

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 13 日現在

機関番号：13801

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26381193

研究課題名(和文) 高等学校数学科における活用力育成をめざした教材の開発と指導に関する研究

研究課題名(英文) Study of Development Materials and Teaching for Fostering Ability of Applying Mathematics in High School

研究代表者

熊倉 啓之 (KUMAKURA, Hiroyuki)

静岡大学・教育学部・教授

研究者番号：00377706

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、フィンランドの数学教科書等の教材を詳細に分析して、それらの結果を踏まえて、活用力を育成する効果的な数学教材を開発して実践し、活用力育成に関わる指導の改善の提言を行うことである。

目的を達成するために、まずフィンランドの高等学校教科書の教材を収集して分析し、それらを参考に、活用力の育成につながる教材を開発した。次に、開発した教材を用いて、確率、数列、指数・対数関数、データの分析の単元で6つの実践を行い、教材の有効性を検証して指導のあり方を追究した。最後に、実践に基づく考察を通して、活用力育成のための指導の改善の提言として、6つの数学的活動と8つの教師の手立てを挙げた。

研究成果の概要(英文)：The Purpose of this study is to analyze many problems in Finland's mathematics textbooks in detail and to develop materials for fostering ability of applying mathematics, and to make some suggestions of improving teaching through practice of lessons.

For achievement of this purpose, first, we analyzed many problems in mathematics textbooks of Finland's high school and we developed materials for fostering ability of applying mathematics. Next, we practiced six lessons - probability, sequence, exponential and logarithm function and analysis of data - using developing materials, and we considered about teaching for fostering ability of applying mathematics through discussion about the effectiveness of these materials. Finally, through consideration on the basis of lessons, we pointed six mathematics activities and eight supports of teachers as suggestions of improving teaching for fostering ability of applying mathematics.

研究分野：教科教育学(数学教育学)

キーワード：数学的な活用力 フィンランド 数学的活動 教師の手立て

1. 研究開始当初の背景

フィンランドは、過去4回のPISA調査で好成績を挙げて世界的に注目を浴びている。そこで、フィンランドから何かを学ぼうと調査が行われ、フィンランドの教育に関する多くの論文や書物が日本でも発表されている。しかし、数学教育に関するものはこれまでほとんど見られなかった。そこで、研究代表者は、「数学的リテラシー育成を視野に入れたフィンランドの数学教育に関する調査研究」(科研費基盤研究(B)22402055, 2010~2012)というテーマのもとで研究を実施し、その成果を出版物にまとめた(『フィンランドの算数・数学教育』明石書店, 2013)。得られた成果として、次の点を挙げるができる。

- (1) 授業について、日本で重視している数学的活動を取り入れた授業は少なかった。
- (2) 教科書について、日本では見かけない、数学を活用する問題が含まれていた。
- (3) 教員養成について、大学で指導する内容は日本と大きな相違がなかった。

以上の結果から、日本の数学教育に参考になる特徴は、特に(2)である。具体的には、例えば高等学校の教科書で、単元「数列」の漸化式を活用する問題の中に、次のようなものが見られた(『Lukiolaisen Matematiikka 6』WSOY, 2006)。

ある森林管理区内に、1200羽の水鳥がいて、毎年5%ずつ増加すると推測されている。また、毎年30羽が狩りで捕獲されるという。毎年同じように鳥の数は推移するものとして考えよ。

- a) 今後5年間の鳥の数はどのように推移するか。
- b) 毎年の鳥の数が計算できる式を求めよ。
- c) 式を使って、10年後、20年後の鳥の数をそれぞれ推測せよ。

比較のために、同じ「数列」について、日本の高等学校の全教科書(数学B)15冊を調べたが、上記のようなものも含めて、現実事象と関連付けた漸化式を活用する問題は1問もなかった。他にも、フィンランドの教科書には同様の問題が多数あることが推測される。しかし、前回の研究では、授業、教材、教員養成という様々な観点から、フィンランドの数学教育の特徴を総合的かつ全体的に明らかにしようとしたものであったため、個々の内容についての詳しい調査は行っていない。特に高等学校の教科書については、1つの会社の特定の数ページを分析するにとどまっていた、詳細な分析ができていない。

2. 研究の目的

本研究の目的は、フィンランドの数学教科書等の教材を詳細に分析して、それらの結果を踏まえて、活用力を育成する効果的な数学教材を開発して実践し、活用力育成に関わる指導の改善の提言を行うことである。

