

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 6 月 14 日現在

機関番号：22604

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26420424

研究課題名(和文) 離散・連続空間における拡散結合システムの時空パターン制御

研究課題名(英文) Spatio-temporal Pattern Control of Diffusively Coupled Systems in Discrete/Continuous Space

研究代表者

小口 俊樹 (Oguchi, Toshiki)

首都大学東京・理工学研究科・准教授

研究者番号：50295474

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：拡散非線形システムの時空パターン制御手法を開発することを目標に、本研究では、(a)離散空間拡散結合ネットワークの時空パターン制御 (b) 連続空間結合ネットワークシステムの時空パターン制御、について検討し、主に次の成果を得た。1. 遅延結合ネットワークに対し、グラフ積により構成されるネットワークのネットワークに対する部分同期パターンと同期条件を検討し、それらの簡便な推定法を導出した。2. 伝送遅延結合ネットワークに対して、むだ時間非依存同期のパターンとネットワーク構造との関係を明らかにした。3. 非線形偏微分方程式系の制御のため、超離散化を用いた制御系設計アプローチを提案した。

研究成果の概要(英文)：To develop control strategies for spatio-temporal patterns in diffusively coupled nonlinear systems, we considered control design methods for spatio-temporal patterns in diffusively coupled systems in discrete or continuous space. Throughout this research project, we obtained the following results:

1. For large-scale network systems created by taking a couple of graph products of networks, we derived an estimation method of partial synchronization patterns emerging in the networks and the corresponding synchronization condition. 2. For network systems with transmission delay couplings, we show the relationship between delay-independent full or partial synchronization and network topology. 3. We proposed a control design method for nonlinear partial differential equation systems via ultra-discretization.

研究分野：制御工学

キーワード：制御理論 複雑系 同期 非線形システム パターン形成 ネットワーク系

1. 研究開始当初の背景

情報ネットワークの発展により、スマートグリッドなどの電力網システムやインターネットなどのように、従来は単体として扱われてきた個々のシステムが結合され、巨大なネットワークシステムを構成している場合が多く見受けられるようになってきた。このような巨大なネットワークシステムには、マルチピークルの群制御などのマルチエージェントシステムやセンサーネットワーク、IoT技術の展開など、今後一層実用化が推進される工学的課題において数多く存在している。

一方、このようなネットワークシステムを空間的に連続にすると、反応拡散方程式と呼ばれる偏微分方程式となる。反応拡散方程式は、自然界に現れる時空パターンの形成を解明するための数理モデルとして、また大規模システムの近似モデルとして用いられ、その現象発現の理論的解明が試みられている。

研究代表者らは、既に離散空間拡散結合ネットワークシステムの同期問題について、その発生する同期パターンと同期条件について、双方向遅延結合においてスケーリングに基づく解析手法などを提案している。このような同期パターンの解析を進める、さらには離散空間から連続空間への拡張を行うことにより、最終的にはパターン形成の制御手法を開発することを目指している。

2. 研究の目的

本研究の目的は、離散空間拡散結合ネットワークシステムの時空パターン形成問題である部分同期問題から得た知見をもとに、大規模システムに対する部分同期パターンの解析ツールを開発すると共に、連続空間拡散結合システムの時空パターン制御のための手法を開発することである。

3. 研究の方法

本研究課題の遂行にあたり、課題を次の二つのフェーズに分解し、各フェーズの下で問題解決を図っている。

フェーズ a: 離散空間拡散結合ネットワークシステムの時空パターン制御

フェーズ b: 連続空間拡散結合ネットワークシステムの時空パターン制御

これらは理論解析のほか、数値シミュレーションによる検証を行った。さらに、(a)については Hindmarsh-Rose ニューロン回路を用いた実験による検証も行う。

4. 研究成果

本研究では、上述のとおり研究課題を二つのフェーズに分割し、それぞれのフェーズに対して設けた研究課題を解決することにより、実施した。各フェーズに対して設定した課題と本研究期間に得られた成果をまとめる。

