2版

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ３０ 年　 ６ 月 １６ 日現在

機関番号：１５５０１
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2014～2017
課題番号：２６４００１４０
研究課題名（和文）リーマン面の正則写像の研究――写像の存在と等角不変量

研究課題名（英文）Researches on holomorphic mapings of Riemann surfaces---existence of mappings and conformal invariants

研究代表者
増本　誠（MASUMOTO, Makoto）

山口大学・大学院創成科学研究科・教授

研究者番号：５０１７３７６１

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,700,000円

研究成果の概要（和文）：トーラスから１点を除いて得られる面と同相なリーマン面を穴あきトーラスと呼ぶ。トーラスにその把手を定める２本の単純閉曲線の組を指定したもの全体Ｔは，３次元ユークリッド空間内の滑らかな閉領域と同一視される。さて，把手を指定した種数正のリーマン面Ｙを１つ固定し，Ｔの元Ｘのうち，Ｙの中への正則写像で指定した把手に写されるようなものが存在するＸの全体の集合Ａの幾何学的性質を調べた。とくに，Ａはリプシッツ境界を持つ閉領域でＴと同相であることを見出した。Ａの境界が滑らかではない場合があることも示した。さらに，正則写像を等角写像に置き換えても類似の結果が成立することを証明した。

研究成果の概要（英文）：A once-holed torus is, by definition, a Riemann surface homeomorphic to a once-punctured torus. The space T of once-holed tori with marked handle is identified with a smooth closed domain in the 3-dimensional euclidean space. Now, fix a Riemann surface Y with marked handle. We investigate the set A of elements X in T which allow holomorphic mappings into Y, and prove that it is a closed domain with Lipschitz boundary and is homeomorphic to T. Moreover, the boundary of A is not smooth in some cases. We also consider the set B of of elements X in T that are conformally embedded into Y, and obtain similar results for B.

研究分野：数物系科学

キーワード：リーマン面　正則写像　等角写像　極値的長さ　双曲的長さ　穴あきトーラス

１．研究開始当初の背景

リーマン面間の正則写像においては，ごくわずかな位相的または解析的条件を課すことが実は非常に強い制限を設けたことになってしまう，という現象が見られる。そのような現象を広範かつ組織的に研究し，どのようなリーマン面の間に与えられた性質を持つ正則写像が存在するか，または存在しないか，リーマン面のモデュライ空間の上に描き出してみたい。これが研究の出発点であった。

リーマン面上の正則関数や有理型関数は，それぞれ，　複素平面リーマン球面の中への正則写像とみなすことができ，それらの研究の歴史は大変古い。これに比べて，一般のリーマン面の中への正則写像の存在に関する研究はあまり多くない。

２．研究の目的

研究の目的は，リーマン面から他のリーマン面の中への正則写像について，リーマン面の複素構造を決定する様々なモデュライや等角不変量と関連させつつ，複素解析学的手法を中心とする種々の方法で研究し，その結果をタイヒミュラー空間など複素解析学の他の分野に応用することである。あらかじめ指定された把手を保つ正則写像，すなわち，それらの把手を決定する基本群の部分群間に標準的な群同型写像を誘導する正則写像に注目し，そのような正則写像の存在が各種の等角不変量とどう関わっているかを調べる。

３．研究の方法

研究手法を考慮して，閉リーマン面班，開リーマン面班，数値実験班を設け，役割を分担して研究を実施した。月に１，２回の頻度で開催したリーマン面論セミナーで研究打合せや情報交換を行った。また，年に１回，「Prospects of theory of Riemann surfaces」と銘打った国際研究集会を開催し，国内外の研究者と研究上の交流を持った。

４．研究成果

（１）把手を指定したリーマン面

$\boldsymbol{R}$を種数正のリーマン面，すなわち，把手を持つリーマン面とする。$\boldsymbol{R}$上の単純閉曲線 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$で交点数$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$が１に等しいものの順序対 $\chi=\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\}$は，$\boldsymbol{R}$の把手を決定する。組$\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{R},\chi)$を，**把手を指定したリーマン面**と呼ぶ。

