

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 26 日現在

機関番号：17102

研究種目：若手研究(A)

研究期間：2014～2017

課題番号：26700001

研究課題名(和文)連続系計算量理論の深化と展開

研究課題名(英文)Theory and applications of complexity theory for continuous systems

研究代表者

河村 彰星(Kawamura, Akitoshi)

九州大学・システム情報科学研究所・准教授

研究者番号：20600117

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 6,400,000円

研究成果の概要(和文)：アルゴリズムの効率を表す最も重要な尺度である「多項式時間限定」やそれに基づく計算量の基本概念は、離散的データの処理だけでなく、実数を入出力とする計算にも、或る程度は自然に拡張できる。本研究ではこのような連続系の計算量理論を整備することで、(1)時間・空間の制限そのものの性質を明らかにして、精密に計算の複雑さを測れるようにするとともに、(2)偏微分方程式など函数空間における従来よりも広範な問題に応用して計算量を分析した。

研究成果の概要(英文)：Polynomial-time computability and other fundamental notions of computational complexity play a central role in discrete algorithm design and analysis. In this project we explored (further) extensions of such notions to problems involving continuous data. Some of the concepts and techniques that had been known to work at the level of computability were successfully refined to give practically meaningful analysis of time- and space-bounded computation.

研究分野：計算量理論

キーワード：計算量 計算可能性 実数計算 実効的解析学 精度保証 微分方程式

1. 研究開始当初の背景

様々な計算問題の困難の度合を測り、また困難さそのものの本質を明らかにしようとするのが計算理論(計算可能性と計算量)である。計算の限界を探ることは、それ自体が興味深い問であると同時に、良い算法を設計する指針にもなる。ただ従来この理論の主な対象は古典的な計算模型になじみやすい離散的対象を扱う(と見なせる)問題であり、連続的な対象(実数を含む数値問題)においては、算法に関する知識の蓄積に比して困難さの構造的な理解が遅れていた。

しかし連続的な問題も、近似の概念を通して(実数が有理数列の極限であることに戻って)計算理論の俎上に載せることができる。そのような研究は、効率を度外視した計算可能性については1950年代以来「帰納解析学」(Recursive Analysis)として行われてきた。より細かい時間・空間などの計算量の研究は後れて始まったが、実際の観点からはやはり多項式時間を中心とする低い計算量水準が重要であり、近年理論が整えられつつある。

2. 研究の目的

計算可能性理論は実数を含む連続世界の問題にも古くから応用されてきたが、これを更に時間・空間的な計算効率(計算量)を考慮して精密化する研究が近年の理論的基盤の整備によって進みつつある。本計画ではこの理論を隣接分野の手法と関連づけて深化するとともに、これまで計算理論で扱われなかった対象の複雑さ解析にも応用する。このような研究は、計算機による数値算法の能力と限界を明らかにし、効率的な精度保証計算を基礎づけるという実際上の意義があるのみならず、従来計算の観点を入れずに記述されてきた数学的諸現象を深く理解することにも繋がる。

3. 研究の方法

目的である(1)理論的基盤の構築と(2)その諸問題への応用の両面を並行して進める。ともに帰納解析、計算量、数値解析の三分野に跨がるものであるから、それぞれの専門家と連携して研究を進める。

4. 研究成果

概ね当初の計画に沿って研究を進めることができた。各年度の終了時点での成果等は次の通り(各年度の経過報告書より)。

【平成26年度】

理論課題の一つとしていた、多項式時間よりも強い資源制約下での連続系計算量の定式化について、前年度からの研究を補完して

論文にまとめ、国際会議 MFCS で発表した。これは記憶領域を厳しく制約する状況(L)および高速な並列化を要求する状況(NC)について、離散的計算と同じ考え方を連続系に適用するための枠組を整備するものである。

応用課題に向けた研究の一つとしてポワソン方程式の複雑さを調べた。これは従来より知られていた積分の複雑さに関する議論を応用したものであり、成果を論文誌 MSCS に投稿中である。また、更に微分方程式の解析を進めるための準備として、 L_p 空間における計算論を展開する上での理論的な課題を整理し、国際研究集会「構成性と計算可能性」で報告した。更に、正則関数については関数の値そのもの以外の情報を利用して計算量の壁を回避し得ることが理論的にはわかっていたが、厳密実数計算ライブラリ iRRAM の拡張としてそれを実装する際の高速化に向けた課題と手法について、国際会議 CCA および研究集会「証明論・計算論とその周辺」で発表した。

周辺分野の研究者に向けた解説として、情報処理学会アルゴリズム研究会・人工知能学会人工知能基本問題研究会の合同研究会の招待講演として、実数計算にまつわる一般的な話題や研究動向について発表を行った。

