular, for equilibrium and no-arbitrage models of the interest rate models, we extend the option pricing approaches based on the Vasicek and Hull-White models to have the non-Gaussian and serially correlated innovations for the underlying processes.

研究分野：時系列解析

キーワード：確率金利モデル 信用リスク計測 確率展開 金利派生商品 金利の期間構造

## 1. 研究開始当初の背景

金融商品の中でも金利派生商品は、債券先物、債券先物オプション、金利先物、金利先物オプション、金利スワップ、スワップション、キャップ、フロー等、多岐に渡る飛躍的發展を遂げた。また国債や社債などが債務不履行(デフォルト)となることで被る信用リスクへの関心の高まりから、クレジット・デフォルト・スワップ(CDS)等の取引も注目を集めている。このような、金融派生商品の価格付けやリスク管理の特徴は、株式や為替関連の派生商品と異なり、金利の期間構造を考慮する必要があることである。金利の期間構造(イールド・カーブ)のモデル化には通常アフィン期間構造モデルを用いる。

アフィン期間構造モデルではスポットレートの変動を確率微分方程式によって記述する。金利の期間構造を記述する様々な連続時間確率過程が提案され金融実務に用いられてきたが、これらの連続時間確率モデルの不確実性の要因はウィーナー過程であり、離散化を行えば正規過程に他ならない。金融時系列解析では、収益率分布の裾の厚さ、非対称性は資産価格変動のアノマリーとしてよく知られていて、それを考慮したモデル化・解析方法が提案されているが、金利時系列におけるそのような解析例は少ない。原資産価格の収益率や金利変動の微小変化における、正規分布からの乖離を評価するには、キュムラントを用いて理論的に級数展開することができることが知られている。こうした級数展開の代表例が、エッジワース展開、グラム・シャリエ展開と呼ばれる。本研究では、エッジワース展開を用いて、非正規性及び従属性を加味した離散金利モデルの漸近展開法による金融派生商品価格付けを研究対象とする。

## 2. 研究の目的

実際に市場で取引される価格は離散観測であるという立場から、離散時間時系列モデルに基づいた金利モデルを提案し、金利派生商品の価格付けに応用してきた。ここで考えるモデルは離散観測された Vasicek モデルを基礎とし、その攪乱項に非正規・従属な時系列モデルを組み込んだモデルである。従来のモデルが正規分布によって駆動される収益率や金利変化であったのに対し、我々の提案するモデルは定常 ARMA-GARCH モデルを含むような攪乱項で駆動する金利変動のモデルを提案した。

フォワードレートに基づく HJM モデル(Heath, Jarrow, and Morton (1992)) を利用した同様の研究が求められている。HJM モデルを考慮することにより、無裁定条件を組み込んだフォワードレートを用いることで、金利リスクの市場価値を表面に出さないで金利期間構造のモデル化ができる。またその

離散化、及び非正規化の拡張はそれ自体重要な研究課題である。そこで、研究目的の1つ目は、HJM モデルの離散観測を考え、その誤差項に非正規・従属な時系列モデルを組み込む。このモデルによる金利派生商品の価格付けを行うこととした。2つ目の研究目的は、離散 Vasicek モデルを用いた金利スワップ、スワップション、キャップ、フローの価格付けを実際に市場で取引されたオプション価格を用いて、モデルパラメータのカリブレーション及び評価を行うこととした。

## 3. 研究の方法

確率的金利変動モデルにおいて基礎となる Vasicek モデルの離散観測に基づいて、その確率変動要因に非正規・従属な確率モデルを仮定し、これはこれまで、債券価格、債券オプション価格、クーポン付き債券オプション価格の近似解を導出した(Honda et al.(2010), Shiohama and Tamaki (2011), Shibukawa et al. (2011)). 平成 26 年の研究計画は、これまでの研究成果を実データ解析に応用し、提案モデルの妥当性と金融実務に耐えうる精度及び推定可能性を持つことを検証する。

非正規従属な誤差項を持つ離散確率金利モデルを用いたフォワードレートに基づく HJM モデルの漸近展開による金利オプションの価格付けを研究する。

非正規従属な誤差項を持つ離散確率金利モデルを用いた信用リスク評価を研究する。Miura, Tamaki, and Shiohama (2013) で評価したデフォルト確率の漸近展開による評価は、ハザード過程を用いた誘導型アプローチであったが、この研究を構造型アプローチの代表的モデルである Merton モデルに拡張する。すなわち非正規・従属仮定を持つ Marton 型の企業価値モデルに対して拡張し、デフォルト確率、デフォルト時エクスポージャー等の評価を行い、非正規性及び従属性の影響を考察する。

## 4. 研究成果

- (1) [有限混合多変量正規分布のブートストラップ推定] 有限多変量正規分布の混合モデルのパラメータ推定とブートストラップ法によるモデル選択についてシミュレーションによる数値実験を用いてブートストラップ情報量基準によるモデル選択法が有効であることをしめした。また、膨大なブートストラップ標本からブートストラップ推定値を得るために有効な並列計算のアルゴリズムを提案した。
- (2) [円周上のマルコフ過程に対する角度相関係数の導出] 2つの円周の直積空間であるトーラス上に確率変数を取る確率過程をマルコフモデルによって記述した時系列モデルに対して、角度データの妥当な自己相関関数、自己共分散関数、スベ

