

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 21 日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2015

課題番号：26790078

研究課題名(和文)境界要素法による周期電磁波動散乱問題の高精度、高速な数値解法の開発

研究課題名(英文)Development of an accurate and fast numerical method for electromagnetic wave scattering problems with a boundary element method

研究代表者

新納 和樹 (NIINO, Kazuki)

京都大学・情報学研究科・助教

研究者番号：10728182

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では境界要素法を用いた電磁波動散乱問題の高精度、高速な数値解法の開発を行った。解が属する関数空間から自然に得られる内積を用いて積分方程式を離散化することで、特に低周波域における数値解の精度の改善を行った。またこの方法で得られた方程式を反復法で解く際の新しい前処理法を提案し、反復回数を低減することで計算の高速化を行った。本研究で開発した数値解法は広い範囲の周波数域において電磁波動散乱問題の高精度な解を高速に求めるものであり、特に逆解析や固有値解析のように電磁波動散乱問題を繰り返し解く必要がある解析において有用であると考えられる。

研究成果の概要(英文)：In this research, we developed an accurate and fast numerical method using boundary element methods for electromagnetic wave scattering problems. We obtain an accurate solution by utilising an inner product, with which a functional space of solutions is equipped, for discretising integral equations. Also, we proposed preconditioning for an iteration method, which is used for solving the discretised equation, and achieved fast computation by decreasing the iteration number of the iteration method. The numerical method developed in this research is expected to be effective for inverse analyses and eigenvalue analyses, in which we have to solve electromagnetic wave scattering problems many times, since the numerical method can solve electromagnetic wave scattering problems accurately and fast in wide range of frequencies.

研究分野：計算科学

キーワード：境界要素法 電磁波動散乱問題 低周波問題 前処理

1. 研究開始当初の背景

(1) 周期的に配置された構造物にその周期と同程度の波長を持つ電磁波を入射すると様々な興味深い性質を示すことが知られており、アンテナやレーダー、いわゆる「透明マント」を実現するクロッキングなど様々な応用が期待され、盛んに研究が行われている。特に可視光などの波長の短い電磁波を考える場合、同程度の周期長の構造物の作成が困難であるため、このような周期散乱体における電磁波動散乱問題、すなわち周期電磁波動散乱問題の数値解法の研究が重要となる。周期電磁波動散乱問題に対する数値解法として、FDTD 法や有限要素法などが広く用いられているが、特に波動散乱問題を効率的に解析できる数値解析手法として境界要素法が知られている。

(2) 境界要素法は対象の微分方程式を散乱体の境界上で定義された積分方程式に帰着して解を得る数値解法である。この特徴から境界要素法では離散化を散乱体の境界のみで行えばよいから、電磁波動散乱問題を効率よく解析することができるが、一方で散乱体の代表的な長さに対して周波数が小さい問題において精度が著しく悪化することが知られていた。この問題を解決する手法がいくつか提案されているが、変数の数が増加するなど、いずれの方法も計算時間が増大するという問題があった。

(3) また境界要素法では、得られた積分方程式を離散化することで線形方程式に帰着し、これを反復法で解くことで解を求める。この線形方程式の係数行列は一般に密行列、悪条件であるため、この線形方程式を反復法で解く際に、その反復回数が増加し、計算時間に大きな影響を与えることが知られている。このため境界要素法を用いた数値解法の開発において、係数行列の悪条件を解消し、反復法の反復回数を削減する前処理の開発が必要となる。

2. 研究の目的

(1) 本研究の目的は周期電磁波動散乱問題に対する高精度な数値解法の開発である。特に境界要素法において低周波領域において精度が悪化する問題を解決し、幅広い周波数に対して精度良く解が求まる数値解法を開発することを目的とした。

(2) 同時に数値解法の高速度を行った。特に低周波域において精度の悪化を防ぐために必要な追加の計算量を抑え、周波数によらず高速、高精度に解が求まる数値解法を開発を目指した。さらに境界要素法を用いた数値解法では、最終的に得られた線形方程式を反復法で解く際に多くの反復回数を要し、結果として計算時間の増加を招くことが知られている。本研究では反復回数を低減する手法であ

る「前処理」を用いることで数値解法の高速度を図った。

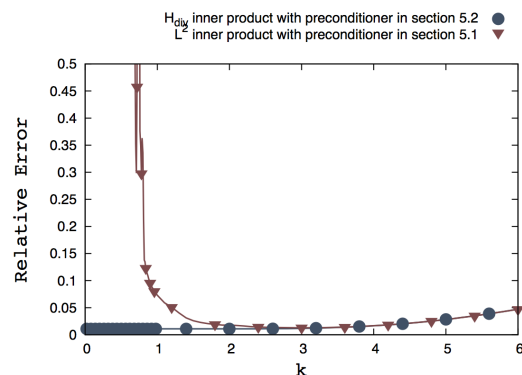
3. 研究の方法

(1) 低周波域における境界要素法の精度を改善するために、境界要素法の離散化に用いる内積の種類を変更するという方法を用いた。内積を、通常用いられる L^2 内積から解の存在する関数空間から自然に定義される H_{div} 内積に変更することで、離散化後の方程式は通常の方程式に新しい項が加えられたものとなる。この追加の項によって低周波域における精度の悪化を解消できることを発見した。またこの追加の項の計算の大部分は通常の方程式の計算を再利用することによって行えるため、新たに必要となる計算量は非常に小さい。