3. 研究の方法

本研究は、次の手順で研究を進めた。

- (1) フィンランドの高等学校教科書等の教材を収集して分析する。
- (2) (1)の分析結果を参考に、活用力の育成につながる教材を開発して整理する。
- (3) (2)で開発した教材を用いて実践を行い、その有効性を検証する。
- (4) 以上を踏まえて、高等学校数学科における活用力育成に関わる指導の改善の提言を行う。

4. 研究成果

- (1) フィンランドの高等学校教科書教材の分析

対象とした教科書は、WSOY社(現在はSanomatpro社)発行の短い数学用の教科書「MAB LUKIOLAISEN MATEMATIIKKA」(2005~2010)シリーズの次の8冊である。

- 1 Lausekkeet ja yhtälöt
- 2 Geometria
- 3 Matemaattisia malleja
- 4 Matemaattinen analyysi
- 5 Tilastot ja todennäköisyys
- 6 Matemaattisia malleja
- 7 Talousmatematiikka
- 8 Matemaattisia malleja

分析した結果、日本の教科書には見られない活用力育成に関わる問題が多く見いだされた。特に、特徴的な点として、「7.経済数学」には、指数・対数関数や2次方程式を使って解く割合の問題が見られた。なお、分析した問題のうち参考になるものを整理して、冊子にまとめた(熊倉他, 2017)。

- (2) 本研究における数学的活用力の規定

活用力の育成につながる教材を開発するに際して、まず本研究における「数学的な活用力」を、PISA調査における活用力(国立教育政策研究所, 2004)、特定の課題に関する調査における活用力(国立教育政策研究所, 2006)、全国学力・学習状況調査における活用力(国立教育政策研究所, 2007)や、先行研究(山口, 2008; 金本, 2014; 宮崎, 2014; 岩田, 2015)を参考に、次の通りに規定した。

解決する必要のある初めて出会うような問題に対して、数学的に解決しようとする態度を持ち、既習の数学の知識・技能や数学的な考え方を使ってその問題を解決するための方法を構想し、必要に応じて文献やICT等も使用しながら数学的に処理して結論を導く力。また、導いた結論を振り返って、さらによりよい方法や結論を導こうとしたり、最初の問題をより一般化して問題を発展させようとする態度。

すなわち、数学的に解決しようとする態度、解決の方法を数学的に構想する力、数学的に処理して結論を導く力、振り返って発展させる態度、の4つの力・態度の総体としてとらえることとした。

(3) 開発した教材の実践

(2)の規定に基づき、(1)で分析したフィンランドの問題も参加にして、いくつかの教材を開発して実践した。具体的な高等学校の実践内容は、次の通りである。

数学 A「確率の活用」(2014.11.11)

最初に提示した問題は、次の通りである。

3本の当たりくじを含む10本のくじが袋に入っている。1本のくじを引くとき、袋を小分けするなどして、当たる確率をできるだけ高くするにはどうしたらよいか。

この問題は、条件付き確率を活用して解決する教材である。くじの分け方や袋の数を変えることによって確率が変化する点に特徴がある。2つの袋に小分けする場合は、9本と1本に分けて、当たりを2本と1本に分ける場合に確率が最大になる。また、袋の数を変える場合には、4つの袋にして、7本、1本、1本、1本に分け、当たりを0本、1本、1本、1本に分ける場合に確率が最大となる。

授業では、生徒自らが条件を変更して、確率を最大にしようと意欲的に取り組んだ。この実践の詳細については、論文にまとめた(山本他、2017)。

数学 B「数列の活用」(2015.1.21)

まず始めに、クラスで実際に使用している電話連絡網を提示して、全員に伝わる時間を求めた。その際、1回の連絡に1分かかると理想化して考えた。その答えを全体で確認した後に、次の問題を提示した。

クラス全体14人に最速で伝わる電話連絡網は、どのように作ればよいか。

この問題は、数列を活用して解決する教材である。1分間ごとに伝わる最大人数は、順に1人、2人、4人、8人、...となり、公比2の等比数列であるので、 n 分間で伝わる最大人数は、等比数列の和 $2^n - 1$ 人となる。ただし、この方法では、人によって電話回数が大きく異なり、不平等である。そこで条件を変更して、電話回数を教師は1回、生徒は2回までとすると、伝わる最大人数は、順に1人、1人、2人、3人、5人、...となり、これはフィボナッチ数列である。

授業では、実際に電話連絡網を利用する場面を想定しながら、ホワイトボードとマグネットを使って、意欲的に問題に取り組んだ。この実践の詳細については、論文にまとめた(冨田、2017)。

数学「データの分析」(2015.7.10)

