

令和 3 年 6 月 2 日現在

機関番号：17401

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2015～2019

課題番号：15H03628

研究課題名(和文) 完全積分可能系のmoduli構造の解析と関連する幾何学

研究課題名(英文) Analysis of moduli structure of completely integrable systems and related geometry

研究代表者

原岡 喜重 (Haraoka, Yoshishige)

熊本大学・大学院先端科学研究部(理)・教授

研究者番号：30208665

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 10,500,000円

研究成果の概要(和文)：常微分方程式の研究を大きく進展させたKatz理論の高次元化に取り組み、常微分方程式の高次元版である完全積分可能系の大域解析を行った。大域解析の中心的課題はモノドロミーの記述、接続問題、および不確定特異性がある場合のStokes係数の記述である。数理物理に現れるKZ型完全積分可能系という重要なクラスの系に対し、そのモノドロミーを帰納的に構成する手法を、Katz理論におけるmiddle convolutionという操作を元に作り上げた。接続問題については、高次元の場合に自然な形で定式化した。不確定特異性を持つ完全積分可能系に対し、漸近解析とStokes係数の記述を行うための手法を見出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

高次元の完全積分可能系の理論の構築は、常微分方程式論の単なる拡張ではなく、数学・物理学に本質的な進展をもたらす重要な取り組みと考えられている。特にミラー対称性をはじめとする数理物理の最前線のテーマは高次元理論を内包しており、高次元理論を整備することで大きな進展が期待される。本研究は常微分方程式論で大きな成功を収めたKatz理論の高次元化を目指したもので、完全積分可能系の解の大域的な挙動を調べる様々な手法を与え、数学・物理学の先鋭的研究の基盤を整備するという意義があったと考える。

研究成果の概要(英文)：We tried to extend the Katz theory for ordinary differential equations to higher dimensional case, and applied it to the global analysis of integrable systems. Here global analysis means the description of the monodromy, the connection problem and the description of the Stokes multipliers for irregular singular case. For KZ type equation, which comes from mathematical physics and plays an important role, we succeeded to define the multiplicative middle convolution, and gave an effective way to construct monodromy recursively. We also formulated the connection problem in higher dimensional case in a natural way. For integrable systems with irregular singularities, we gave effective methods to compute the asymptotic behaviors and Stokes multipliers.

研究分野：複素領域における微分方程式

キーワード：モノドロミー Katz理論 KZ方程式 接続係数 共形場理論 不確定特異性 ストークス係数 漸近展開

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

N. M. Katz による rigid 局所系の理論 [1] は Fuchs 型常微分方程式の研究に大きな進展をもたらした。Katz 理論は、微分方程式を特異点における局所挙動が固定された場合の変形可能性の立場から見る理論であり、解の積分変換に由来する middle convolution という具体的な操作を通して、Fuchs 型常微分方程式全体の空間に精密な構造が入ることを明らかにした。Katz 理論はその後不確定特異点を持つ常微分方程式の理論、あるいは単独高階型の微分方程式の理論へと拡張され、それぞれめざましい成果を生み出した。研究代表者は以前から Katz 理論の高次元化の重要性を認識し、多変数の完全積分可能系に対する middle convolution の定式化など、高次元化の基礎となる研究を続けてきていた ([2])。

完全積分可能系については、holonomic 系の理論として、不確定特異性を持つ場合を含む Riemann-Hilbert 対応の確立など、基盤的な理論整備が進められていた。また線形常微分方程式の変形理論は、変形方程式として得られる Painlevé 方程式の解析をはじめ盛んに研究され、特に線形常微分方程式のなす moduli 空間の代数幾何学的構造が変形方程式の解の解析的構造を規定する様子が明らかになるなど、大きな成果が得られていた。線形常微分方程式の変形理論は完全積分可能系の理論ととらえることもでき、moduli 空間の構造の解析が完全積分可能系の研究においても重要であることが明らかになってきたと考えられる。また一方、GKZ 超幾何関数をはじめとする様々な多変数超幾何関数の研究も盛んに行われ、完全積分可能系の個々の解が代数幾何学・微分幾何学・位相幾何学・表現論・数理物理学などと深く関わる様子が調べられた。

もう一つ重要な背景として、場の量子論が数学と物理学の新しい交流を引き起こしたことが挙げられる。特に共形場理論は KZ 方程式など多くの完全積分可能系を与え、表現論の立場から詳しく調べられてきた。共形場理論は AGT 対応を通して 4 次元ゲージ理論と結びつき、また W 代数の理論も整備されてきて、多くの新しい進展が現れていた。