$\boldsymbol{Y}=(\boldsymbol{S},\eta)$を，把手を指定した別のリーマン面とする。ただし，$\eta=\{\boldsymbol{c},\boldsymbol{d}\}$とする。$\boldsymbol{R}$から$\boldsymbol{S}$の中への連続写像 $\boldsymbol{f}$ において，$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$の像曲線$\boldsymbol{f}_*(\boldsymbol{a})$，$\boldsymbol{f}_*(\boldsymbol{b})$が，それぞれ，$\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{d}$に自由にホモトピックであるとき，$\boldsymbol{f}$を$\boldsymbol{X}$から$\boldsymbol{Y}$の中への連続写像であるといい，記号$\boldsymbol{f}:\boldsymbol{X}\to\boldsymbol{Y}$を用いる。$\boldsymbol{f}:\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{S}$が連続性の他にある性質を併せ持つとき，$\boldsymbol{f}:\boldsymbol{X}\to\boldsymbol{Y}$も同じ性質を持つという。例えば，$\boldsymbol{f}:\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{S}$が等角ならば，$\boldsymbol{f}:\boldsymbol{X}\to\boldsymbol{Y}$も等角であるという。ここで，等角写像とは，単射正則写像を意味する。必ずしも全射とは限らない。

種数１，境界成分の個数が１の開リーマン面を**穴あきトーラス**という。穴あきトーラスは，トーラス（すなわち，種数１の閉リーマン面）から１点を除いて得られる面と同相である。把手を指定した穴あきトーラス全体の集合を$\boldsymbol{T}$で表す。ただし，把手を指定した二つの穴あきトーラスは，一方から他方の上への等角写像が存在するとき，同一視するものとする。$\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{R},\chi)\in\boldsymbol{T}$（ただし，$\chi=\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\}$）に対し$\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^{-1}$の自由ホモトピー類の極値的長さを座標に持つユークリッド実３次元空間の点を対応させる写像は，単射で，その像は，不等式$\boldsymbol{x}>0$，$\boldsymbol{y}>0$，$\boldsymbol{z}>0$，

$$\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{y}^2+\boldsymbol{z}^2-2(\boldsymbol{x}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{y}\boldsymbol{z}+\boldsymbol{z}\boldsymbol{x})+4\leqq 0$$

で表される閉領域である。この写像が実解析的になるように$\boldsymbol{T}$に実３次元境界付解析的多様体の構造を導入する。

（２）把手を保つ正則写像の存在域

把手を指定したリーマン面$\boldsymbol{Y}=(\boldsymbol{S},\eta)$を任意に固定する。そして，$\boldsymbol{Y}$の中への正則写像が存在する$\boldsymbol{X}\in\boldsymbol{T}$全体の集合を$\boldsymbol{T}_a[\boldsymbol{Y}]$と表す。また，$\boldsymbol{Y}$の中への等角写像が存在する$\boldsymbol{X}\in\boldsymbol{T}$全体の集合を$\boldsymbol{T}_c[\boldsymbol{Y}]$と表す。後者は前者の部分集合であるが，以下に示すように，両者はいくつかの性質を共有している。

定理１　$\boldsymbol{T}_a[\boldsymbol{Y}]$と$\boldsymbol{T}_c[\boldsymbol{Y}]$は，いずれもリプシッツ境界を持つ閉領域で，全空間$\boldsymbol{T}$と同相かつ$\boldsymbol{T}$のレトラクトである。

注意　$\boldsymbol{Y}$がトーラスのとき，かつそのときに限り，$\boldsymbol{T}_a[\boldsymbol{Y}]$は$\boldsymbol{T}$に一致する。