(2) また離散化後の線形代数方程式を反復法で解く際に前処理を施すことで数値解法の高速度を図った。当初の研究計画では Calderon の前処理と呼ばれる境界要素法において有効な前処理を(1)で導入した新しい離散化方程式に適用することを想定していたが、この前処理によって反復回数は削減できるものの、前処理に要する計算時間が大きいため、全体の計算時間を効果的に削減できないことがわかった。そこで(1)で導入した離散化法によって得られた線形方程式から自然に導出される積分作用素に対して、Calderon の前処理と同様のアイデアに基づき前処理を構成することで新たな前処理法を開発した。この前処理を用いることで前処理に必要な計算時間は短く、反復回数が大きく削減された反復解法を構成することができる。

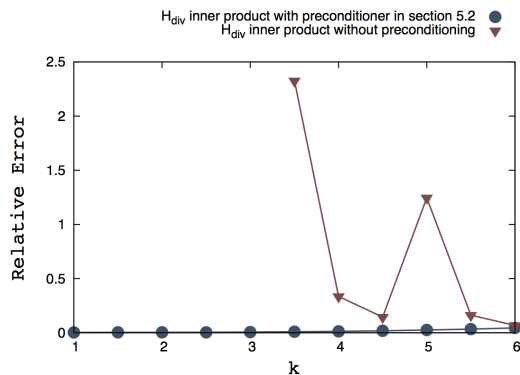
4. 研究成果

(1) 一つ目の研究成果として、前節(1)で導入した離散化法による精度の改善が挙げられる。図1は球状散乱体に平面波が入射した問題を解いた際の数値解の相対誤差を入射波の波数毎にプロットしたものである。赤線が従来法、青線が提案法の誤差を表している。



従来法では $k=1$ 以下の波数において誤差が急激に増大しているが、提案法では波数 k が小

さい範囲においても 1%程度の誤差で解が求まっていることがわかる。また提案法は $k > 1$ の範囲においても従来法と同程度の精度を実現しており、幅広い範囲の波数に対して安定して精度良く解が求まる数値解法を開発できたと言える。また図2は同じ問題をより細かいメッシュを用いて解析した際の相対誤差を示している。またこのグラフでは一定の反復回数後に解が収束しなかった場合があったため、赤線が途中で途切れている。波数の範囲は図1と同じであるが、図2ではほぼ全ての波数において従来法の精度が悪化している。これは境界要素法の精度の悪化がメッシュ長に比較して周波数が小さいときに起こるためであり、いわゆる静電場に近づくという意味での低周波とは意味が異なるためである。したがって図2における精度の悪化は静電場近似などの方法では改善できないが、そのような場合においても提案法は良い精度を示していることがわかる。



(2)二つ目の研究成果として、計算時間の削減が挙げられる。特に本研究では、当初研究計画で予定していた Calderon の前処理を用いた高速化よりもさらに計算時間を削減できる前処理法を発見した。図3, 4は本節(1)と同様の球状散乱体に平面波が入射する問題を解く際に反復解法が要した反復回数と計算時間をプロットしたグラフである。青線が提案法、赤線が Calderon の前処理を用いた方法、黒線が前処理を施さないものである。

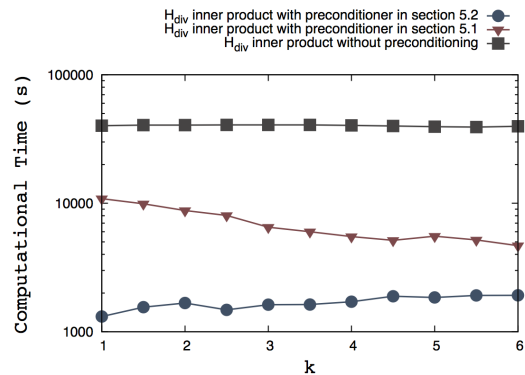
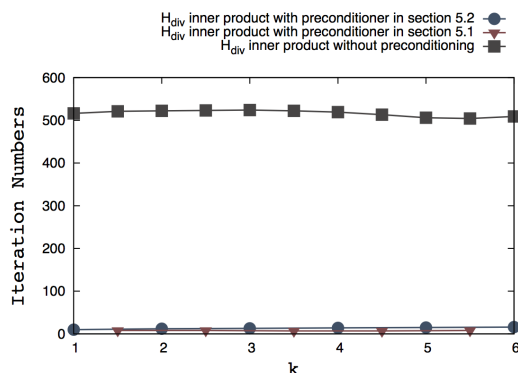