不確定特異性を持つ完全積分可能系については、真島が強漸近展開の概念に基づいて理論の基盤を作り [3]、その後望月、Sabbah らの研究が続く。一方具体的な完全積分可能系の構成は難しい問題で、具体例を精査することによる理論構築が不十分であるように思われた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、まず高次元化された Katz 理論を整備すること、そしてその理論を用いて完全積分可能系についての幾何学的な研究を展開することである。

Katz 理論の主要部分は、rigidity (変形不可能性) と middle convolution である。Rigidity は、特異点集合の各既約成分における局所挙動 特性指数などを指定したときの変形可能性であり、moduli 空間の次元として定式化される。高次元の場合には、rigidity は特異点集合の位相幾何学的情報によって規定される。特異点集合の位相的性質は多様であることから、1 次元の場合のような rigidity 指数による記述は不可能と考えられる。しかし個々の場合には rigidity を測ることは可能であり、それに基づいた大域解析が可能と考えられる。このような rigidity に基づいた解析手法を構築することが一つの目的となる。また middle convolution については、前述のように高次元化を求める研究を進めてきた。この研究をさらに進め、middle convolution という操作によって大域解析的な量がどのように伝わっていくかを解明することが重要で、それにより高次元 Katz 理論を整備していく。

高次元 Katz を整備するのと並行して、完全積分可能系の moduli 空間の構造の解明を Katz 理論を用いることで進める。理論面では、middle convolution を moduli 空間の間の写像ととらえ、同じく moduli 空間の間の写像ととらえられる特異点集合への制限や合流操作との関わりを調べるといった基本的な問題に取り組む。それと並行して、具体的な完全積分可能系に対して middle convolution、特異点集合への制限、合流といった操作を用いた解析を行い、抽象的に考えるだけでは気付きにくい完全積分可能系の微細な構造の解明を進める。

本研究のテーマは数学・物理学の諸分野に関わりを持つ。諸分野の関連する研究成果を取り入れ、また本研究の切り口で諸分野の研究を見直すことで、お互いに新しい展望を築いていくことも目的の一つとする。

3. 研究の方法

本研究は理論的考察、具体例の研究、諸分野との研究交流を通して行うものである。これらはいずれもお互いに深く関わり合うもので、並行して行うことで着想や手法に広がりをもたらされると考える。

具体的な完全積分可能系として、KZ 型完全積分可能系を中心的に扱う。KZ 型完全積分可能系は middle convolution との関わり方が自然で、また特異点集合への制限・合流操作などへの振る舞いも調べやすく、さらに物理学との関わりも見やすい。類似の特異点集合を持つ Lauricella 超幾何微分方程式など周辺の例も含めて、総合的に研究を進める。他方、特異点集合の複雑さが完全積分可能系に与える影響を見ることも重要なので、自由因子などの超曲面

を特異点集合とするような完全積分可能系の構成とその解析を進める。

研究交流のため毎年2回程度研究会を開催し、最近の研究成果を取り入れ、数学・物理学の関係する諸分野の着想・手法などを学ぶ。この活動は若手研究者に発表の機会を与えて、将来を担う研究者を育成することも目指している。また自由因子や共形場理論など、本研究と深く関わる関連分野については、それらの分野の国内外の研究者と連絡を取り、研究情報の共有や共同研究を目指す。

4. 研究成果

(1) 完全積分可能系の rigidity の研究

完全積分可能系においては、その特異点集合となる超曲面の補空間の基本群が重要な役割を果たす。モノドロミー表現はこの基本群の表現であるので、モノドロミー表現すなわち解の多価性は基本群に大きく規定される。さらに局所モノドロミーを指定すると基本群の表現類が本質的に決まることが多く、この性質を rigidity というのであった。本研究においては、局所モノドロミーのスペクトル型を指定することで表現類がどの程度決まってしまうかという問題を考え、KZ型で階数が3および4の場合 (Appell 超幾何関数に対応する場合) と、自由因子を特異点集合に持ち階数が3の場合の完全積分可能系について取り組んだ。いずれの場合も rigidity が示されたが、さらに興味深いことに、スペクトル型を指定するだけで特性指数の間に関係式が課される場合があり、これは常微分方程式における Fuchs の関係式とは全く性質の異なる基本群由来の関係式ととらえるべきものと思われる。モノドロミー不変2次形式の構成も行った。