$\boldsymbol{S}$が穴あきトーラスの場合，以前の研究で，$\boldsymbol{T}_c[\boldsymbol{Y}]$の境界が滑らかではないことを示した。$\boldsymbol{T}_a[\boldsymbol{Y}]$の境界の滑らかさについても次の定理が成り立つ。

定理２　$\boldsymbol{S}$がトーラスまたはトーラスから１点を除いたリーマン面でなければ，$\boldsymbol{T}_a[\boldsymbol{Y}]$の境界は滑らかではない。

（３）極値的長さの臨界値

上半平面$\mathbf{H}$の点 τ に対し，１と τ で生成される加群を$\boldsymbol{G}_\tau$と書く。$\boldsymbol{G}_\tau$は複素数体$\mathbf{C}$の部分加群である。商加群$\mathrm{C}/\boldsymbol{G}_\tau$には自然な射影$\pi_\tau:\mathbf{C}\to\mathbf{C}/\boldsymbol{G}_\tau$が正則写像になるようにリーマン面の構造を入れることができる。こうして得られるリーマン面を$\boldsymbol{T}_\tau$と表す。$\boldsymbol{T}_\tau$はトーラスである。

$0\leqq \boldsymbol{s}<1$とし，π_τによる複素数平面$\mathbf{C}$上の線分$[\tau/2,\ \tau/2+\boldsymbol{s}]$の像を$\boldsymbol{c}_{\tau,\ s}$とし，$\boldsymbol{T}_\tau$から$\boldsymbol{c}_{\tau,\ s}$を除いて得られる穴あきトーラスを$\boldsymbol{T}_{\tau,\ s}$と表す。$\mathbf{C}$上の有向線分$[0,1]$，$[0,\tau]$，の$\pi_\tau$による像をそれぞれ$\mathbf{a}_\tau$，$\mathbf{b}_\tau$とすると，順序対$\chi_\tau=\{\boldsymbol{a}_\tau,\boldsymbol{b}_\tau\}$は，$\boldsymbol{T}_{\tau,\ s}$の把手を指定する。こうして把手を指定した

穴あきトーラス$X_{\tau,s}=(T_{\tau,s},\chi_\tau)$を得る。

(τ, s)に$X_{\tau,s}$を対応させる$\mathbf{H}\times[0,1]$から$\boldsymbol{T}$への写像は上への同相写像であることが知られている。よって，その逆写像Φは$\boldsymbol{T}$上の位相的大域座標系を与えている。$T_{\tau,s}$におけるa_τの自由ホモトピー類の極値的長さは$1/\mathrm{Im}\,\tau$ に等しい。

さて，前節のように，$Y=(S,\eta)$を，把手を指定したリーマン面とし，$\eta=\{c,d\}$とする。Sがトーラスでないとき，cと自由にホモトピックな双曲的測地線の長さを$l(Y)$と表す。ただし，双曲計量は曲率を-1に正規化しておく。Sがトーラスのときは，$l(Y)=0$とおく。また，cの自由ホモトピー類の極値的長さを$\lambda(Y)$と書く。次の２つの定理は，２つの集合$\Phi(T_a[Y])$と$\Phi(T_c[Y])$の$\mathbf{H}$への射影が，特徴的な形をしていることを示している。

<u>定理３</u>　(i) $\mathrm{Im}\,\tau\geqq\pi/l(Y)$のとき，どの$s$に対しても$X_{\tau,s}$から$Y$の中への正則写像は存在しない。

(ii) $\mathrm{Im}\,\tau<\pi/l(Y)$のとき，ある$s$に対して$X_{\tau,s}$から$Y$の中への正則写像が存在する。

ただし，$\pi/0=+\infty$と定める。

<u>定理４</u>　(i) $\mathrm{Im}\,\tau>1/\lambda(Y)$のとき，どの$s$に対しても$X_{\tau,s}$から$Y$の中への等角写像は存在しない。

(ii) $\mathrm{Im}\,\tau<1/\lambda(Y)$のとき，ある$s$に対して$X_{\tau,s}$から$Y$の中への等角写像が存在する。

