

平成 30 年 6 月 21 日現在

機関番号：24402

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26400400

研究課題名(和文) 限定アクセス下の高次元量子多体系のシステム同定と全系制御

研究課題名(英文) Identification and full control of high-dimensional quantum many body system under limited access

研究代表者

丸山 耕司 (Maruyama, Koji)

大阪市立大学・大学院理学研究科・客員准教授

研究者番号：00425646

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：究極のミクロな世界での物理現象を利用する量子情報処理などの実現には、多数の量子からなる系を自在に制御する技術の確立が必要である。直接のアクセスを一部に限定して制御パラメータを最小化したシナリオにおける量子制御と、量子ダイナミクスを規定するハミルトニアンを推定する方法を研究、それが可能であることを見出した。同時に、アクセスする部分系 S 上では区別不能なハミルトニアンと量子状態の組が存在することを明らかにした。さらに数学的に一般化した状況で、そもそも限定アクセスが代数構造にどのような制限を課すのかを調べ、部分系 S 次元により全系制御可能性、空間構造に大きな特徴が現れることを明確にした。

研究成果の概要(英文)：We have found that even if the direct access is restricted to a small subsystem (S) and the pre-knowledge on the entire system is severely limited, there is a possible method to identify the hamiltonian $H_{\{SE\}}$ that governs the global system dynamics. In addition, we have clarified there could be 'equivalence classes', each of which contains infinitely many distinct sets of the system hamiltonian and the state that should give identical observable effect on S . We then have further studied the fundamental structures of the dynamical Lie algebra and the Hilbert space under the condition of restricted direct access. It turned out that there is a clear distinction between the cases of $d_S=2$ and $d_S \geq 3$, where d_S is the dimension of the accessible subsystem S . While the algebra is always su^* in subspaces when $d_S \geq 3$, it is not necessarily the case when $d_S=2$. The structure we revealed clearly explains the nature of the equivalence class in terms of controllability and observability.

研究分野：量子制御理論、量子情報理論、情報熱力学

キーワード：量子制御 数理物理 量子コンピュータ 量子システム同定

1. 研究開始当初の背景

量子コンピュータなどの量子情報処理を担うハードウェア作成の技術が急速に発展してきた。とは言え、多数の量子ビットからなるような高次元量子多体系を、その量子性(コヒーレンス)を維持しつつ自在に制御するのは至難の技である。少数の量子ビットからなる系であれば、高い精度での制御が可能になってきたものの、高次元化に向けては実験技術の高度化・精緻化とともに、理論面からの新たな手法の提案が求められていた。

2. 研究の目的

コヒーレンスを壊す最大の要因は、外部環境との相互作用によるノイズである。その外部環境には、量子系を操るための制御装置、信号伝達を担う配線、電極、電磁場なども含まれる。量子系のサイズが大きくなれば、それだけ外部環境との相互作用の影響も大きくなるため、量子コヒーレンスを長時間維持することが極めて難しくなる。しかも、超伝導量子ビットを含む所謂量子ドットによる量子系では、各ドットに捕捉された量子の制御・観測のための電極や配線が複雑にドット周辺で配置されていることがほとんどで、コヒーレンス維持には非常に好ましくない。こうした人工的なノイズ源は系への人為的なアクセスを少なくすることで劇的に低減できる可能性が高い。一切の制御・観測用の構成を省けば、系のコヒーレンス時間は数百倍、数千倍にまで伸びるとさえ言われている。(ただし、これを実験的に検証した例はないので、定量的証拠はない)

そこで本研究では、多体からなる高次元量子系を、その一部への直接制御だけで間接的に制御する手法を考察対象とし、数理的アプローチからの実用的な制御法開発、そして間接制御の原理的限界など種々の数学的構造の追究を目指す。また、アクセスを限定しても外部環境からのノイズの流入はゼロにはならないため、誤り訂正の可否、その具体的方法なども明らかにする。