(2) 完全積分可能系の接続問題

接続問題は大域解析における基本的な問題であり、完全積分可能系に対してもこれまでいくつか注目すべき結果が得られている。本研究では、局所モノドロミーを特異超曲面の既約成分に付随するものととらえることで、完全積分可能系の接続問題の自然な定式化を行った。常微分方程式の場合と異なり特異超曲面の既約成分は幾何学的広がりを持つため、既約成分同士が交わりを持つ場合もある。その交わりが正規交叉の場合、その交点における局所解 (Gérard および吉田-高野による) を接続問題の視点からとらえることができる。この操作を自明化と呼び、高次元における接続問題の基本操作として提唱した。交わりが正規交叉でない場合には、部分的な自明化と本質的な接続問題の組合せとなる。具体例として、Appell の F_1, F_2 について接続問題を考え、自明化および積分表示を用いた接続係数の記述を行った。

(3) KZ 型完全積分可能系の乗法的 middle convolution

A 型の KZ 型完全積分可能系は、特異超曲面が対角線集合ということで特徴付けられる。その補空間の基本群は pure braid group であり、その表示 (特に生成元) は知られている。モノドロミー表現を考察するときには基本群を把握することが必要不可欠である。するとこの場合にはさらに進んでモノドロミーに対する middle convolution (乗法的 middle convolution) を調べることができるのではないかと考えた。加法的 middle convolution についてはすでに構成していたので、それと整合するように乗法的 middle convolution を構成するのが基本的な問題である。すなわち加法的 middle convolution で構成された完全積分可能系のモノドロミー表現を、元の完全積分可能系のモノドロミー表現から代数的に構成したいと考える。加法的 middle convolution は Riemann-Liouville 変換という積分変換なので、結果として得られる完全積分可能系は元の完全積分可能系の解を用いた積分表示を持つ。積分路 (1-chain) をうまく採ることで解の基本系を構成し、基本群の元の作用に対する積分路の変化を記述すればモノドロミー表現が得られる。以上は常微分方程式の場合に [4] で行われた方法で、これを高次元の場合に実現する。高次元空間における解析接続を精密に記述し、pure braid group の生成元の間関係式を必要に応じて作り出すことで、乗法的 middle convolution の構成方法を見出すことができた。

高次元の場合、加法的 middle convolution によって特異超曲面は一般に変化する。すなわち新しい既約成分が加わる可能性がある。しかし KZ 型の場合にはそのような変化は起きないので、基本群の記述をはじめ調べやすい状況なのであった。一般に特異超曲面を指定して加法的および乗法的 middle convolution を記述するという問題が考えられるが、基本群に関する知識がある程度あれば取り組める可能性がある。重要で興味深い問題と考えられる。

特異超曲面が次数の高い既約成分を持つ場合には、加法的 middle convolution を定式化する場合に対称関数を用いた対称化の操作が必要になると考えられる。その場合を研究するための基礎として、微分対称多項式に関する基本定理を証明した。

(4) 共形場理論と Katz 理論

数理論理学、特に共形場理論からは興味深い微分方程式が多く得られる。そしてそこに現れる物理学的条件がときには数学に新しい概念をもたらす。KZ 型完全積分可能系もそのような微分方程式の1つであった。Virasoro 共形場理論はよく調べられていて、多くの重要な結果を数学・物理学にもたらしている。その先にあるものとして、W 代数の表現に関する共形場理論が考えられている。その全貌はまだ明らかになっていないと思われるが、具体例ではいくつか興味深い微分方程式が得られている。そのうちの1つのある6階の微分方程式について、Katz 理論を適用した解析が可能であることがわかり、物理学者と共同で研究を行った。解の積分表示を Katz 理論により構成することができ、それを元にモノドロミー表現の記述、モノドロミ

—不変 Hermite 形式の構成を行い，相関関数と構造定数を求めることができた。このように調べられる方程式はまだたくさんあるであろうし，この研究の手法をさらに発展させてある程度普遍性のある研究手法を確立することも期待される。特にホモロジーの交点理論と Katz 理論を組み合わせる手法が有望と考えられる。

