

令和元年6月14日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15H02966

研究課題名(和文) 錐最適化技術の実社会における利活用を加速させる基礎理論の整備と深化

研究課題名(英文) Construction of basic theory to accelerate the utilization of conic optimization in the real world

研究代表者

吉瀬 章子 (Yoshise, Akiko)

筑波大学・システム情報系・教授

研究者番号：50234472

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 9,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、錐最適化手法の実社会への応用を加速させるために、克服すべき3つの重要な課題である、【課題1】自己双対性を持たない錐上の最適化における双対手法の開発、【課題2】分枝限定法の適用において計算効率性を左右するホットスタート技術の開発、【課題3】組合せ最適化問題に対する凸錐緩和において重要な低ランク解の導出、に対して、それぞれ独自性の高い解決策を提案した。基礎理論の構築と計算実験による検証を反復することで、錐最適化手法の実社会における利活用の促進に寄与する成果を導き、国際学術誌を通して成果を示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

人工知能や機械学習などが広く社会に浸透し始めている今日、それらの技術と深いかわりをもつ数理最適化に関しても多くの注目が集まっている。組合せ最適化など困難とされる問題に新たな緩和手法を与え、21世紀を代表する最適化モデルとも言われる錐最適化問題に対して、緩和手法で重要な役割をもつ二重非負値行列の判定アルゴリズムの高速化や、協調フィルタリングモデルに対する行列ランク最小化問題に対する改良モデルの提案、半正定値錐の計算効率性に優れた新たな凸多面錐近似など、独自性の高い新しい研究成果を示すことができたことは、学術的にも社会的にも大きな意義があると考えられる。

研究成果の概要(英文)：In this research, in order to accelerate the application of the cone optimization method to the real world, we proposed highly unique solutions for the following three important issues to be overcome: [Issue 1] Development of a new method for solving optimization problems over cones without self duality [Issue 2] Development of a hot start technique that determines the computational efficiency in branch and bound methods, [Issue 3] Derivation of low rank solutions that are important in convex conic relaxation for combinatorial optimization problems, respectively. By repeating construction of basic theory and verification by calculation experiment, we derived the results that contribute to the promotion of the utilization of cone optimization method in the real world, which were published in international journals.

研究分野：数理最適化

キーワード：錐最適化 半正定値最適化 二重非負値最適化 共正値最適化 線形計画問題

1. 研究開始当初の背景

困難な組合せ最適化問題に対して、錐最適化を用いた強力な緩和手法が提案されている。例えば最大カット問題や2次割当問題は、整数制約を連続変数に緩和することで非凸2次計画問題に帰着され、そのままでは大域的最適解を求めることは難しいが、変数ベクトルが作る階数1の対称行列を導入することにより、凸な最適化問題である完全正値最適化問題として緩和することができる。この緩和は非凸2次計画問題の極小の凸緩和であり、非常に強力である。しかし与えられた行列が完全正値行列であるかの判別は極めて難しい。一方、要素がすべて非負の半正定値行列の集合(二重正値錐)は、完全正値行列からなる集合(完全正値錐)を含み、さらに行列が二重正値であるかどうかの判別は比較的容易であるので、完全正値制約を二重正値制約に緩和した凸最適化問題(二重正値最適化問題)は相対的に扱い易い緩和問題となる。極小の凸緩和である完全正値最適化緩和より緩い緩和ではあるが、 $n \leq 4$ では完全正値錐と二重正値錐は一致することが知られており、実際申請者らの過去の研究では、二重正値緩和が2次割当問題に対して極めて強力な緩和手法であること計算機実験を通して示している。

しかし二重正値最適化問題でも行列のサイズが大きくなると計算コストが非常に大きくなり、実際に解を求めたい2次割当問題に有効な緩和手法として活用するためにはまだまだ多くの課題が残されている。本研究ではこれらの課題の内、「2. 研究の目的」で述べる3つの課題に着目し、これらに対する解決策を与えることを計画した。

2. 研究の目的

錐最適化問題は線形計画問題や半正定値計画問題を含む幅広い凸最適化問題であり、1で述べた組合せ最適化に関する緩和手法以外にも、凸2次制約の下での凸2次関数最適化や制御分野での応用可能性から、21世紀を代表する最適化問題として、世界的規模で活発に研究が行われている。本研究では、可能性に富む錐最適化手法の実社会への応用を加速させるために、克服すべき3つの重要な課題

【課題1】 自己双対性を持たない錐上の最適化における双対手法の開発

【課題2】 分子限定法の適用において計算効率性を左右するホットスタート技術の開発

【課題3】 組合せ最適化問題に対する凸錐緩和において重要な低ランク解の導出

に着目し、それぞれ解決策を提案することを目的としている。研究分担者・連携研究者・海外共同研究者・博士学生らの横断的な協力を仰ぎつつ、基礎理論の構築と計算実験による検証を反復することで、錐最適化手法の実社会における利活用の促進に寄与する成果を導き、学術誌を通して世界に情報発信することを目指した。