<u>注意</u>　$\mathrm{Im}\,\tau=1/\lambda(Y)$のとき，どの$s$に対しても$X_{\tau,s}$から$Y$の中への等角写像は存在しないような$Y$が存在する。その一方で，$\mathrm{Im}\,\tau=1/\lambda(Y)$をみたすある$\tau$とある$s$に対して$X_{\tau,s}$から$Y$の中への等角写像が存在するような$Y$も存在する。

（４）双曲的閉測地線の長さ

よく知られているように，正則写像は双曲的長さを短くする。すなわち，fが双曲的計量を持つリーマン面RからSの中への正則写像ならば，R上の任意の閉曲線cに対し，像曲線$f_*(c)$の双曲的長さはcの双曲的長さを上回らない。この事実は，$\boldsymbol{T}$の元XからYへの正則写像が存在するための必要条件を与える。この必要条件を満足する$\boldsymbol{T}$の元Xの全体を$T_\sigma[Y]$と表す。より正確に述べるために記号を導入する。Wを２元uとvで生成される自由群とする。Wの元は，２文字u，vの語$w(u, v)$である。$Y=(S,\eta)$，$\eta=\{c, d\}$とするとき，$w(c, d)$はR上の閉曲線である。それと自由にホモトピックな双曲的閉測地線の長さを$l(Y, w)$と書くことにしよう。すると，$T_\sigma[Y]$は，$l(X, w)\geqq l(Y, w)$がWの単位元でないすべての要素wに対して成立する$X\in\boldsymbol{T}$の全体である。本節の冒頭に述べた事実は$T_a[Y]\subset T_\sigma[Y]$を導く。最近，Bourque は$T_a[Y]$は一般に$T_\sigma[Y]$の真部分集合であることを示した。我々は，この事実を精密化する次の定理を証明することに成功した。

<u>定理５</u>　(i) $T_\sigma[Y]$は，リプシッツ境界を持つ閉領域である。

(ii) $T_\sigma[Y]$境界は$T_a[Y]$とちょうど１点を共有する。

(iii) 差集合$T_\sigma[Y]-T_a[Y]$は，直積位相空間$\mathbf{C}^*\times[0,1)$と同相である。ここで，$\mathbf{C}^*$は0と異なる複素数全体である。

（５）把手条件

定理１，３，４，５(i)は，$T_a[Y]$，$T_c[Y]$，$T_\sigma[Y]$がある幾何学的性質を共有していることを示している。それは，これらの集合が把手条件と名付けた条件により記述される集合だからである。これについて述べることによりこの稿を終えよう。

$X_1, X_2\in\boldsymbol{T}$とする。$X_1$から$X_2$の中への等角写像が存在するとき，$X_1\leqq X_2$と書く。すると，≦は$\boldsymbol{T}$の半順序であり，$(\boldsymbol{T},\leqq)$は順序集合になる。

$P(X)$を，$\boldsymbol{T}$の元Xを変数とする条件命題とする。$P(X_2)$が真ならば$X_1\leqq X_2$をみたすすべてのX_1に対し$P(X_1)$も真であるとき，$P(X)$を**把手条件**と呼ぶ。

$T_a[Y]$と$T_c[Y]$は，それぞれ，把手条件「XからYへの正則写像が存在する」，「XからYへの等角写像が存在する」の真理集合である。また，$T_\sigma[Y]$は，把手条件「単位元でないすべての$w\in W$に対して

$$l(X, w)\geqq l(Y, w)$$

が成り立つ」の真理集合である。

把手条件の真理集合は，いくつかの特徴的な幾何学的性質を持つ。これこそが，$T_a[Y]$，$T_c[Y]$，$T_\sigma[Y]$が類似の性質を有している所以である。把手条件の考え方はさらに発展することが期待される。