(5) 不確定特異性を持つ完全積分可能系の漸近解析・大域解析

不確定特異性を持つ完全積分可能系については，具体例を作ることが難しく，抽象的な議論に留まっているのではないかと不満があった。しかし高次元 Katz 理論を適用することで，具体例を組織的に作り出すことができるようになり，精密な研究が可能になってきたと考えられる。本研究では Katz 理論を適用して階数 4 の不確定特異性を持つ完全積分可能系を構成し，その漸近解析・大域解析を試みた。Katz 理論を適用したため解の積分表示は構成できるのだが，その積分は多重積分となり，また被積分関数に現れる多価関数には共鳴が現れる。そのような積分に対して漸近解析・大域解析を調べる研究はあまりなされていないように思われた。真島による強漸近展開を多重積分からどのように求めるか，というのが第 1 の課題であり，共鳴がある場合に Stokes 係数をどのように求めればよいか，というのが第 2 の課題となる。第 1 の課題については，通常の Taylor 展開とは別の，強漸近展開の発想に合わせた被積分関数の展開を構成することで解決できた。第 2 の課題についてであるが，積分領域（サイクル）間の関係式を求めるとき，通常用いられる青本の方法（1 次元サイクルの関係式に帰着させる方法）では，共鳴のため十分な数の関係式が得られないことがわかった。そこで共鳴現象を逆利用して高次元サイクルの関係式を作るという発想を得，解決することができた。これらの解法は一般化できるもので，標準的な解析手法となることが期待される。なお漸近展開を考えたときの多重角領域の取り方についても，抽象論では気づけなかった精密な取り方が必要であることもわかった。なおこの研究は継続中である。

<引用文献>

[1] N. M. Katz, Rigid local systems, Annals of Mathematics Studies, No.139, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1996.

[2] 原岡喜重, 複素領域における線形微分方程式, 数学書房, 2015; Y. Haraoka, Linear differential equations in the complex domain - From classical theory to forefront -, Lecture Notes in Mathematics, No.2271, Springer, 2020.

[3] H. Majima, Asymptotic analysis for integrable connections with irregular singular points, Lecture Notes in Mathematics, NO.1075, Springer-Verlag, 1984.