提示した問題は、次の通りである。

学校の体験入学の受付での並び方で、「フォーク並び」と「並列並び」が考えられるが、来校者の待ち時間が減るようにするには、どちらの並び方がよいか。

この問題は、最近、スーパーのレジや銀行のATMなどで見かけるようになった「フォーク並び」と、従来からよく見かける「並列

並び」を比較するもので、データの活用、特に標準偏差の活用を目的とした教材である。例えば、窓口が2つ、待ち人数が4人で窓口での処理時間が1分、2分、3分、4分であるとした場合に、次に並ぶ人が待つ時間を比較する。並列並びの場合は、平均が5分、標準偏差が約1.3分である一方、フォーク並びの場合は、平均が約4.2分、標準偏差が約0.69分で、フォーク並びの方が待ち時間が短く、標準偏差も小さいことがわかる。

授業では、実際に並ぶ場面を想定しながら、上記で述べた窓口2つ、待ち人数4人、処理時間1分、2分、3分、4分とした場合を考え、フォーク並びの方がよいことを生徒たちが見いだした。

数学「指数・対数関数」(2015.12.17)

最初に提示した問題は、次の通りである。

100万円を貯金して、200万円になるまで預けるのに、年利4%のA銀行と、3か月複利1%のB銀行とでは、どちらの方がよいか。

この問題は、指数・対数関数を活用する教材である。A銀行の場合は、200万円を超えるまで18年かかるのに対して、B銀行の場合は、17年6ヶ月なので、B銀行の方がやや得であることがわかる。

授業では、電卓の使用も認めながら、まず始めにA銀行の場合に、200万円になるまでの期間を求めた。その後、B銀行の場合も同様に求めて、結果を比較して結論を導いた。授業後に、金利に関する問題を自分で作成して解決するレポート課題を出したところ、貯金やローンに関するユニークなレポートがいくつか提出された。この実践の詳細については、論文にまとめた(梅田他、2017)。

数学「データの分析」(2016.7.15)

最初に提示した問題は、次の通りである。

交通事故が多発して困っている町の過去4年間の交通事故のデータを分析し、どこにどのような対策を講じればよいかを考え、町議会に提出する対策プランを作成しよう。

この問題は、データの分析を活用する教材である。英国で開発された数学教材 Bowland Maths を日本語に訳したソフト「交通事故を減らそう」を利用して、対策プランを作成するというものである。ソフトには、地図上に事故のあった箇所がマークされ、それぞれについて、被害者の年齢、性別、けがの状況、事故の対象(歩行者、自転車、バイク、車)、事故の年月日、曜日と時刻、天候(路面状況)、制限速度のデータが示される。これらのデータから、自分たちの対策プランに当てはまるようなデータを抽出して整理していく活動が必要になる。

授業では、班ごとに、ソフトを用いてデータを分析して対策プランを作り、互いのプランを発表した。数時間をかけて、生徒たちは

熱心にプラン作りに取り組んだ。この実践の詳細は、書籍の中の1実践としてまとめた(横澤, 2017)。

数学 A 「確率の活用」(2016.11.25)

最初に提示した問題は、次の通りである。

P と Q の 2 チームが試合を行い、優勝を争う。ただし、1 回の試合で P が勝利する確率は $\frac{2}{5}$ であり、引き分けはないとする。優勝決定方法として、どの案がよいか。

ア 試合を 1 回行い、勝利した方が優勝。

イ 試合を 5 回行い、勝利した回数が多い方が優勝。

ウ 試合を 6 回行い、勝利した回数が多い方が優勝。ただし 3 勝 3 敗は P の優勝。

エ 試合を繰り返し行い、先に 3 勝した方が優勝。

オ 試合を繰り返し行い、先に 4 勝した方が優勝。ただし予め P に 1 勝を与える。

この問題は、確率の独立試行を活用する教材であり、プロ野球のクライマックスシリーズでの優勝決定方法を参考に開発したものである。それぞれの方法の場合に、P が優勝する確率を求めると、アの確率は $\frac{2}{5}$ であるのに対して、イとエの方法の確率はいずれも $\frac{992}{3125}$ であり、ウとオの方法の確率はいずれも $\frac{1424}{3125}$ である。つまり、確率を比較すると、イ(エ) < ア < ウ(オ)となることがわかる。

授業では、ア～オの方法を比較するのに、(a)P チームを応援する立場から、(b)Q チームを応援する立場から、(c)大会を運営する立場から、それぞれ考えた。さらには、1 回の試合で P が勝利する確率 $\frac{2}{5}$ を一般化したときに、確率の大小関係がどのように変化するかについても考察した。

(4) 活用力育成に関わる指導の改善の提言

3 年間の研究成果を振り返り、最終的に、活用力育成に関わる指導の改善への提言として、6 つの数学的活動と 8 つの教師の手立てを挙げた(熊倉, 2017)。具体的な内容は、次の通りである。