５．主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 12 件）

1) <u>Makoto Masumoto</u>, Holomorphic mappings of once-holed tori II, Journal d'Analyse Mathematique, 印刷中，査読有
2) S.Hamano, <u>Masakazu Shiba</u> and H.Yamaguchi, Hyperbolic span and pseudoconvexity, Kyoto Journal of Mathematics, **57** (2017), 165-183, 査読有
DOI: 10.1215/21562261-3759558
3) <u>Akira Yamada</u>, Parrott's theorem and bounded solutions of a system of operator equations, Complex Analysis and Operator Theory, 11 (2017), 961-976,

査読有
DOI: 10.1007/s11785-016-0559-y
4) Makoto Masumoto, Holomorphic mappings of once-holed tori, Journal d'Analyse Mathematique, **129** (2016), 69-90, 査読有
DOI: 10.1007/s11854-016-0015-y
5) L.P.Castro, S.Saitoh and Akira Yamada, Solutions of Tikhonov functional equations and applications to multiplication operators on Szego spaces, Complex Analysis and Operator Theory, **10** (2016), 1705-1723, 査読有
DOI: 10.1007/s11785-016-0545-4
6) Gou Nakamura, Compact non-orientable surfaces of genus 6 with extremal metric discs, Conformal Geometry and Dynamics, **20** (2016), 218-234, 査読有
DOI: 10.1090/ecgd/298
7) Makoto Abe and Gou Nakamura, Strong disk property for domains in open Riemann surfaces, Filomat **30** (2016), 1711- 1716, 査読有
DOI: 10.2298/FIL16-7711A
8) Gou Nakamura and T.Nakanishi, Parametrizations of Teichmuller spaces by trace functions and action of mapping class groups, Conformal Geometry and Dynamics, **20** (2016), 25-42, 査読有
DOI: 10.1090/ecgd/289
9) M.Okada, S.Ponnusamy, A.Vasudevarao and Hiroshi Yanagihara, Circular symmetrization, subordination and arclength problems on convex functions, Mathematische Nachrichten, **289** (2016), 1044-1051, 査読有
DOI: 10.1002/mana.201500027
10) 山田 陽, 連立作用素方程式, Schwartz 再生核空間及び de Branges 空間, 数理解析研究所講究録, **1980** (2016), 166-183, 査読無
http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/1980-16.pdf
11) S.Ponnusamy, S.K.Sahoo and Hiroshi Yanagihara, Radius of convexity of partial sums of functions in the close-to-convex family, Nonlinear Analysis, **95** (2014), 219-228, 査読有
DOI: 10.1016/j.na.2013.09.009
12) Gou Nakamura, Corrections to "Extremal disks and extremal surfaces of genus three", Kodai Mathematical Journal 37 (2014), 475-480, 査読有
DOI: 10.2996/kmj/1404393899