3. 研究の方法

直接のアクセスが系の一部(S)に限定されたシナリオで、制御可能性を判断する際に重要な役割を担うのは、動的リー代数である。これは、直接制御の対象となる自由度に対応するハミルトニアンと、(S 以外の部分 E を含めた)全系の自発的時間発展を規定する変調不可のハミルトニアン(ドリフトハミルトニアン)から生成される最大のリー代数のことで、この動的リー代数に含まれる演算子に対応するダイナミクスであれば、S のみへのアクセスで実現可能であることが知られている。

しかし、これまでの研究では、物理系として特定のものを想定し、具体的なハミルトニアンの形を仮定した上で、都度、動的リー代数を計算して制御可能性を調べ、制御パルス

の設計を議論するものが多かった。本研究では間接制御によって動的リー代数にもたらされる本質的構造を明らかにし、それをもって個々のケースにおける制御可能性の拡張、制御法の構築の議論に役立てることを目指した。

動的リー代数や、それが作用する空間の数理的構造の理解なくして、一般性ある制御法の構築や、誤り訂正の方法など議論できないからである。

また、動的リー代数の解析に必要なドリフトハミルトニアンに関する情報を、限定アクセス下で取得すること自体、数理的に興味深く難しい問題である。我々が目指す一般性のある量子制御理論構築へ向けて、物理的仮定を可能な限り少なくした状況での(ドリフト)ハミルトニアンの推定可能性、推定法も探索する。このときのベースとなる方法論的アイデアとして、量子エンタングルメントのもつ性質を活用する手法の着想を得た。

4. 研究成果

ハミルトニアン推定問題

まず、物理系についての予備知識が極めて限られる厳しい条件の場合に、かつてのエンタングルメントの研究から得られた知見を利用して、ハミルトニアン推定を行う方法を考案した。

仮定した条件は、全系の有限次元性と、補助量子系の自由な利用可能性、ダイナミクスのユニタリー性だけであり、具体的な物理的特性(ボソン系、フェルミオン系の別など)は一切仮定しない。

我々が考案した方法では、状態準備プロトコルの実行により、S 系と補助量子系 A_1 、E 系と補助量子系 A_2 が強くエンタングルした状態を作る。その上で、S、 A_1 、 A_2 の時間発展を調べることで、S-E のダイナミクスを司るドリフトハミルトニアン H_{SE} の情報を得る。

より具体的には、S と同次元の補助量子系

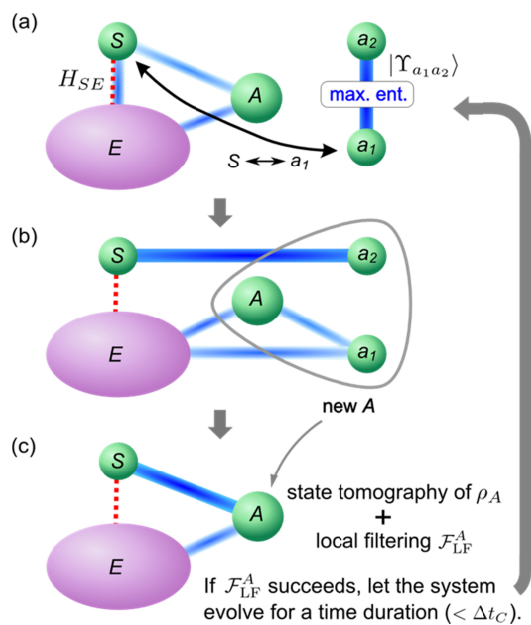


図1. 補助系 A と E 系に強いエンタングルメントを生成するためのプロトコル。

A_1 , A_2 を用意し, これらをエンタングルさせる. そして, 片方の A_1 の状態と S の状態を交換 (SWAP 操作) すれば, S - E 間の相互作用を通して, もともと A_1 - A_2 間にあったエンタングルメントが, E - A_2 間に移動する. さらに新たな補助量子系を供給してこの作業を繰り返し, E 系と補助量子系 A (A_2 が蓄積した系) との間のエンタングルメントが増大する (図 1).

E も有限次元系であるため, E - A_2 間エンタングルメントの量には上限がある. 上の作業を繰り返すとこの上限に達し, E - A_2 間に実質的に最大エンタングル状態が生じる (図 2). S - A_1 間も最大エンタングル状態にすると, S - E 系に時間発展の結果ユニタリー演算子 $U(t)$ が作用した状態は, A_1 - A_2 間にその転置 $U(t)^T$ を作用させた状態と等しい.