表 1 指導改善への提言 1 - 数学的活動

活用力	数学的活動
数学的に解決しようとする態度	・結論を予想する活動
解決の方法を数学的に構想する力	・現実事象を数学化する活動 ・必要な情報を選択する活動
数学的に処理して結論を導く力	・ICT を活用する活動
振り返って発展させる態度	・結論を振り返る活動 ・問題を発展させる活動

表 2 指導改善への提言 2 - 教師の手立て

活用力	教師の手立て
数学的に解決しようとする態度	・初めて出会うような問題場面の設定 ・結論が予想しやすい問題の設定
解決の方法を数学的に構想する力	・過不足のある情報の提示 ・必要以上に解法を指定しない ・生徒自身が考える時間の確保
数学的に処理して結論を導く力	・コンピュータ等の道具の準備
振り返って発展させる態度	・全体で議論・共有する時間の確保 ・生徒自身による問題の設定

< 引用文献 >

熊倉 啓之他『フィンランドの算数・数学教育』明石書店, 2013.

熊倉 啓之「フィンランドの活用力育成に関わる高等学校数学教科書の問題」科学研究費補助金(26381193)高等学校数学科における活用力育成をめざした教材の開発と指導に関する研究・研究成果資料, 2017.

国立教育政策研究所『生きるための知識と技能』ぎょうせい, 2004, 93-124.

国立教育政策研究所「特定の課題に関する調査(算数・数学)調査結果(小学校・中学校)2006, 1-5.

国立教育政策研究所「平成 19 年度全国学力・学習状況調査解説資料中学校数学」2007, 7-13.

山口 武「知識基盤社会において求められる学力と新教育課程-新しい数学科学習指導要領の検討-」日本数学教育学会誌, 第 90 巻 5 号, 2008, 29-36.

金本 良通「活用力を高める算数・数学の授業づくり」日本数学教育学会, 第 95 巻 3 号, 2013, 44-52.

宮崎 樹夫「数学的事象に関する課題探究を実現する学力とその可能性 - 「活用する力」β への提言 - 」日本数学教育学会第 2 回春期研究大会論文集, 2014, 27-34.

岩田 耕司「数学的な表現を通して他者と関わる活動とその評価に関する一考察」日本数学教育学会第 3 回春期研究大会論文集, 2015, 135-142.

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 4 件)

山本 達也・熊倉 啓之「発展的な考え方の育成を重視した確率の教材開発」日本数学教育学会誌, 第 99 巻第 3 号, 2017, 4-12, 査読有

梅田 英之・熊倉 啓之「高等学校数学

科における「数学的な活用力」の育成を重視した指数・対数関数の学習指導」静岡大学教育実践総合センター紀要, No.26, 2017, 35-44, 査読有
熊倉 啓之・國宗 進・松元 新一郎・梅田 英之・須藤 雄生・富田 真永・山本 達也・横澤 克彦「高等学校における「数学的な活用力」の育成を重視した学習指導」静岡大学教育学部研究報告(教科教育学篇), No.48, 2017, 133-146, 査読有
富田 真永「数学的活動を促す高等学校数学B「数列」指導の実践」日本数学教育学会誌, 第99巻1号, 2017, 2-9, 査読有

〔学会発表〕(計 1 件)

富田 真永「高等学校における数学的活動を軸とした教材開発」第71回関東都県算数・数学教育静岡大会, 2016年8月10日, グランシップ(静岡県静岡市)

〔図書〕(計 1 件)

横澤 克彦「交通事故を減らそうの対策案を2チームで比較」吉田明史編著『アクティブ・ラーニングを位置づけた高等学校校数学科の授業プラン』明治図書, 2017, 6.

6. 研究組織

(1)研究代表者

熊倉 啓之 (KUMAKURA, Hiroyuki)
静岡大学・教育学部・教授
研究者番号: 00377706

(2)研究分担者

松元 新一郎 (MATSUMOTO, Shinichiro)
静岡大学・教育学部・教授
研究者番号: 40447660

(3)連携研究者

國宗 進 (KUNIMUNE, Susumu)
静岡大学・名誉教授
研究者番号: 50214979

(4)研究協力者

梅田 英之 (UMEDA, Hideyuki)
静岡県立科学技術高等学校・教諭

須藤 雄生 (SUDO, Yu)
筑波大学附属駒場中・高等学校・教諭

富田 真永 (TOMITA, Masato)
静岡県立川根高等学校・教諭

山本 達也 (YAMAMOTO, Tatsuya)
静岡県立三島北高等学校・教諭

横澤 克彦 (YOKOSAWA, Katsuhiko)