〔学会発表〕(計 53 件)
1) 増本 誠, Measured foliations and compact continuations of Riemann surfaces, 「リーマン面論・不連続群論」研究集会, 2018 年
2) Makoto Masumoto, Compact continuations of Riemann surfaces, Bilateral mini-workshop of NTNU and Yamaguchi University on mathematics and its applications, 2017 年
3) 柴 雅和, 複素速度ポテンシャルとリーマン面の closings, 名城大学ポテンシャル論セミナー, 2017 年
4) Makoto Masumoto and Masakazu Shiba, Spaes of compact continuations of Riemann surfaces, Prospects of theory of Riemann surfaces, 2017 年
5) Akira Yamada, Means of operators and RKHS, Prospects of theory of Riemann surfaces, 2017 年
6) Gou Nakamura, Riemann surfaces and their maximal injectivity radii, Prospects of theory of Riemann surfaces, 2017 年
7) 柳原 宏, Loewner theory on universal covering maps, 平成 29 年度等角写像論・値分布論研究集会, 2017 年
8) 増本 誠, Compact continuations, quadratic differentials and measured foliations, 名城大学ポテンシャル論セミナー, 2017 年
9) 増本 誠, Measured foliations and compact continuations of Riemann surfaces, 大阪市立大学複素解析セミナー, 2017 年
10) 中村 豪, 最大単射半径をもつ双曲曲面, 第 60 回函数論シンポジウム, 2017 年
11) 中村 豪, 鈴木 紀明, 熱方程式に関する Dirichlet 問題の多項式解, 日本数学会秋季総合分科会, 2017 年
12) 柴 雅和, 山口 博史, 開リーマン面の閉リーマン面への等角的埋め込み—Closings と流体力学的周期行列, 日本数学会秋季総合分科会, 2017 年
13) Makoto Masumoto, Compact continuations of Riemann surfaces (2) — case of higher genus, 華僑大学数学講壇系列講座第二百零七講, 2017 年
14) Makoto Masumoto, Compact continuations of Riemann surfaces (1)— classical results and case of genus one, 華僑大学数学講壇系列講座第二百零六講, 2017 年
15) Gou Nakamura, Toshihiro Nakanishi, Presentation of finite subgroups of mapping class group of genus 2 surfaces by Dehn twists, Summer school 2017 of the IMJ-PRG, Mapping class group and their representations, 2017 年
16) 中村 豪, Strong disk property of domains in open Riemann surfaces, 東工大複素解析セミナー, 2017 年
17) 中村 豪, 開 Riemann 面内の領域に対する強い円板的性質, 名城大学ポテンシャル論セミナー, 2017 年