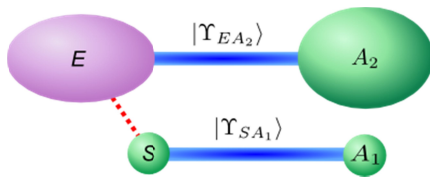


図 2. 状態準備プロトコルの結果完成する 2 対の最大エンタングル状態

つまり, S , A_1 , A_2 を観測することで, H_{SE} による時間発展の影響を知ることができる可能性が生じる. そして, 実際これが可能であることを示した.

同時に, 系へのアクセスが限定されることの帰結として, S において完全に同一の観測可能ダイナミクスをもたらす複数のハミルトニアンと初期状態の組が存在することも明らかにした. これらの組の要素同士が違いにユニタリー同値であるならほぼ自明であるが, そうでないもの, さらに次元さえも異なるハミルトニアン, 状態でも S では区別不可能となる場合が存在する. これは S からの操作・観測の下で同値類を形成し, ハミルトニアン H_{SE} を一意に特定できないことを意味するが, S における制御の影響が同値類内では同一であるため, S を通した全系制御という意味ではまったく問題がないことになる.

全系の次元さえもわからない, 物理系としての予備知識が極めて限られた条件下でも, そのハミルトニアンを推定する術があることを示した本研究の結果は意味深いと考えられる. この結果はまとめた論文は下記(1)として出版された.

限定アクセスにより生じる空間構造

上記のハミルトニアン推定の手法は, エンタングルメントの性質を利用して構成的に発見したもので, 効率については度外視していた. E 系と同じサイズの補助系 A を用意しなければならない点を見ても, 現実的な手法とは言えず, あくまで推定可能性に着目したものであった.

このことは, アクセスが限定されることに

よる, より原理的な数理的効果・帰結を研究するきっかけとなった. そして検討の結果, 今後の量子制御理論の研究の大きな方向性を示唆する数理的構造が見えてきたため, こちらに大きく舵を切ることとなった.

出発点となる議論は以下のものである. 全系が, 任意の制御を加えられる領域 S と, 直接にはこれができない領域 E に分けられているという事実は, 当然のことながら量子系のダイナミクスを生む代数に大きな制限を課す. すべての状態変化の元となるハミルトニアン演算子 g は, $g_l \otimes 1 + \sum_k g_k \otimes \sigma_k$ の形である. テンソル積 1 項めが E 系, 2 項めが S 系にかかる演算子に相当し, σ_k は S 上の演算子の基底である. σ_k が S 上で $su(d_S)$ をなすとすると, すべての g に対しての g_l のなす集合 G_0 と, g_k のなす集合 G_1 との間に明確な交換関係, 反交換関係を見いだせる. 特に, S の次元 d_S によらず, G_1 は反交換関係については閉じる ($\{G_1, G_1\} \subseteq G_1$) にも関わらず, 交換関係, すなわち $[G_1, G_1] \subseteq G_1$ については, S の次元 d_S が 3 以上の場合には常に成り立つが, 2 次元の場合には必ずしも成り立たないことが重要な意味を持つ.

G_1 に属するエルミート演算子であるハミルトニアンたちが反交換関係で閉じることは, G_1 がジョルダン代数とよばれる構造をもつことを意味する. 一方で, エルミート演算子で構成されるジョルダン代数の表現を詳細に調べると, 限られたタイプの構造しか可能性がないことが判明する.

$d_S \geq 3$ の場合には, G_1 が交換関係について常に閉じることから, さらに限られたタイプの構造しかとり得ない. と同時に, G_1 の構造から, 対応する E 系のヒルベルト空間 \mathcal{H}^E , より小さな部分空間 \mathcal{H}_j^E の直和構造をもち, かつ各々の部分空間 \mathcal{H}_j^E が二つのヒルベルト空間 $\mathcal{H}_j^B, \mathcal{H}_j^R$ の直積になっていることが見える. まとめると $\mathcal{H}^E = \bigoplus_j \mathcal{H}_j^E = \bigoplus_j \mathcal{H}_j^B \otimes \mathcal{H}_j^R$ となる. そして, \mathcal{H}_j^R 内では任意の制御が S 系を通して可能であるものの, \mathcal{H}_j^B 内のダイナミクスは S 系からは完全に独立し制御も観測もできない.

