

平成 30 年 6 月 12 日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26400054

研究課題名(和文)非ゴレンシュタイン環論の展開とj-係数解析

研究課題名(英文)Development of the theory of non-Gorenstein rings and a study of j-multiplicity

研究代表者

チャン ティフン(Tran, Thi Phuong)

明治大学・研究・知財戦略機構・研究推進員(客員研究員)

研究者番号：00649824

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、Barucci-Froberg, 後藤-松岡-Phuongにより導入・展開された1次元almost Gorenstein環論を完成させ、高次元論に発展させることである。その中でも、Rees代数、行列式環、Arf環のalmost Gorenstein性解析を行い、それぞれ判定条件が得られた。並行して、非Cohen-Macaulay環論の充実のため、Rees代数のsequentially Cohen-Macaulay性解析を行った。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this research is to enrich the theory of one-dimensional almost Gorenstein rings, which was originally studied by Barucci-Froberg and Goto-Matsuoka-Phuong, and to develop the theory for higher dimension. Among them, we studied the almost Gorenstein property for Rees algebras, determinantal rings, and Arf rings. In parallel, we analyzed the sequentially Cohen-Macaulay property for the Rees algebras in order to make progress the theory of non-Cohen-Macaulay rings and modules.

研究分野：代数学

キーワード：Almost Gorenstein環 Gorenstein環 系列的Cohen-Macaulay環 Rees代数 Arf環

1. 研究開始当初の背景

本研究の主題は可換環論にある。特異点解析の重要な方法の一つである可換環論は、19世紀末、不変式の研究を通して D. Hilbert によって創始された。その発端から様々な代数系との繋がりがあり、E. Noether による高度の代数学の抽象化の中で独立した分野として確立し、20世紀半 J.-P. Serre がホモロジー代数学を導入し、飛躍的な発展を遂げるに至った。20世紀から21世紀に及ぶ60年間に、主に代数幾何学との深い関わりの中で、特異点論、整数論、不変式論、複素解析的多様体論、組合せ論などから問題と手法を獲得しつつ、一連の homological conjectures の解決や正標数代数系の構築を含めて、環と加群の Cohen-Macaulay 性解析を中心課題に発展成熟した。現在では、代数学諸分野における基本言語の一つであるだけでなく、物理学や統計学とも密接に関連しながら発展を続けている。

2. 研究の目的

1997年に V. Barucci と R. Fröberg により導入され、2013年に研究代表者と研究連携者・後藤四郎、研究分担者・松岡直之により展開された1次元 almost Gorenstein 環論の目的は、Cohen-Macaulay 環を Gorenstein 環との差異を指標として階層化し、既存の非 Gorenstein Cohen-Macaulay 環論に新たな展望を齎すことにある。これを踏まえて本研究では、1次元 almost Gorenstein 環論を完成させ、高次元論へ発展させることを目的とする。並行して、非 Cohen-Macaulay 環論の充実のため、環と加群の sequentially Cohen-Macaulay 性解析を行う。

3. 研究の方法

現代可換環論の研究分野は多岐に渡るが、本研究では、下記3課題に対し、成果を挙げることを目的とする。

- (1) Rees 代数の almost Gorenstein 性解析
- (2) Rees 代数の sequentially Cohen-Macaulay 性解析
- (3) Arf 環の almost Gorenstein 性解析

4. 研究成果

上記3課題に対して、得られた成果は下記10論文にまとめた。

(1)に関して、多くの優れた研究者たちの不断の努力により、数多に存在する Cohen-Macaulay Rees 代数の中でも、Gorenstien 環はごく僅かであることが明らかにされている。従って、これら非 Gorenstein Cohen-Macaulay Rees 代数の中に

は、almost Gorenstien 環となるべきものが豊富に含まれていて、解明を待っていると推測される。この方面では、巴系イデアル、及び礎石イデアルに関する Rees 代数の almost Gorenstein 性を特徴付けに成功した。また、2次元正則局所環内の整閉イデアルに関する Rees 代数が almost Gorenstein 環であることも示した。