(1) フェーズ a: 離散空間拡散結合ネットワークシステムの時空パターン制御

ここでは、これまでに研究代表者が進めてきた遅延結合を用いたネットワークシステムの同期条件の推定法の一般化と、大規模核酸結合システムに対する同期パターンの解析ツールの開発を行った。特に、2種類の遅延結合を扱い、各システムが入力むだ時間を有する場合に相当する、遅延出力の差分をフィードバックした結合と、各システムが出力むだ時間を有する場合に相当する、自己出力と他のシステムの遅延出力の差をフィードバックした結合の場合について検討を行った。

前者の各システムが入力むだ時間系である場合に相当する結合においては、既にスケーリングの手法を用いることで、任意の双方向結合の場合にはグラフラプラシアン固有値と対応する固有ベクトルを用いることで、その完全同期と部分同期の条件を導出できることを、すでに研究代表者らが示している。本研究では、この同期条件の推定法を発展させ、グラフより大規模なネットワークに対する簡便な同期条件の推定法の検討として、「グラフ積に基づく」ネットワークのネットワークにおける同期条件推定法を導出した。特に、直積ネットワーク(Fig.1 (b))、テンソル積ネットワーク(Fig.1 (c))、強積ネットワーク(Fig.1 (d)) について検討を行い、それぞれのグラフ積に関する代数的特徴を用いた同期条件および同期パターンの推定法を導出し、数値シミュレーションによる検証を行った。また、一部については、Hindmarsh-Rose ニューロン回路を用いた実験による検証も行った。

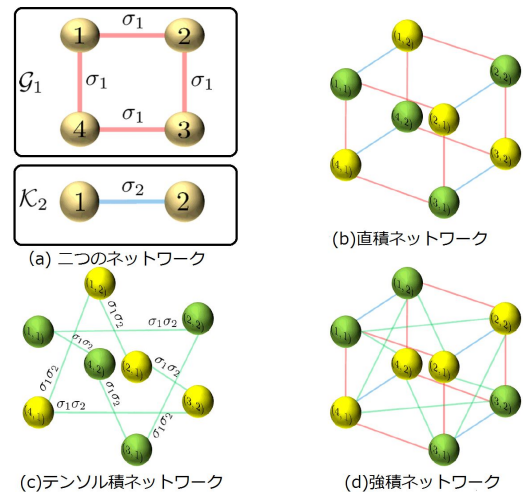


Fig. 1: グラフ積の例

次に、出力むだ時間系に相当する結合の場合については、研究代表者らはこの結合を伝送遅延結合として、一連の研究をまとめている。この結合においても、双方向遅延結合の場合と同様に、部分同期のパターンは公平分割に支配されるため、グラフの公平分割を求め、その同期多様体の安定性を検討することにより、発生する部分同期パターンを推定で

きることを明らかにした。さらに、この結合により構成されたネットワークシステムにおいては、むだ時間の長さに依存することなく同期が発生することが数値実験を通じて明らかになり、そのようなむだ時間非依存同期の発生条件の検討を、ネットワーク構造の観点から検討を行った。この検討には、大きく3つの異なる方向からアプローチを行った。

むだ時間に依存せずに同期が発生する。ということは、同期多様体の安定条件がむだ時間に依存しないということであるので、まず同期誤差ダイナミクスがむだ時間を陽に含まないためのネットワーク構造を明らかにした。

2 つ目のアプローチとして、同期誤差ダイナミクスがむだ時間を含んでいても、その安定性にむだ時間が依存しないネットワーク構造について検討を行った。まず、この伝送遅延結合により結合されたシステムが環状に双方向結合された閉路グラフネットワークシステムにおいては、閉路を構成するシステム数の偶奇性により、システムの部分同期あるいは完全同期がむだ時間の長さに依存せず、発生することを Lyapunov-Razumikhin アプローチを用いて明らかにした。システム数が奇数であるならば、ある一定以上の結合強度において完全同期が任意のむだ時間に対して発生する (Fig.2 左図)。また、システム数が偶数であるならば、一つおきに配置されたシステム同士がむだ時間の長さに依らず同期を生じること (Fig.2 右図) を明らかにした。この場合、全てのシステムが同期する完全同期もその特別な場合として発生するが、完全同期はむだ時間の長さに依存することを確認している。