[4] M. Dettweiler and S. Reiter, Middle convolution of Fuchsian systems and the construction of rigid differential systems, Journal of Algebra, 318 (2007), 1-24.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計26件（うち査読付論文 25件 / うち国際共著 4件 / うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Yoshishige Haraoka	4. 巻 294
2. 論文標題 Multiplicative middle convolution for KZ equations	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematische Zeitschrift	6. 最初と最後の頁 1787-1839
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-019-02322-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yoshishige Haraoka	4. 巻 12
2. 論文標題 On Oshima's middle convolution	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Josai Mathematical Monographs	6. 最初と最後の頁 19-51
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Vladimir Belavin, Yoshishige Haraoka, Raoul Santachiara	4. 巻 365
2. 論文標題 Rigid Fuchsian systems in 2-dimensional conformal field theories	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Commun. Math. Phys.	6. 最初と最後の頁 17-60
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-018-3274-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Yoshishige Haraoka	4. 巻 -
2. 論文標題 Holonomic systems	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 "Analytic, Algebraic and Geometric Aspects of Differential Equations", Trends in Mathematics	6. 最初と最後の頁 59-87
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-52842-7_2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yoshishige Haraoka	4. 巻 -
2. 論文標題 Connection problem for regular holonomic systems in several variables	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 "Analytic, Algebraic and Geometric Aspects of Differential Equations", Trends in Mathematics	6. 最初と最後の頁 337-350
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-52842-7_8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yoshishige Haraoka and Toshiya Matsumura	4. 巻 28
2. 論文標題 Three-dimensional representations of braid groups associated with some finite complex reflection groups	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Int. J. Math.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0129167X17501099	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kousuke Iida and Yoshishige Haraoka	4. 巻 30
2. 論文標題 Symmetric differential polynomials	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Kumamoto J. Math.	6. 最初と最後の頁 7-14
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 大島利雄	4. 巻 -
2. 論文標題 Riemann球面上の複素常微分方程式と多変数超幾何関数	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Fourteenth Oka Symposium, 講義録	6. 最初と最後の頁 53-97
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Mimachi	4. 巻 70
2. 論文標題 Monodromy representations associated with the generalized hypergeometric function ${}_nF_{n-1}$ and their reducibility	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Kyushu J. Math.	6. 最初と最後の頁 105-129
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2206/kyushujm.70.105	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Mimachi and M. Noumi	4. 巻 70
2. 論文標題 Solutions in terms of integrals of multivalued functions for the classical hypergeometric equations and the hypergeometric system on the configuration space	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Kyushu J. Math.	6. 最初と最後の頁 315-342
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2206/kyushujm.70.315	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Mimachi	4. 巻 70
2. 論文標題 On a fundamental set of solutions to the generalized hypergeometric equation ${}_nE_n$ represented by integrals of Euler type	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Kyushu J. Math.	6. 最初と最後の頁 375-399
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2206/kyushujm.70.375	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Mimachi and T. Sasaki	4. 巻 27
2. 論文標題 The hypergeometric systems and the contiguity operators on the Grassmannian manifold and on the associated configuration space	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 International J. Math.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0129167X16500567	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masahiko Yoshinaga and Pauline Bailet	4. 巻 14
2. 論文標題 Vanishing results for the Aomoto complex of real hyperplane arrangements via minimality	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Singularities	6. 最初と最後の頁 74-90
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5427/jsing.2016.14e	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Fumiharu Kato	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 On Henselian Rigid Geometry	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Taiwanese J. Math.	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11650/tjm/7989	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Daniel Allcock and Fumiharu Kato	4. 巻 69
2. 論文標題 A fake projective plane via 2-adic uniformization with torsion	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Tohoku Math. J.	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hironobu Kimura and Damiran Tseveennamjil	4. 巻 46
2. 論文標題 Confluence of general Schlesinger systems and Twistor theory	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Hiroshima Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 289-309
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yoshishige Haraoka and Tatsuya Kikukawa	4. 巻 35
2. 論文標題 Rigidity of monodromies for Appell's hypergeometric functions	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Opuscula Mathematica	6. 最初と最後の頁 567-594
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7494/OpMath.2015.35.5.567	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Toshio Oshima	4. 巻 35
2. 論文標題 Katz's middle convolution and Yokoyama's extending operation	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Opuscula Mathematica	6. 最初と最後の頁 665-688
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7494/OpMath.2015.35.5.665	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Katsuhisa Mimachi and Takeshi Sasaki	4. 巻 69
2. 論文標題 Reducibility of the systems of differential equations satisfied by Appell's F_2 , F_3 and F_4	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Kyushu J. Mathematics	6. 最初と最後の頁 429-435
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2206/kyushujm.69.429	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Katsuhisa Mimachi	4. 巻 70
2. 論文標題 Monodromy representations associated with the generalized hypergeometric function ${}_nF_{n+1}$ and their reducibility	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Kyushu J. Mathematics	6. 最初と最後の頁 105-129
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2206/kyushujm.70.105	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 P. Bailet and M. Yoshinaga	4. 巻 175
2. 論文標題 Degeneration of Orlik-Solomon algebras and Milnor fibers of complex line arrangements	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Geometriae Dedicata	6. 最初と最後の頁 49-56
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10711-014-0027-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Torielli and M. Yoshinaga	4. 巻 11
2. 論文標題 Resonant bands, Aomoto complex, and real 4-nets	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Journal of Singularities	6. 最初と最後の頁 33-51
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5427/jsing.2015.11b	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 H. Schenck, H. Terao and M. Yoshinaga	4. 巻 未定
2. 論文標題 Logarithmic vector fields for curve configurations in \mathbb{P}^2 with quasihomogeneous singularities	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Math. Res. Letters	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Yoshinaga	4. 巻 未定
2. 論文標題 Worpitzky partitions for root systems and characteristic quasi-polynomials	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Tohoku Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Gunther Cornelissen, Fumiharu Kato, Janne Kool	4. 巻 361
2. 論文標題 A combinatorial Li-Yau inequality and rational points on curves	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Math. Ann.	6. 最初と最後の頁 211-258
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-014-1067-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Daniel Allcock, Fumiharu Kato	4. 巻 未定
2. 論文標題 A fake projective plane via 2-adic uniformization with torsion	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Tohoku Math J.	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計47件 (うち招待講演 36件 / うち国際学会 23件)