(2)は、根源的な問い「非 Cohen-Macaulay 環とは如何なる存在であるか？」に端を発する。環の Cohen-Macaulay 性を真に理解するためには、非 Cohen-Macaulay 環論の充実が不可欠である。Sequentially Cohen-Macaulay 環はこの視点から導入された Cohen-Macaulay 環の拡張概念の一つである。与えられた Rees 代数が如何なる条件下で sequentially Cohen-Macaulay 環になり得るかという問いは、Rees 代数の Cohen-Macaulay 性に関する後藤四郎-下田保博の定理を鑑みるに、自然な問いであると判断される。(2)の主結果は、イデアルの場合に留まらず、イデアルの filtration に関する Rees 代数の sequentially Cohen-Macaulay 性を随伴次数環の性質により記述するものであり、後藤四郎-下田保博の定理の sequentially Cohen-Macaulay 性への拡張となっている。主結果の応用として、組合せ論的对象である Stanley-Reisner 環に対して、その極大イデアルに関する Rees 代数の sequentially Cohen-Macaulay 性を環に付随する単体的複体の性質により特徴付けることにも成功した。

(3)は、almost Gorenstein 環論が極小重複度を持つ Cohen-Macaulay 環と密接な関連性を持つことに由来する。実際、研究代表者と研究分担者・松岡直之は、研究連携者・後藤四郎と共に、1次元 Cohen-Macaulay 局所環に対して、基礎環が極小重複度を持つ almost Gorenstein 環であることを極大イデアルの自己準同型環が Gorenstein 環であることにより特徴付けている。Arf 環は、1次元 Cohen-Macaulay 環上で定義され、極小重複度を持つことが知られている。鑑みるに、非 Gorenstein 環論の発展という視点からも Arf 環の almost Gorenstein 性解析には一定の価値があると判断される。(3)では、Arf 環の almost Gorenstein 性に関する特徴付けが得られた。成果は、論文に纏め、国際数学雑誌に投稿中である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計10件)(全て査読有)

[1] S. Goto, N. Matsuoka, N. Taniguchi, K. Yoshida, On the almost Gorenstein property

in Rees algebras of contracted ideals, Kyoto J. Math., (to appear).

[2] N. Taniguchi, T. T. Phuong, N. T. Dung, T. N. An, Topics on sequentially Cohen-Macaulay modules, J. Comm. Algebra, (to appear).

[3] S. Goto, N. Matsuoka, N. Taniguchi, K. Yoshida, The almost Gorenstein Rees algebras of \mathfrak{p} -ideals, good ideals, and powers of the maximal ideals, Michigan Math. J., 67 (2018), 159-174.

[4] N. Taniguchi, On the almost Gorenstein property of determinantal rings, Comm. Algebra, 46 (2018), 1165-1178.

[5] T. T. Phuong, Normal Sally modules of rank one, J. Algebra, 493 (2018), 236-250.

[6] S. Goto, R. Mehran, N. Taniguchi, H. L. Truong, When are the Rees algebras of parameter ideals almost Gorenstein graded rings?, Kyoto J. Math., 57 (2017), 655-666.

[7] N. Taniguchi, T. T. Phuong, N. T. Dung, T. N. An, Sequentially Cohen-Macaulay Rees algebras, J. Math. Soc. Japan, 69 (2017), 293-309.

[8] S. Goto, N. Matsuoka, N. Taniguchi, K. Yoshida, The almost Gorenstein Rees algebras over two-dimensional regular local rings, J. Pure Appl. Algebra, 220 (2016), 3425-3436.

[9] S. Goto, N. Matsuoka, N. Taniguchi, K. Yoshida, The almost Gorenstein Rees algebras of parameters, J. Algebra, 452 (2016), 263-278.