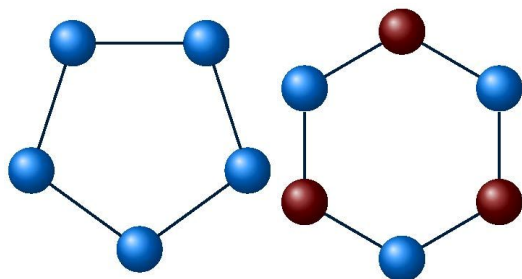


Fig. 2: システム数の偶奇性に、むだ時間非依存同期のパターンが依存する。  
(左:  $N=5$  完全同期, 右:  $N=6$  部分同期)

このことをさらに一般化し、全てのノードの次数が同じで、二部グラフと等価なグラフ構造を持つ伝送遅延結合ネットワークシステムにおいては、その部集合毎にむだ時間非依存同期が生じ、結果的に部分同期が発生する。二部グラフの判定は、二配色問題と等価であり、簡易なアルゴリズムで判定が可能である。さら

に、このことから、全てのノードが同一次数を持つネットワークにおいて、一つおきに異なるダイナミクスを配すると、それらはむだ時間に依存することなく部分同期を生ずることになり、異なるダイナミクスから成るネットワークシステムにおいて同一ダイナミクス同士を同期させるための一つの構造を示しているといえる。

3 つめのアプローチとして、双方向遅延結合から成るネットワークシステムに対して導入した公平分割の考えを伝送遅延結合システムに対しても拡張し、公平分割の中の同期誤差ダイナミクスがむだ時間非依存安定となるための十分条件を Lyapunov-Krasovskii アプローチを用いて線形行列不等式 (LMI) 条件として導出した。その上で、その LMI 条件を満足するネットワーク構造を検討することにより、むだ時間非依存同期が発生するためのネットワーク構造を明らかにした。ここでの結果は、前の二つのアプローチによる条件を包含した結果となっている。

このように、伝送遅延結合ネットワークにおけるむだ時間非依存同期の発生メカニズムを明らかにした。特に、全てのノードの次数が同一である場合、ネットワーク構造を示すグラフが奇サイクルを持つならば、むだ時間非依存の完全同期が生じることが以上の結果から導出できる。このことは、ネットワークトポロジーに基づく同期パターンの設計が可能であることを意味し、今後、研究代表者らが既に提案している外力を持つシステムの同期パターンの推定法と組み合わせることで、より多様な同期パターンの設計が可能となる。

しかしながら、この遅延を用いた場合、各システムは同期状態であっても各結合における入力にはゼロとはならない。従って、伝送遅延結合ネットワークでの同期状態における各システムの振舞いは、結合前のものとは異なるものとなり、特に遅延時間を長くした場合、その挙動は大きく異なると考えられるが、本研究では、同期問題を同期誤差ダイナミクスの安定性に帰着させて検討したのみであり、同期時における各システムの振舞いには着目していない。今後、むだ時間非依存同期の下で、各システムのダイナミクスの安定特性等がどのように変化していくのかを検討することは意義がある。

## (2) フェーズ b: 連続空間拡散結合ネットワークシステムの時空パターン制御

ここでは、とりわけ非線形偏微分方程式系に対する新たな制御系設計アプローチの開発に取り組んだ。具体的には、超離散化および逆超離散化を用いることにより、偏微分方程式系の制御系設計問題を max-plus 代数系

に変換し、セルオートマトンのルールベースでの設計に基づく制御系設計手法を提案した。超離散化が必ずしも全ての非線形システムに対して適用可能であるわけではないので、適用可能なクラスは限定的ではあるが、既存の知見に合致した制御則が導出できている。また、提案した制御系設計プロセスにおける解決すべき問題について検討した。本設計アプローチを行うことで、セルオートマトンの離散空間的な制御則ベースを組み込んだ制御系設計が可能となることから、従来のアプローチにはない制御則が導出できるのか否かが本アプローチを採用する意義とも関係する。今後、応用上意義のあるモデルを用いて、本アプローチの有為性を検証していくことが必要である。