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Asymptotic analysis for a confluent KZ type equatio
3. 学会等名 研究集会「OPSA2019」(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Effective methods in asymptotic analysis in several variables
3. 学会等名 研究集会「FASFE19」(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Global analysis of Pfaffian systems of regular and irregular singular type
3. 学会等名 研究集会「Differential systems: from theory to computer mathematics」(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Katz theory in several variables
3. 学会等名 Groupe de Travail on differential equations in Paris(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 原岡喜重
2. 発表標題 KZ方程式の乗法的middle convolution
3. 学会等名 研究集会「アクセサリー・パラメーター研究会」(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 原岡喜重
2. 発表標題 合流型KZ方程式の漸近解析
3. 学会等名 研究集会「複素領域における微分方程式とその周辺」(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Asymptotic analysis for a confluent KZ equation in two variables
3. 学会等名 研究集会「Complex Differential and Difference Equations」(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 原岡喜重
2. 発表標題 Katz 理論と不確定型多変数完全積分可能系
3. 学会等名 研究集会「微分方程式と表現論」(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Middle convolution of monodromy for KZ type equation
3. 学会等名 Formal and Analytic Solutions of Diff. Equations (FASdiff17)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 原岡喜重
2. 発表標題 KZ方程式に対する乗法的 middle convolution
3. 学会等名 第6回北海道特殊関数セミナー(招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 原岡喜重
2. 発表標題 アクセサリー・パラメーターを持たない方程式, 持つ方程式
3. 学会等名 研究集会「複素微分方程式の楽しみ」(招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Katz theory on rigid local systems and its extension to KZ equations
3. 学会等名 Seminar, Geometry and Mathematical Physics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 原岡喜重
2. 発表標題 Middle convolution for logarithmic forms
3. 学会等名 研究集会「複素領域における関数方程式とその周辺」(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 原岡喜重
2. 発表標題 Fuchs型方程式の接続問題
3. 学会等名 アクセサリー・パラメーター研究会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Katz theory for KZ type equations and deformation
3. 学会等名 Asymptotic and Computational Aspects of Complex Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 原岡喜重
2. 発表標題 極小曲面とアクセサリー・パラメーター
3. 学会等名 アクセサリー・パラメーター研究会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 大島利雄
2. 発表標題 KZ型超幾何系の変換と解析
3. 学会等名 表現論と非可換調和解析をめぐる諸問題
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 大島利雄
2. 発表標題 KZ型超幾何微分方程式のmiddle convolutionについて
3. 学会等名 アクセサリー・パラメータ研究会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 大島利雄
2. 発表標題 KZ型方程式の解析
3. 学会等名 超幾何方程式研究会2017
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 大島利雄
2. 発表標題 KZ型方程式の変換と完全積分可能条件
3. 学会等名 2016年度表現論ワークショップ
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 大島利雄
2. 発表標題 リジッドなフックス型方程式のsemi local monodromyやKZ型方程式のスペクトル型の計算,
3. 学会等名 アクセサリー・パラメータ研究会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 三町勝久
2. 発表標題 Even-Odd family の解に関連する多重積分
3. 学会等名 アクセサリー・パラメーター研究会 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Masahiko Yoshinaga
2. 発表標題 Euler characteristics in enumerative combinatorics
3. 学会等名 Asian Mathematical Conference (AMC 2016) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Masahiko Yoshinaga
2. 発表標題 Hyperplane arrangements and the Eulerian polynomial
3. 学会等名 Summer Conference on Hyperplane Arrangements(SCHA) in Sapporo (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Masahiko Yoshinaga
2. 発表標題 The Euler characteristic reciprocity for order polynomials
3. 学会等名 The 4th Franco-Japanese-Vietnamese Singularities (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 原岡喜重
2. 発表標題 Regular holonomic系の接続問題
3. 学会等名 研究集会「アクセサリー・パラメーター研究会」
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Holonomic systems
3. 学会等名 School 「Analytic, Algebraic and Geometric Aspects of Differential Equations」 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Connection problem for regular holonomic systems
3. 学会等名 研究集会 「Analytic, Algebraic and Geometric Aspects of Differential Equations」 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Connection problem for regular holonomic systems
3. 学会等名 研究集会 「Algebraic analytic methods in complex partial differential equations」 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Yoshishige Haraoka
2. 発表標題 Three dimensional representations of braid groups associated with complex reflection groups
3. 学会等名 研究集会 「International Conference of Partial Differential Equations: General Theory and Variational Problems」 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 山城拓也, 原岡喜重
2. 発表標題 3つのカuspを持つ既約4次曲線を特異点集合に持つホロノミック系
3. 学会等名 日本数学会年会, 函数方程式論分科会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 原岡喜重
2. 発表標題 複素鏡映群に関するbraid群の表現について'
3. 学会等名 日本数学会年会, 無限可積分系セッション
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 T. Oshima
2. 発表標題 Hypergeometric functions with several variables
3. 学会等名 研究集会「Algebraic analytic methods in complex partial differential equations」(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 T. Oshima
2. 発表標題 Linear ordinary differential equations in the complex domain and hypergeometric systems
3. 学会等名 研究集会「Microlocal Analysis and Singular Perturbation Theory」(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 大島利雄
2. 発表標題 多項式係数の線型常微分方程式と多変数超幾何函数
3. 学会等名 名古屋大学談話会 (招待講演)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 大島利雄
2. 発表標題 リーマン球面上の複素常微分方程式と多変数超幾何函数
3. 学会等名 岡シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 T. Oshima
2. 発表標題 Reducibility of hypergeometric equations
3. 学会等名 研究集会「Algebraic analytic methods in complex partial differential equations」 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 T. Oshima
2. 発表標題 First order differential equations
3. 学会等名 研究集会「International Conference of Partial Differential Equations: General Theory and Variational Problems」 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 大島利雄
2. 発表標題 多変数超幾何微分方程式の可約性について
3. 学会等名 研究集会「アクセサリー・パラメータ研究会」
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 M. Yoshinaga
2. 発表標題 超平面配置の特性多項式
3. 学会等名 広島大学談話会（招待講演）
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 M. Yoshinaga,
2. 発表標題 超平面配置とオイラー多項式
3. 学会等名 代数セミナー（招待講演）
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 M. Yoshinaga
2. 発表標題 超平面配置とオイラー多項式
3. 学会等名 幾何学・組合せ論に現れる環と代数構造（招待講演）
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 M. Yoshinaga
2. 発表標題 Functorizations of enumerative problems
3. 学会等名 Hokkaido University - KAIST (ASARC) Joint Workshop Algebra and Geometry (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 M. Yoshinaga
2. 発表標題 Euler characteristic reciprocity for chromatic and order polynomials
3. 学会等名 SINGULARITIES AND TOPOLOGY (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 M. Yoshinaga
2. 発表標題 Euler characteristics in enumerative combinatorics
3. 学会等名 Colloquium, Université de Bourgogne (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 M. Yoshinaga
2. 発表標題 Linial arrangements and Eulerian polynomials
3. 学会等名 Special Session on Topology and Combinatorics of Arrangements (in honor of Mike Falk), Spring Eastern Sectional Meeting State University of New York at Stony Brook (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Fumiharu Kato
2. 発表標題 On Henselian rigid geometry
3. 学会等名 Conference “Algebraic Geometry in East Asia 2016” (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計3件