また、次年度7月に東京で開催する第12回「解析学における計算可能性と計算量」国際会議(CCA 2015)の準備を進めている。

【平成27年度】

今年度の課題としていた、函数解析に用いる空間の計算論的表現についての進展を、研究集会 Continuity, Computability, Constructivity From Logic to Algorithms (CCC) (独コッヘル、九月)で発表した。平面上の集合としての曲線とそれを媒介変数表示する函数の計算量についての結果を、12th International Conference on Computability and Complexity in Analysis (CCA) (東京、七月)で発表した。また前年度までに得ていた解析函数とジュヴレ階層の函数についての分析は今年度 Journal of Complexity 誌に掲載された。

これら個々の結果に加えて、ワイラオホ帰着などの手法を用いて実数計算における計算量を議論する枠組とそれに関する最近の展開を隣接分野に向けて紹介する講演を 16th International Workshop on Logic and Computational Complexity (LCC) (京都、七月)、18th Korea-Japan Joint Workshop on Algorithms and Computation (WAAC) (韓国仁川、八月)などで行った。

第12回「解析学における計算可能性と計算量」国際会議(CCA)を計画通り七月に東京で開催した。これは従来から定期的で開催されてきたものでもあるが、今回は通常の会議本体に先立って、特に本研究に関わりの深いテーマとして、実際的な数値計算の計算量

に重点を置いたワークショップ「German-Japanese Workshop on Theory and Practice of Real Computation」を開催した。六十名の参加があり、活潑な議論が行われた。

【平成 28 年度】

前年来の函数解析に用いる空間の計算論的表現についての進展を論文にまとめ、国際会議 Computability in Europe (CiE) (仏パリ、七月) で発表した。また、二型計算と表現の理論を精密化する本研究の中心的手法について、どのような空間にまで適用できるのかを近似理論の手法により明らかにすることができたため、国際会議 31st Annual ACM/IEEE Symposium on Logic in Computer Science (LICS) (米ニューヨーク、七月) で発表した。また、iRRAM の解析函数クラスを多変数に拡張することで微分方程式の級数解法に応用する実験を行い、結果と計算速度面での課題について日韓研究集会 19th Japan-Korea Joint Workshop on Algorithms and Computation (WAAC) (北海道函館市、八月) で報告した。

これら個々の結果に加えて、二型計算と表現の理論やワイラオホ帰着などの手法を用いて実数計算における計算量を議論する枠組とそれに関する最近の展開を隣接分野に向けて紹介する招待講演を第二十八回日本オペレーションズ・リサーチ学会数理計画研究部会 (RAMP) シンポジウム (新潟、十月) や日本数学会年会 (東京、三月) などで行った。また、解析学における計算理論に関する国際会議 (CCA 2016、葡ファーフ口、六月) で論文委員長を務めた。

【平成 29 年度】

前年度までに得たポアソン方程式の複雑度に関する結果が Mathematical Structures in Computer Science 誌に掲載された。新たな進展としては、二型の多項式時間限定の概念を理論的に簡便に扱うのに役立つ特徴づけを与え、国際会議 Second International Conference on Formal Structures for Computation and Deduction (FSCD 2017) で発表した。また離散問題においてはレビンらによって確立されていた平均計算量の理論を、連続系である三体問題の複雑さの定式化に自然に応用する予備的結果を得た。これについては数回の口頭発表を行ったが、同様な解析法は、次年度からの基盤研究「連続系の複雑さを解明する計算理論」において強化・一般化を目指す計画である。

更に、非専門家や周辺分野の研究者に向けて、「アナログ計算機と計算可能性」(全脳アーキテクチャ研究会)、「解析における計算理論」(九州大学数理学府)、「離散計算量理論の考え方を連続世界に応用するには」(Second Workshop on Mathematical Logic

and its Application) のテーマで招待講演・集中講義を行い、本研究の成果を含めて連続系計算理論の基本的な考え方や適用手法を広く紹介することができた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計6件)