ところが, $d_S = 2$ の場合には, \mathcal{H}_j^R の直和直積構造自体は同様だが, 部分空間内において G_1 がリー代数をなさず, 任意の制御が可能でない場合がある. 限定アクセスであるという事実が, G_1 の交換関係に S 系の次元による違いを生じさせ, (本来の目的である) E 系の制御可能性に本質的差異を生んでいることになる.

こうした代数・空間構造に関する事実から, 次のこともわかる. S 系が 3 次元以上だと, S 系に補助系 S' を付加するなどしてその次元を増やしても, E 系に関する制御可能性や制御可能な空間についての変化は生じない. これは S 系の次元が大きくなれば, その分 $S(+S')$ 系で可能な制御も増え, 動的リー代数自体も大きくなるであろうというナイーブな直感に反することである.

しかし, S 系が2次元で, E 系内部の部分空間に su に属するような任意の操作が加えられないときは, 補助系 S' を付加する効果があるときがある. すなわち, 実質的に動的リー代数が大きくなり, 制御可能空間が広がるのである. S' 系を付ける前後の空間構造の対応についてもその詳細を明らかにした.

上記結果をまとめた論文は, プレプリントサーバーに <https://arxiv.org/abs/1803.11128> として公開されており, 現在投稿, 審査中である.

情報の物理的・操作論的側面からの扱い
情報処理を物理系の上で実行する以上, 情報は物理法則の制約を受ける. 同時に, 物理学の側にも情報の概念を取り入れることで, その論理, 意味が明確になることがあり得る. 量子系に限らず, 「情報」の視点から物理学を俯瞰することは, ひいてはその処理・制御の理解につながる. この観点からの研究の一環として, 統計力学の基礎づけを試みる考察を行った.

具体的には, 情報を物理的・操作論的に扱う上での橋渡しの役割を果たす Landauer の情報消去原理を用い, 平衡統計力学における基本的結果であるボルツマン分布の導出を行なった. 通常, 統計力学で天下りの前提とする等重率の原理を用いずに, 操作論的議論によって分布を得たところがポイントである.

分子スピン利用の量子制御数値評価
大阪市立大学における実験を踏まえた活動として, 量子制御法の数値的評価を行なった. 具体的量子系として, マロニルラジカル, マレイン酸水素カリウム (KHM) ラジカルを考え, パルス電子スピン共鳴 (ESR) 技術を用いた量子制御を行う際の制御パルスの計算, 最適条件の探索を行なった. これらの分子は核スピン二つ, 電子スピン一つからなる3スピン系とみなすことができ, ESR により電子スピンを直接制御することで, 核スピン状態をも間接的に操作する手法の検討である.

マロニルラジカル, KHM ラジカル分子のもつ(超微細相互作用の)対称性の違いにより, 核スピン間に量子ゲート操作を適用する際の制御パルスの印加条件, 印加時間などに差が見られる. 数値的最適化により, 実際の実験条件や, 任意波形発生装置 (AWG) などを想定した場合の制御パルスを得, 実験的検証へ向けての知見を獲得することができた. 本結果についても, 現在論文は投稿, 審査中である.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 6 件)

(1) 丸山耕司, 加藤豪, 「アンタッチャブル」

な量子系の間接制御, 日本物理学会誌, 査読あり, Vol. 73, pp. 134 – 142 (2018年3月号).