図3より提案法, Calderon の前処理共に前処理を施さない場合と比較して、反復回数を削減できており、また提案法と Calderon の前処理は要する反復回数がほとんど変わらないことがわかる。一方で図4において計算時間を比較すると Calderon の前処理は前処理を施さない場合と比較するとある程度の計算時間の削減ができており、周波数が小さくなるにつれてその効果が弱くなり、計算時間が前処理無しの場合に近づいていることがわかる。一方で提案法はグラフ中の周波数の全てにおいて Calderon の前処理より高速である上に、小さい周波数において著しく計算時間が削減できていることがわかる。反復毎に行われる前処理に必要な計算時間が Calderon の前処理では提案法と比較して大きいため、このような計算時間の差が現れている。

(3)以上により、広い範囲の周波数域において高精度、高速な境界要素法に基づく数値解法が得られた。特に低周波域における精度の悪化を少ない計算量で改善することに成功した。また高速化に関して、Calderon の前処理よりも効率的な前処理を発見したことで当初の想定を超えて計算時間を削減することに成功した。この新しい前処理法の開発に時間を費やしたことにより、研究計画に含まれていた「本数値解法の周期問題への適用」が研究期間内に行えなかった。これは今後の課題であるが、本研究で開発した数値解法は周期問題に自然に拡張できると考えている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

吉見 拓也, 新納 和樹, 西村直志, 周期多重極境界要素法を用いたナノポーラスゴールドの光起電力解析, 計算数理工学論文集, 査読有, 15巻, 2015, 85-90

<http://gpsun1.gee.kyoto-u.ac.jp/JASCOME/denshi-journal/15/JA1515.pdf>

松本 安弘, 新納 和樹, 西村 直志, H 行列演算を用いた 2 次元 Helmholtz 方程式の 1 周期境界値問題の高速直接解法について, 計算数理工学論文集, 査読有, 14 巻, 2014, 79-84
<http://gpsun1.gee.kyoto-u.ac.jp/JASCOM/E/denshi-journal/14/JA1418.pdf>

野瀬 大一郎, 新納 和樹, 西村 直志, 周期単位の一部に欠陥を有する領域における 2 次元 Helmholtz 方程式の境界値問題の数値解法について, 査読有, 14 巻, 2014, 85-90
<http://gpsun1.gee.kyoto-u.ac.jp/JASCOM/E/denshi-journal/14/JA1419.pdf>

[学会発表](計 16 件)

新納 和樹, 境界要素法による電磁波動散乱問題の数値解法, 第 5 回計算力学シンポジウム(招待講演), 2015 年 12 月 7 日, 日本学術会議講堂, 東京

Kazuki Niino, Boundary element methods for wave scattering problems, Seminar on Informatics in Asia, 17 Sep. 2015, Melaka, Malaysia

Kazuki Niino, On the Galerkin method with the Hdiv inner product for the low-frequency breakdown of the electric field integral equation (招待講演), The 2nd Chongqing workshop on computational and applied mathematics, 18 Aug. 2015, Chongqing, China

Kazuki Niino, A discretisation method with the Hdiv scalar product for the electric field integral equation, The 12th international conference on mathematical and numerical aspects of waves, 22 Jul. 2015, Karlsruhe, Germany

新納 和樹, Hdiv 内積を用いた境界要素法における Calderon の前処理について, 第 43 回電磁界理論シンポジウム, 2014 年 11 月 21 日, 中澤ヴィレッジ, 群馬

新納 和樹, Hdiv 内積を用いた PMCHWT 定式化による積分方程式の離散化について, 平成 26 年電気学会基礎・材料・共通(A)部門大会, 2014 年 8 月 21 日, 信州大学工学部, 長野

Kazuki Niino, On a discretisation method with the Hdiv scalar product for Maxwell's equations, IABEM2014, 15 Aug. 2014, Zhengzhou, China

Kazuki Niino, Boundary element methods with a Hdiv scalar product for electromagnetic wave scattering problems, 11th world congress on computational mechanics, 23 Jul. 2014, Barcelona, Spain

Kazuki Niino, A discretisation method with a Hdiv scalar product for boundary element methods, 2014 IEEE international symposium on antenna and propagation and USNC-URSI radio science meeting, 11 Jul. 2014, Memphis, USA

6. 研究組織

(1) 研究代表者

新納 和樹 (NIINO, Kazuki)
京都大学・情報学研究科・助教
研究者番号: 1 0 7 2 8 1 8 2