3. 研究の方法

【課題1】については、二重非負値錐の双対錐に着目し、与えられた行列がこの錐に属するかどうかを判定するアルゴリズムの高速化を試みた。【課題2】については、主双対内点法に平滑化法を組み合わせることで新たな提案を行うことを検討した。【課題3】については、協調フィルタリングモデルに対する行列ランク最小化問題の効果を検討するとともに、ラグランジュ緩和法をベースとする劣勾配法の改良に取り組み、【課題1】で得られる知見と組み合わせることにより、より有効なアルゴリズムが提案できないか模索した。

4. 研究成果

【課題1】については、「3. 研究の方法」で述べたように、二重非負値錐の双対錐に着目し、与えられた行列がこの錐に属するかどうかを判定するアルゴリズムの高速化を試み、線形計画法と分子限定法を組み合わせた独自のアルゴリズムを提案した(下記〔雑誌論文〕2,〔学会発表〕6, 8, 11, 13, 14)。この成果は数理最適化分野で定評のある学術誌に採択され、現在オンラインでも公開されている。さらにこの研究で得られた錐が、二重正値錐の近似部分錐を与えることに着目し、その多様な生成法を提案するとともに、近似精度を検証するための計算機実験も行った(下記〔雑誌論文〕4, 6,〔学会発表〕3, 4, 5, 9)。本研究は、計算効率性の観点から見て好ましい、行列の疎性を保ちながら、さらに高精度の二重正値錐の部位錐を与える、新たな凸多面錐近似法の提案にも至り、当初の計画以上の成果を得ることができた(下記〔雑誌論文〕1,〔学会発表〕1)。この成果は現在国際誌に投稿中である。

【課題3】については、協調フィルタリングモデルに対する行列ランク最小化問題の効果を検討し、独自の改良モデルを提案することにより、精度の高い解が得られることを計算機実験によって確かめた。また2次割当問題に対しては、ラグランジュ緩和法をベースとする劣勾配法の改良に取り組み、【課題1】で得られた独自の二重正値錐の凸多面錐近似手法も組み合わせることにより、対数罰金関数を取り入れた勾配法に基づく新たな交互方向乗数法の提案を行い、計算実験によりその有効性を確認した。これらの研究により、緩和策から低ランク解を抽出す

るための新たな知見を得ることができた(下記〔雑誌論文〕7,〔学会発表〕2,7,10,12)。

【課題2】については、主双対内点法に平滑化法を組み合わせることで新たな提案を行うことを検討したが、【課題1】と【課題3】に関して、当初の予定以上に研究が進展したことから、具体的な計算機実験を行うまでに至らなかった。

その他、錐最適化問題のさらなる応用可能性を検討するため、エラスティック光ネットワーク上の最適なデータ通信や、ロジスティック回帰モデルにおける最適な変数選択について検討を行う研究プロジェクトにも参画した(下記〔雑誌論文〕3,5,8,9,10)。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計10件)

1. Yuzhu Wang, Akihiro Takana and Akiko Yoshise. "Polyhedral approximations of the semidefinite cone and their applications," Department of Policy and Planning Sciences Discussion Paper Series 1359(2019)1-23. (査読無)
2. Akihiro Takana and Akiko Yoshise. "LP-based tractable subcones of the semidefinite plus nonnegative cone," Annals of Operations Research 265(2018)155 - 182, 10.1007/s10479-017-2720-z. (査読有)
3. Yasutaka Miyagawa, Yosuke Watanabe, Maiko, Shigeno, Kiyohisa, Atsuko Takefusa and Akiko Yoshise. "Bounds for two static optimization problems on routing and spectrum allocation of anycasting," Optical Switching and Networking 31(2018)144-161, 10.1007/s10479-017-2720-z. (査読有)
4. 成島大悟, 田中彰浩, 吉瀬章子. 「半正定値基底を用いた錐最適化問題の近似について」, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集(2018)168-169. (査読無)
5. 宮川穂貴, 渡部洋介, 繁野 麻衣子, 石井紀代, 竹房あつ子, 吉瀬章子. 「エラスティック光ネットワーク上のエニーキャスト通信のための RSA 問題に対するグリーディーアルゴリズムの比較」, 電子情報通信学会フォトニックネットワーク研究会技術報告書 117(2017)1-8. (査読無)
6. 成島大悟, 田中彰浩, 吉瀬章子. 「SD 基を用いた錐最適化問題の近似について」, 統計数理研究所共同研究レポート「最適化: モデリングとアルゴリズム」(2017) 13 pages. (査読無)
7. 横尾知孝, 田中彰浩, 吉瀬章子. 「Nuclear ノルムを用いた行列ランク最小化手法の 協調フィルタリングへの応用」, 統計数理研究所共同研究レポート「最適化: モデリングとアルゴリズム」(2017) 13 pages. (査読無)
8. Yosuke Watanabe, Kiyohisa, Toshiki Saro, Atsuko Takefusa, Tomohiro Kudoh, Maiko Shigeno and Akiko Yoshise. "Routing and wavelength/sub-wavelength path assignment to maximizing accommodated traffic demands on optical networks," Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing 10(2016) 10.1299/jamdsm.2016jamdsm0038. (査読有)
9. Toshiki Sato, Yuichi Takano, Ryuhei Miyashiro and Akiko Yoshise. "Feature subset selection for logistic regression via mixed integer optimization, Computational Optimization and Applications 64(2016)865-880," 10.1007/s10589-016-9832-2. (査読有)
10. Yosuke Watanabe, Toshiki Sato, Kiyohisa, Tomohiro Kudoh, Maiko Shigeno and Akiko Yoshise. "Routing and wavelength/sub-wavelength path assignment to maximizing accommodated traffic demands on optical networks," International Symposium on Scheduling 2015 (2015)202-207. (査読有)