- (2) Masaki Owari, Go Kato, and Masahito Hayashi, “Single-shot secure quantum network coding on butterfly network with free public communication”, Quantum Science and Technology, 査読あり, Vol. 3, 14001 (2018). doi: 10.1088/2058-9565/aa8ac4
- (3) Masahito Hayashi, Masaki Owari, Go Kato, and Ning Cai, “Secrecy and robustness for active attack in secure network coding”, Proceedings of 2017 IEEE International Symposium on Information Theory, 査読あり, pp. 1172 – 1176 (2017). doi: 10.1109/ISIT.2017.8006713
- (4) 丸山耕司, 「エントロピーの認識論的理解」, 数理科学 2016年5月号, 査読なし, p. 37-42.
- (5) Akio Hosoya, Koji Maruyama, and Yutaka Shikano, Operational derivation of Maxwell-Boltzmann distribution with Maxwell's demon, Scientific Reports, 査読あり, Vol. 5, 17011 (2015). doi: 10.1038/srep17011 (2015).
- (6) Masaki Owari, Koji Maruyama, Takeji Takui, and Go Kato, Probing an untouchable environment for its identification and control, Physical Review A, 査読あり, Vol. 91, 012343(1-20) (2015). doi: 10.1103/PhysRevA.91.012343

〔学会発表〕(計 9 件)

- (1) 加藤豪, “Aggregating quantum repeaters for the quantum internet”, Quantum Information Technology Workshop (Annual Meeting 2017), 2017年3月28日, JST東京本部別館, 東京都千代田区.
- (2) (招待講演) 丸山耕司, “Hilbert space structure induced by limited access to quantum system”, OIST Workshop on Quantum Control, 2017年3月22日, 沖縄科学技術大学院大学, 沖縄県国頭郡恩納村.
- (3) (招待講演) 尾張正樹, 「セキュア量子ネットワーク符号」, 量子情報と有限長理論の新展開, 2016年8月3日~8月5日, 名古屋大学, 愛知県名古屋市.
- (4) 尾張正樹, “Classical communication without causal order”, The International

Conference on Quantum Communication ,
Measurement and Comoputing , 2016
年7月4日～7月8日 , シンガポール国立
大学 , シンガポール .

- (5) (招待講演) 丸山耕司 , “Hamiltonian
identification under limited access” ,
Workshop on Recent Topics in Quantum
Information Science , 2016年1月8日 ,
Adam Mickiewicz University , Poznan ,
ポーランド .
- (6) (招待講演) 丸山耕司 , “Hamiltonian
identification under limited access with
minimal pre-knowledge” , Workshop on
quantum information processing and
quantum control , 2015年11月5日 ,
CNRS-Telecom Paris Tech , INFRES ,
Paris , フランス .
- (7) 尾張正樹 , “Tight Asymptotic Bounds on
Local Hypothesis Testing Between a
Pure Bipartite State and the White Noise
State” , 2015 IEEE International
Symposium on Information Theory (ISIT
2015) , 2015年6月14日 , Hong Kong
Convention and Exhibition Centre , 香港 .
- (8) (招待講演) 丸山耕司 , “Hamiltonian
identification under limited access with
minimal pre-knowledge” , Quantum
Control of Light and Matter , 2015年01
月14日～2015年01月16日 , 沖縄科学技
術大学院大学 , 沖縄県国頭郡恩納村 .
- (9) (招待講演) 丸山耕司 , “System
identification under limited access with
minimal pre-knowledge” , Quantum
Control Engineering: Mathematical
Principles and Applications , 2014年08
月10日～2014年08月16日 , Issac
Newton Institute , Cambridge , 英国 .

〔図書〕(計 1 件)

- (1) K. Maruyama and D. Burgarth , Electron
Spin Resonance (ESR) Based Quantum
Computing , pp. 167 – 192 , Springer ,
2016 .

〔その他〕

ホームページ等

6 . 研究組織

(1)研究代表者

丸山 耕司 (MARUYAMA , Koji)
大阪市立大学・大学院理学研究科・客員准
教授
研究者番号 : 0 0 4 2 5 6 4 6

(2)研究分担者

加藤 豪 (KATO , Go)
日本電信電話株式会社 N T T コミュニケ
ーション科学基礎研究所・メディア情報研
究部・主任研究員
研究者番号 : 2 0 3 9 6 1 8 8

尾張 正樹 (OWARI , Masaki)
静岡大学・情報学部・准教授
研究者番号 : 8 0 7 2 3 4 4 4

(3)連携研究者

()

研究者番号 :

(4)研究協力者

()