- クトル密度関数を定義し、実データを用いたパラメータ推定方法について議論した。
- (3) [ファクターリスクパリティ戦略によるポートフォリオ最適化] 投資対象に共通した価格変動要因であるファクター間にリスク寄与度を均等化するファクター・リスクパリティ(FRP)の手法を用いて、日本株式FRPポートフォリオを構築し、その有効性を検証した。FRPポートフォリオは時価総額平均ポートフォリオを上回るパフォーマンスを有し、FRPによる投資戦略が株式投資におけるファクターリスク・プレミアムを獲得する上で一定の有効性を持つ手法であることを確認した。
- (4) [マートン型の構造型アプローチによる信用リスク計測] 離散時間資産価値過程の誤差項に非正規・従属性を考慮した確率モデルに対し、エッジワース展開を用いて、マートン型の構造モデルによる信用リスク評価を行った。デフォルト確率やリスクプレミアムの関数構造の評価を非正規性や系列相関をもつモデルに拡張した。実データ解析にも適用し、従来のマートンモデルによるリスク評価との差異を明らかにした。
- (5) [モンテカルロ法による金融市場リスクの推定とオプション評価] 金融資産の市場取引における価格の下落に伴う市場リスクの推定を、資産収益率分布の非対称性や裾の厚さを考慮した、尺度変換を伴うsinh-arcsinh分布を用いた場合のバリュー・アット・リスク推定や期待ショートフォールの推定方法を議論した。また、その分布を株価オプション評価に適用した場合の分散減少法を利用したオプション評価方法を紹介した。
- (6) [Hull-Whiteモデルの非正規性への拡張と金融派生商品の価格付け] 離散時間Hull-Whiteモデルに非正規性を加味した確率金利モデルを提案し、その債券価格をエッジワース展開を利用して評価した。また、金利派生商品である金利キャップやフローの市場価格を提案モデルによるカリブレーションを行い、潜在的な金利確率過程の非正規性の影響を明らかにした。
- (7) [マルチファクターVasicekモデルの非正規性への拡張] マルチファクターVasicekモデルの離散時間観測を考え、その攪乱項に非正規従属性を考慮した確率金利モデルに対する、債券価格とその期間構造の評価をエッジワース展開を利用して行った。提案モデルを用いて日本国債イールドの期間構造の推定を状態空間モデルによるカルマンフィルタを用いて行った。拡張モデルの推定精度の向上を確認し、確率金利モデルの非正規性が債権イールドの関数構造に与える影響を調べ

た。

## 5. 主な発表論文等 (研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

- [雑誌論文](計 10件)
1. 清水英彦・塩濱敬之 (2018). 「日本株式市場におけるファクター・リスクパリティ・ポートフォリオの実践」, 『証券アナリストジャーナル』, 56巻5号, pp. 66 - 75. 査読有.
  2. Iida, M., Miyata, Y., and Shiohama, T. (2017). Bootstrap Estimation and Model Selection for Multivariate Normal Mixtures using Parallel Computing with Graphics Processing Units, To appear in Communications in Statistics - Simulation and Computation. Advanced Online Publication: DOI:10.1080/03610918.2017.1311916. 査読有
  3. Abe, T., Ogata, H., Shiohama, T., and Taniguchi, H. (2017). Circular Autocorrelation of Stationary Circular Markov Processes, Statistical Inference and Stochastic Processes. Vol. 20, No.3, 275 -290. 査読有
  4. Kawada, A., and Shiohama, T. (2016). Structural Credit Risks with Non-Gaussian and Serially Correlated Innovations, American Journal of Mathematical and Management Science, Vol. 35, No. 2, 143 - 158. 査読有
  5. Shiohama, T. (2016). Asymptotic expansion of one-factor Merton models with non-Gaussian and serially correlated innovations. In JSM Proceedings, Business and Economic Section. Alexandria, VA: American Statistical Association. 2604 | 2615. 査読なし.
  6. Shiohama, T. (2014). Multi-Factor Discretely Observed Vasicek Term Structure Models with non-Gaussian Innovations and Its Applications to the Japanese Government Bond Markets, In JSM Proceedings, Business and Economic Statistics Section, Boston, MA: American Statistical Association. 査読なし
- [学会発表](計 6件)
1. Shiohama, T., Abe, T., and Miyata, Y., Bayesian inference for mode preserving distributions on the circle, 10th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2017), University of London, December 2017, U. K.
  2. Shiohama, T. "Bayesian estimation of the default rate distributions with

- non-Gaussian single factor models ” ,  
Joint Statistical Meeting 2017, Baltimore  
Convention Center, Baltimore, U.S.
3. Abe, T., Miyata, Y., and Shiohama, T.  
“ Bayesian Estimation for the Inverse  
Batschelet Distributions on the Circle, ”  
1st International Conference on  
Econometrics and Statistics (EcoSta 2017),  
Hong Kong University of Science and  
Technology. June 2017, Hong Kong.
4. Shiohama, T., “ Non-linear State-Space  
Modeling for Wind Speed and Direction, ”  
9th International Conference of the ERCIM  
WG on Computational and Methodological  
Statistics (CMStatistics 2016),  
University of Seville, December 2016,  
Spain.
5. Shiohama, T. “ Asymptotic expansion of  
one-factor Merton models with  
non-Gaussian and serially correlate  
innovations ” , Joint Statistical Meeting  
2016, McCormick Place, Chicago, August  
2016, U.S.
6. Shiohama, T. “ Evaluating interest rate  
derivatives with discretely observed  
non-Gaussian Hull-White models ” , Joint  
Statistical Meeting, 2015, Seattle  
Convention Center, Seattle, August 2015,  
U.S.

〔図書〕(計1件)

1. 情報工学編集委員会, (2018) 理工系の基礎 情報工学, 第6章「モンテカルロ法とデータサイエンス」丸善出版. -ページ

## 6 . 研究組織

### (1) 研究代表者

塩濱 敬之 (SHIOHAMA TAKAYUKI) 東京理  
科大学・工学部情報工学科・准教授  
研究者番号 : 40361844