〔学会発表〕(計14件)

1. Yuzhu Wang, Akihiro Tanaka and Yoshise Akiko. "Polyhedral approximations of the semidefinite cone and their applications," The Sixth Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, 2018年. (招待講演)

2. Yuzhu Wang and Yoshise Akiko. "Acceleration of the Lagrangian-DNN method for a class of QOPs," International Symposium on Mathematical Programming 2018, 2018 年.
3. 成島大悟, 田中彰浩, 吉瀬章子. 「半正定値基底を用いた錐最適化問題の近似について」, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季発表会, 2018 年
4. Daigo Narushima, Akihiro Tanaka and Akiko Yoshise. "Inner and Outer Approximations of the Semidefinite Cone Using SD Bases and their Applications to Some NP-Hard Problems," SIAM Optimization 2017, 2017 年.
5. 成島大悟, 吉瀬章子. 「半正定値基底を用いた錐最適化問題の近似について」, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季発表会, 2017 年.
6. Akihiro Tanaka and Akiko Yoshise. "Some Tractable Subcones for Testing Copositivity," ICCOPT 2016 Tokyo, 2016 年.
7. Tomotaka Yokoo and Akiko Yoshise. "Rank Minimization Approach to Collaborative Filtering Based on the Nuclear Norm Minimization," ICCOPT 2016 Tokyo, 2016 年.
8. Akihiro Tanaka and Akiko Yoshise. "Some Tractable Subcones for Testing Copositivity," ICOTA 10, 2016 年.
9. 成島大悟, 田中彰浩, 吉瀬章子. 「SD 基を用いた錐最適化問題の近似について」, 研究集会「最適化：モデリングとアルゴリズム」, 2016 年
10. 横尾知孝, 田中彰浩, 吉瀬章子. 「Nuclear ノルムを用いた行列ランク最小化手法の 協調フィルタリングへの応用」, 研究集会「最適化：モデリングとアルゴリズム」, 2016 年.
11. 田中彰浩, 吉瀬章子. 「半正定値基底とこれを用いて構成可能な共正値部分錐について」, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季発表会, 2016 年.
12. 横尾知孝, 吉瀬章子. 「Nuclear ノルムを用いた行列ランク最小化手法の協調フィルタリングへの応用」日本オペレーションズ・リサーチ学会春季発表会, 2016 年.
13. Akihiro Tanaka and Akiko Yoshise. "Some Tractable Subcones for Testing Copositivity,"CORS/INFORMS 2015, 2015 年.
14. Akihiro Tanaka and Akiko Yoshise. "LP-based tractable subcones of the semidefinite plus nonnegative cone,"Conference on Paths, Pivots, and Practice - The Power of Optimization, 2015 年. (招待講演)

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称：
 発明者：
 権利者：
 種類：
 番号：
 出願年：
 国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：
 発明者：
 権利者：
 種類：
 番号：
 取得年：

国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

<http://infoshako.sk.tsukuba.ac.jp/~yoshise/>
筑波大学研究者情報システム TRIOS
<https://trios.tsukuba.ac.jp/researcher/0000000855>
researchmap
<https://researchmap.jp/read0018283/>

6．研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名：久野 誉人

ローマ字氏名：KUNO, TAKAHITO

所属研究機関名：筑波大学

部局名：システム情報系

職名：教授

研究者番号（8桁）：00205113

研究分担者氏名：八森 正泰

ローマ字氏名：HACHIMORI, MASAHIRO

所属研究機関名：筑波大学

部局名：システム情報系

職名：准教授

研究者番号（8桁）：00344862

研究分担者氏名：フン・ドック トゥアン

ローマ字氏名：PHUN DOC, TUAN

所属研究機関名：筑波大学

部局名：システム情報系

職名：准教授

研究者番号（8桁）：20633465

研究分担者氏名：繁野 麻衣子

ローマ字氏名：SHIGENO, MAIKO

所属研究機関名：筑波大学

部局名：システム情報系

職名：教授

研究者番号（8桁）：40272687

研究分担者氏名：高野 祐一

ローマ字氏名：TAKANO, YUICHI

所属研究機関名：筑波大学

部局名：システム情報系

職名：准教授

研究者番号（8桁）：40602959

(2)研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。