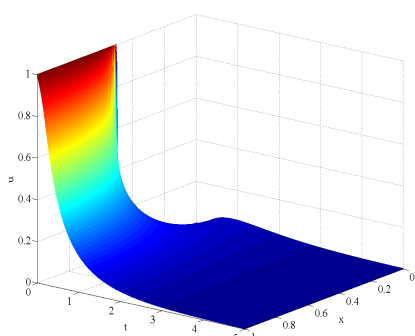


Fig. 3: Burgers 方程式に対して、超離散化アプローチにより制御系設計した制御器を組み込んだ際の応答 (Neumann 境界条件)

以上により、本研究で目的とした大規模システムに対する部分同期条件をグラフ構造に基づき導出し、その解析ツールを得るとともに、部分同期パターンの制御手法について一定の成果を得た。また、連続空間システムである偏微分方程式系の新たな制御アプローチを開発した。さらに、今後解決すべき問題点を抽出し、本研究のまとめを行った。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 14 件)

D. Yanagi, T. Oguchi, M. Suzuki, Delay independent Synchronization in Ring Networks of Identical/Non-identical Systems with Transmission Delay Coupling, *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, 査読有り, Vol.12, No.4, 2017 年, 掲載決定

K. Ryono, T. Oguchi, Delay-independent Synchronization and Network Topology of Systems with Transmission Delay Couplings, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, 査読有り, Vol. 10,

No.3, 2017 年, 掲載決定

Y. Cao, T. Oguchi, P. Verhoeckx, H.Nijmeijer, Consensus Control for a Multiagent System with Time Delays, *Mathematical Problems in Engineering*, 査読有り, Vol. 2017, <https://doi.org/10.1155/2017/4063184>  
 漁野康紀, 小口俊樹, 遅延結合による結合不安定システムの同期と安定化, *日本機械学会論文集*, 査読有り, Vol. 83, No. 846, 2017 年, <http://doi.org/10.1299/transjsme.16-00467>

D. Yanagi, T. Oguchi, Synchronization in Ring Networks of Systems with Transmission Delays, *IFAC-PapersOnLine*, 査読有り, Vol. 49, Issue 14, pp. 125-130, 2016 年, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.996>

小口俊樹, ネットワークシステムの同期問題と安定性, *計測と制御*, Vol. 55, No. 4, pp.318-325, 2016 年, <http://doi.org/10.11499/sicejl.55.318>

柳 大 介, 小口俊樹, 非線形伝送遅延結合システムにおけるむだ時間非依存型同期, *電子情報通信学会論文誌 A*, 査読有り, Vol. J99-A, No.11, pp.419-425, 2016 年

K. Oooka, T. Oguchi, Estimation of Synchronization Patterns of Chaotic Systems in the Cartesian Product Networks with Delay Couplings, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 査読有り, Vol. 26, 1630028, 2016 年, <http://dx.doi.org/10.1142/S0218127416300287>

大岡 芳 成, 小口俊樹, 遅延結合非線形システムネットワークの同期パターン, *計測自動制御学会論文集*, 査読有り, Vol. 52, pp.376-384, 2016 年, <http://doi.org/10.9746/sicetr.52.376>

小口俊樹, 通信遅延を含むカオス結合ネットワークにおける同期問題システム/制御/情報, Vol. 59, No.7, pp. 268-273, 2015 年, [http://doi.org/10.11509/isciesci.59.7\\_268](http://doi.org/10.11509/isciesci.59.7_268)

〔学会発表〕(計 20 件)

柳 大 介, 小口俊樹, 伝送遅延環状ネットワークにおける部分同期 第 59 回自動制御連合講演会, 2016 年 11 月 12 日, 北九州国際会議場 (福岡県・北九州市)

K.Ryono, T. Oguchi, Delay-independent Synchronization and Network Topology of Systems with Transmission Delay Couplings. *SICE Annual Conference 2016*, 2016 年 9 月 20 日, つくば国際会