1. 著者名 Yoshishige Haraoka	4. 発行年 2020年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 394 + xiii
3. 書名 Linear differential equations in the complex domain: from classical theory to forefront	

1. 著者名 原岡喜重	4. 発行年 2015年
2. 出版社 数学書房	5. 総ページ数 378
3. 書名 複素領域における線形微分方程式	

1. 著者名 吉永正彦	4. 発行年 2016年
2. 出版社 周期と実数の0-認識問題: Kontsevich-Zagierの予想	5. 総ページ数 193
3. 書名 数学書房	

〔産業財産権〕

〔その他〕

<http://www.sci.kumamoto-u.ac.jp/~haraoka/index-j.html>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
連携研究者	大島 利雄 (Oshima Toshio) (50011721)	城西大学・理学部・教授 (32403)	
連携研究者	三町 勝久 (Mimachi Katsuhisa) (40211594)	大阪大学・情報科学研究科・教授 (14401)	
連携研究者	吉永 正彦 (Yoshinaga Masahiko) (90467647)	北海道大学・理学系研究院・准教授 (10101)	
連携研究者	木村 弘信 (Kimura Hironobu) (40161575)	熊本大学・自然科学研究科・教授 (17401)	
連携研究者	加藤 文元 (Kato Fumiharu) (50294880)	東京工業大学・理学院・教授 (12608)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計2件

国際研究集会 Workshop on Accessory Parameters	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 School and Conference "Analytic, Algebraic and Geometric Aspects of Differential Equations"	開催年 2015年～2015年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
France	LPTMS, CNRS			
Russia	Lebedev Physical Institute			