18) 阿部 誠, 中村 豪, 開 Riemann 面内の領域に対する強い円板的性質, 日本数学会年会, 2017 年
19) 山田 陽, 再生核空間と連立作用素方程式, 平成 28 年度等角写像論・値分布論研究集会, 2017 年
20) 柳原 宏, Yamada ’s method on quasiconformal variations, 平成 28 年度等角写像論・値分布論研究集会, 2017 年
21) Masakazu Shiba, Sachiko Hamano, Hiroshi Yamaguchi, The period matrices of the closings of an open Riemann surface of finite genus, Riemann surfaces and discontinuous groups, 2017 年
22) 中村 豪, The largest maximal injectivity radius of hyperbolic surfaces, 大阪市立大学複素解析セミナー, 2016 年
23) Tomomi Gouma, Makoto Masumoto, Masakazu Shiba, Conformal embeddings of Riemann surfaces ― boundaries of spaces of closings, Prospects of theory of Riemann surfaces, 2016 年
24) Gou Nakamura , The largest maximal injectivity radius of compact Riemann surfaces, Prospect of theory of Riemann surfaces, 2016 年
25) Tomomi Gouma, Makoto Masumoto, Masakazu Shiba, Conformal embeddings of Riemann surfaces ― closings and extremal lengths, Prospect of theory of Riemann surfaces, 2016 年
26) 中村 豪, Hyperbolic surfaces with the largest maximal injectivity radius in the moduli space, 東北複素解析セミナー, 2016 年
27) Makoto Masumoto, Holomorphic mappings of once-holed tori, 南京師範大学数学科学学院学術報告, 2016 年
28) Makoto Masumoto, Once-holed tori embedded in Riemann surfaces, 江蘇第二師範学院数学与信息技術学院学術報告, 2016 年
29) Makoto Masumoto , Spaces of compact continuations of Riemann surfaces, 南京大学数学系学術報告, 2016 年
30) 中村 豪, Compact Klein surfaces admitting automorphisms of maximum order, 名城大学ポテンシャル論セミナー, 2016 年
31) Gou Nakamura, Compact non-orientable surfaces of genus 6 with extremal metric discs, Seminair Geometrie, 2016 年
32) Gou Nakamura, Compact non-orientable surfaces of genus 6 with extremal metric discs, Seminair Teich, 2016 年
33) 柳原 宏, Loewner 微分方程式の普遍被覆写像への拡張, 平成 27 年度等角写像論・値分布論研究集会, 2015 年
34) Masakazu Shiba, The period matrices of the closings of an open Riemann surfaces, Joint meeting on conformal mappings and value distribution theory, 2015 年
35) Akira Yamada, Parrott ’s theorem, complementary spaces and reproducing kernel Hilbert spaces, Prospects of theory of Riemann surfaces, 2015 年
36) 柴 雅和, リーマン面の“closings”―平面領域に関する古典的問題とその多変数函数論的な意義―, 第 58 回函数論シンポジウム, 2015 年
37) 山田 陽, De Branges spaces and Cauchy transforms, 再生核の応用についての総合的な研究, 2015 年
38) Gou Nakamura, Compact hyperbolic surfaces with extremal discs, Seminaire d ’Analyse et Geometrie, 2015 年
39) 中西 敏浩, 中村 豪, タイヒミュラー空間のトレース関数による座標系と写像類群, 日本数学会秋季総合分科会, 2015 年
40) Makoto Masumoto , Spaces of compact continuations of Riemann surfaces, 2015 年全国多複素変学術年会, 2015 年
41) Makoto Masumoto, Holomorphic mappings of once-holed tori, 中科院呉文俊数学重点実験室 幾何与分析系列講座之八十八, 2015 年
42) 増本 誠, Holomorphic mappings of once-holed tori, 名城大学ポテンシャル論セミナー, 2015 年
43) 岡田 真理, 柳原 宏, Two points distortion theorems on convex univalent functions, 平成 26 年度等角写像論・値分布論研究集会, 2015 年
44) Hiroshi Yanagihara, On a class of universal covering mappings, International conference on geometric function theory, 2014 年
45) Makoto Masumoto, Boundaries of sets of marked once-holed tori allowing holomorphic mappings into Riemann surfaces with marked handle, Prospects of theory of Riemann surfaces, 2014 年
46) Gou Nakamura, Compact Riemann surfaces and dessins d ’enfants, Prospects of theory of Riemann surfaces, 2014 年
47) Akira Yamada, Schoenberg ’s theorem and completely positive functions, Prospects of theory of Riemann surfaces, 2014 年
48) Masakazu Shiba, Univalent functions and conformal embeddings of an open Riemann surfaces, Prospects of theory of Riemann surfaces, 2014 年
49) 増本 誠, Holomorphic and conformal mappings of once-holed tori, 大岡山談話会, 2014 年
50) Makoto Masumoto, On the existence of holomorphic mappings of once-holed

tori, 2014年全国分析会議, 2014年
51) 柴 雅和, 山口 博史, 開リーマン面の閉リーマン面への等角的埋め込み－周期行列の極値的性質, 日本数学会秋季総合分科会年会, 2014年
52) Makoto Masumoto, Holomorphic mappings of once-holed tori into Riemann surfaces of positive genus, 第二十二回国際有限無限次元複素解析会議, 2014年
53) Gou Nakamura, Klein surfaces and NEC groups derived from hyperbolic surfaces, The 7th MSJ-SI hyperbolic geometry and geometric group theory, 2014年

〔その他〕
ホームページ等
https://researchmap.jp/read0185159

６．研究組織
(1)研究代表者
増本　誠（MASUMOTO, Makoto）
山口大学・大学院創成科学研究科・教授
研究者番号：50173761

(2)研究分担者
柴　雅和（SHIBA, Masakazu）
広島大学・工学研究科・名誉教授
研究者番号：70025469

山田　陽（YAMADA, Akira）
東京学芸大学・教育学部・名誉教授
研究者番号：60126331

柳原　宏（YANAGIHARA, Hiroshi）
山口大学・大学院創成科学研究科・教授
研究者番号：30200538

中村　豪（NAKAMURA, Gou）
愛知工業大学・工学部・教授
研究者番号：50319208

郷間　知巳（GOUMA, Tomomi）
山口大学・大学院創成科学研究科・助手
研究者番号：70253135