議場（茨城県・つくば市）

D. Yanagi, T. Oguchi, Synchronization in Ring Networks of Systems with Transmission Delays, 6<sup>th</sup> IFAC Workshop on Periodic Control Systems, 2016年7月1日, Eindhoven (オランダ)  
柳, 小口, 伝送遅延結合を持つ非線形リングネットワークシステムにおける同期問題, 計測自動制御学会第3回制御部門マルチシンポジウム, 2016年3月8日, 南山大学 (愛知県・名古屋市)

大岡, 小口, カオスシステムの遅延結合ネットワークにおける部分同期パターン推定, 第58回自動制御連合講演会, 2015年11月15日, 神戸大学 (兵庫県・神戸市)

K. Oooka, T. Oguchi, Synchronization Patterns in Network-of-Networks of Chaotic Systems via Cartesian Product, 4<sup>th</sup> IFAC Conference on Analysis and Control of Chaotic Systems, 2015年8月26日, 首都大学東京 (東京都・八王子市)

K. Ryono, T. Oguchi, Partial Synchronization in Networks of Nonlinear Systems with Transmission Delay Couplings, 4<sup>th</sup> IFAC Conference on Analysis and Control of Chaotic Systems, 2015年8月27日, 首都大学東京 (東京都・八王子市)

C. Murguia, J. Pena, N. Jeurgens, R. H.B Fey, T. Oguchi, H. Nijmeijer, Synchronization in Cartesian-Product Networks of Time-Delay Coupled Systems, 4<sup>th</sup> IFAC Conference on Analysis and Control of Chaotic Systems, 2015年8月28日, 首都大学東京 (東京都・八王子市)

大岡, 小口, カオス的システムの遅延結合による直積ネットワークにおける部分同期, 第14回「運動と振動の制御」シンポジウム, 2015年6月23日, 栃木県総合文化センター (栃木県・宇都宮市)

漁野, 小口, 伝送遅延結合による非線形システムネットワークの部分同期におけるむだ時間非依存性, 2015年5月21日, 第59回システム制御情報学会研究発表講演会, 中央電気倶楽部 (大阪府・大阪市)

和泉, 小口, 超離散化を用いた非線形偏微分方程式計の制御系設計, 第二回制御部門マルチシンポジウム, 2015年3月7日, 東京電機大学 (東京都・足立区)

漁野, 小口, 遅延結合による回転型倒立振子の安定化, 第57回自動制御連合講演会, 2014年11月11日, 伊香保温泉ホテル天望 (群馬県・渋川市)

和泉, 小口, 超離散化を用いた Burgers 方程式の制御, 第57回自動制御連合講演会, 2014年11月11日, 伊香保温泉ホテル

天望 (群馬県・渋川市)

柳, 小口, 非線形遅延結合ネットワークシステムにおける部分同期パターン, 伝書情報通信学会非線形問題研究会, 2014年11月6日, 燕三条地場産業振興センター (新潟県・三条市)

K. Ryono, T. Oguchi, Partial Synchronization of Nonlinear Network Systems with External Inputs, SICE Annual Conference 2014, 2014年9月11日, 北海道大学 (北海道・札幌市)

〔図書〕(計2件)

T. Oguchi, (分担執筆), Recent Results on Nonlinear Delay Control Systems, Advances in Delays and Dynamics (Finite Spectrum Assignment for Nonlinear Time-Delay Systems), Advances in Delays and Dynamics 4, Springer, pp. 291-310, 2016年

T. Oguchi, (分担執筆), Nonlinear Systems: Techniques for Dynamical Analysis and Control. (Part 2: Anticipating Synchronization and State Predictor for Nonlinear Systems) LNCIS 470, Springer, pp. 103-122, 2016年

〔その他〕

ホームページ等

<http://ctrl.mech.se.tmu.ac.jp/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

小口 俊樹 (OGUCHI, Toshiki)

首都大学東京・大学院理工学研究科・准教授

研究者番号: 50295474