[10] S. Goto, R. Takahashi, N. Taniguchi, Ulrich ideals and almost Gorenstein rings, Proc. Amer. Math. Soc., 144 (2016), 2811-2823.

[学会発表](計 18 件)

[1] T. T. Phuong, Normal Sally modules of rank one, The 39th Japan Symposium on Commutative Algebra, Kyoto University, 2017.

[2] T. T. Phuong, A Survey on the Normal Hilbert coefficients, International School and Workshop on Commutative Algebra, Ton Duc Thang University, 2017.

[3] N. Matsuoka, Pseudo-Frobenius numbers versus defining ideals in numerical semigroup rings, The 39th Japan Symposium on Commutative Algebra, Kyoto University, 2017.

[4] N. Matsuoka, Pseudo-Frobenius numbers versus defining ideals in numerical semigroup rings, International Conference on Commutative Algebra and its Interactions to Combinatorics, Discrete Geometry and Singularity Theory, Hanoi and Ha Long, 2017.

[5] 松岡直之, Pseudo-Frobenius number and the generation of the defining ideal, 第 29 回可換環論セミナー, 山口大学, 2017.

[6] N. Matsuoka, The minimal free resolutions of numerical semigroup rings with arithmetic pseudo-Frobenius numbers, Japan-Vietnam Joint Workshop on Commutative Algebra, Meiji University, 2016.

[7] 後藤四郎, 松岡直之, 谷口直樹, 吉田健一, The almost Gorenstein Rees algebras of contracted ideals, 日本数学会 2016 年度年会, 筑波大学, 2016.

[8] N. Taniguchi, Depth formula and modules with reducible complexity, Mini-workshop on Commutative Algebra, Hokkaido University of Education, 2018.

[9] N. Taniguchi, On Ratliff-Rush closure of modules, AMS Meeting Special Session on Homological Algebra, Ohio State University, 2018.

[10] N. Taniguchi, Almost Gorenstein rings, Colloquium at West Virginia University, West Virginia University, 2018.

[11] N. Taniguchi, Ratliff-Rush closure of modules, The 39th Japan Symposium on Commutative Algebra, Kyoto University, 2017.

[12] N. Taniguchi, Generalized Gorenstein Arf rings, International School and Workshop on Commutative Algebra, Ton Duc Thang University, 2017.

[13] 谷口直樹, On the almost Gorenstein property of determinantal rings, 第 29 回可換環論セミナー, 山口大学, 2017.

[14] 谷口直樹, On the almost Gorenstein property of determinantal rings, 日本数

学会 2017 年度年会，首都大学東京，2017.

[15] N. Taniguchi, On the almost Gorenstein property of determinantal rings, Japan-Vietnam Joint Workshop on Commutative Algebra, Meiji University, 2016.

[16] 谷口直樹, Almost Gorenstein rings, 第 61 回代数学シンポジウム，佐賀大学，2016.

[17] N. Taniguchi, On the almost Gorenstein property of determinantal rings, The 38th Japan Symposium on Commutative Algebra, International Productivity Center, 2016.

[18] N. Taniguchi, Almost Gorenstein determinantal rings, International Workshop on Commutative Algebra, Thai Nguyen University, 2016.

〔図書〕(計 1 件)

[1] 後藤四郎，可換環論の勘どころ，共立出版，2017 年，228 ページ

6. 研究組織

(1) 研究代表者

チャン ティフン (TRAN, Thi Phuong)
明治大学・研究知財戦略機構・研究推進員
研究者番号：00649824

(2) 研究分担者

松岡 直之 (MATSUOKA, Naoyuki)
明治大学・理工学部・専任講師
研究者番号：80440155

谷口 直樹 (TANIGUCHI, Naoki)
早稲田大学・グローバルエデュケーションセンター・講師 (任期付)
研究者番号：30782510

(3) 連携研究者

後藤 四郎 (GOTO, Shiro)
明治大学・理工学部・名誉教授
研究者番号：50060091