1. A. Kawamura, F. Steinberg and M. Ziegler. On the computational complexity of the Dirichlet Problem for Poisson's Equation. Mathematical Structures in Computer Science 27(8):1437-1465, December 2017. 査読あり
2. A. Kawamura and F. Steinberg. Polynomial running times for polynomial-time oracle machines. In Proc. Second International Conference on Formal Structures for Computation and Deduction (FSCD), Leibniz International Proceedings in Informatics 84, Paper 23, 18 pages. Oxford, UK, September 2017. 査読あり
3. A. Kawamura, F. Steinberg and M. Ziegler. Complexity theory of (functions on) compact metric spaces. In Proc. 31st Annual ACM/IEEE Symposium on Logic in Computer Science (LICS), 837-846. New York, USA, July 2016. 査読あり
4. A. Kawamura, F. Steinberg and M. Ziegler. Towards computational complexity theory on advanced function spaces in analysis. In Proc. Computability in Europe (CiE), Lecture Notes in Computer Science 9709, 142-152. Paris, France, July 2016. 査読あり
5. A. Kawamura, N. Müller, C. Rösnick and M. Ziegler. Computational benefit of smoothness: Parameterized bit-complexity of numerical operators on analytic functions and Gevrey's hierarchy. Journal of Complexity 31(5):689-714, October 2015. 査読あり
6. A. Kawamura and H. Ota. Small complexity classes for computable analysis. In Proc. 39th International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS), Lecture Notes in Computer Science 8635, pp. 432-444. Budapest, Hungary, August 29, 2014. 査読あり

〔学会発表〕(計 16 件)

1. (招待講演) A. Kawamura. Applying ideas in discrete complexity theory to the continuous world. Second Workshop on Mathematical Logic and its Application. Kanazawa, Japan, March 2018.
2. A. Kawamura, H. Thies and M. Ziegler. Average Case Complexity for the N-body problem. Computability in Europe 2017. Turku, Finland, June 2017.
3. (招待講演) 河村彰星. アナログ計算機と計算可能性. 第 19 回全脳アーキテクチャ勉強会. 神奈川県川崎市幸区. 平成 29 年 5 月 9 日.
4. (招待講演) 河村彰星. 解析学における計算量. 日本数学会年会特別講演. 東京都八王子市. 平成 29 年 3 月 25 日.
5. (招待講演) 河村彰星. 実数計算の理論と実践 連続世界の計算限界. オペレーションズリサーチ学会数理計画 (RAMP) シンポジウム. 新潟県新潟市西区, 平成 28 年 10 月 14 日.
6. A. Kawamura, F. Steinberg and H. Thies. Data-types for multidimensional functions in reliable numerics—Implementations inspired by Real Complexity Theory. The 19th Japan-Korea Joint Workshop on Algorithms and Computation (WAAC). Hakodate, Japan, August 2016.
7. A. Kawamura. Reducibility in polynomial-time computable analysis. Dagstuhl Seminar, Joint Session of 15391 “Algorithms and Complexity for Continuous Problems” and 15392 “Measuring the Complexity of Computational Content: Weihrauch Reducibility and Reverse Analysis”. Wadern, Germany, September 24, 2015.
8. A. Kawamura, F. Steinberg and M. Ziegler. Towards computational complexity theory on advanced function spaces in analysis. Continuity, Computability, Constructivity—From Logic to Algorithms (CCC). Kochel am See, Germany, September 17, 2015.
9. A. Kawamura and M. Ziegler. Invitation to real complexity theory: Algorithmic foundations to reliable numerics with bit-costs. The 18th Korea-Japan Joint Workshop on Algorithms and Computation (WAAC). Incheon, Korea, August 21, 2015.
10. T. Katayama and A. Kawamura. On the image and length of polynomial-time computable curves. Twelfth International Conference on

Computability and Complexity in Analysis (CCA). Tokyo, Japan, July 14, 2015.

11. A. Kawamura. Computational complexity of real functions. German-Japanese Workshop on Theory and Practice of Real Computation. Tokyo, Japan, July 12, 2015.
12. (招待講演) A. Kawamura. Weihrauch reducibility in polynomial-time computable analysis. Sixteenth International Workshop on Logic and Computational Complexity (LCC). Kyoto, Japan, July 4, 2015.
13. A. Kawamura, F. Steinberg and M. Ziegler. Computational complexity theory for classes of integrable functions. Constructivism and Computability, Kanazawa, Japan, March 3, 2015.
14. (招待講演) 河村彰星. 連続世界の計算量. 情報処理学会第百五十一回アルゴリズム研究会・人工知能学会第九十六回人工知能基本問題研究会 (併催). 愛知県名古屋市昭和区, 平成 27 年 1 月 14 日.
15. 河村彰星. 解析函数の完全精度演算の計算量と実装について. 研究集会「証明論・計算論とその周辺». 京都府京都市左京区, 平成 26 年 12 月 25 日.
16. A. Kawamura, F. Steinberg and H. Thies. Analytic functions in iRRAM. Eleventh International Conference on Computability and Complexity in Analysis (CCA). Darmstadt, Germany, July 23, 2014.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

本研究の成果は次のウェブページに纏めた。
<http://www.fc.inf.kyushu-u.ac.jp/~kawamura/26700001/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

河村 彰星 (Akitoshi Kawamura)

九州大学・システム情報科学研究院・准教授
研究者番号: 20600117

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし