

令和 4 年 6 月 16 日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2015～2019

課題番号：15H03634

研究課題名(和文) 証明可能性の相転移と逆数学の超臨界

研究課題名(英文) Phase transitions of provability and supercritical propositions of reverse mathematics

研究代表者

田中 一之(Tanaka, Kazuyuki)

東北大学・理学研究科・名誉教授

研究者番号：70188291

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,900,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、数学基礎論の新しい不完全性現象を解明することにより、「証明」のダイナミズムについて多角的な知見を得ることを目的とする。研究開始当初の背景には、定理に挿入するパラメータの変化によって証明可能性と不可能性の相転移が生じる現象の発見や、通常の公理系で証明できない無限ゲームの決定性などの超臨界命題の研究の深化があった。研究期間の前半では5つの小課題に分けて研究を進め、後半は次の3つの小テーマに組み替えて成果を整理した。(1) 逆数学と超準的手法。(2) 開ゲームとWeihrauch次数。(3) ランダム決定木のクエリ複雑さ。

研究成果の学術的意義や社会的意義

毎年50名程度の国際研究集会CTFMおよび種々の勉強会を開催した。第一線の研究者を海外から招いて本研究の進捗について随時アドバイスをするとともに、若手研究者が国際舞台に立つ後押しをした。この間、数学基礎論を専門とする3人の博士と10人強の修士を指導した。そして、本研究の成果を踏まえて、教科書『数学基礎論序説』(裳華房 2019)と『計算理論と数理論理学』(共立出版 2022)を上梓し、また関連の論文を集めた『Computability Theory and Foundations of Mathematics』(World Scientific 2022)を編纂した。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this study is to obtain multidimensional perspectives on the dynamism of "proof" by elucidating new incompleteness phenomena in the foundations of mathematics, e.g. the phase transition between provability and unprovability induced by parameters inserted in theorems, and supercritical propositions such as the determinacy of infinite games which cannot be proved by ordinary axioms. During the first half of the plan, we proceeded the research in five sub-themes. In the latter half, we rearranged into the following three sub-themes and obtained remarkable results. (1) Reverse mathematics and non-standard methods. (2) Open game and Weihrauch degrees. (3) Query complexity of random decision trees.

研究分野：数学基礎論

キーワード：逆数学 証明論 計算可能性理論 超準モデル ゲームの決定性 ランダム決定木

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

研究代表者は、数学の様々な基本定理に対してそれらを証明するのに必要十分な公理(系)を探索する逆数学プログラムに長年携わってきた。近年、A. Weiermann が逆数学に関連する研究として、定理に挿入するパラメータの変化によって証明可能性と不可能性の相転移が生じるという現象を発見し、彼の下で博士課程を修了した Pelupessy が代表者らとの共同研究のために学振研究員として来日した。また、代表者が先鞭をつけた無限ゲームの決定性に関する超臨界性の研究を Montalban と Shore が大きく発展させた。本研究の目的は、それらの不完全性現象の発見と探求を動機として、「証明」のダイナミズムについて多面的な知見を得ることにある。

当初、研究代表者と研究室の学生は、Pelupessy らと協力して Paris-Harrington の種々の変形について分析を行った。また、代表者らは、ゲームの決定性(必勝法の存在)について、ヨーロッパの計算機科学系の研究と結合する独自の方向性を模索し、かつ Blackwell ゲームへの発展を目指しながら、その特殊ケースであるランダム決定木について研究を進めた。そのような研究を端緒として、「証明」に関する多角的研究を行う計画を立てた。

### 2. 研究の目的

本研究は、数学基礎論の新しい不完全性現象を解明することにより、「証明」のダイナミズムについて多面的な知見を得ることを目的とする。大きな理念は次の3つである。1. Enayat と Wang が開発した強制法の翻訳を用いて、指標関数を用いた保存性証明から具体的な証明の書き換え手続きを与え、Ramsey の定理や採集原理を用いた証明を帰納法公理のみを用いた証明に多項式サイズで変換する手続きを開発する。2. 無限ゲームの決定性(必勝法の存在)は、通常の体系で真偽が判定できない超臨界命題の代表である。開ゲームの決定性などを Weihrauch 束を用いて分析し、異なる原理に分裂する。3. ゲームの超臨界性が研究される一方、ゲームの動作の定義を制限することで、決定性が計算可能になる場合もわかってきたので、この結果を精密化し  $\mu$  計算との関係を調べる。

数理論理学は、我が国では研究者があまり多い分野ではないが、代表者の研究室には、ヨーロッパからの学振 PD が2名と、留学生も常時複数滞在していて、将来を担うユニバーサルな人材を育成する環境が整っており、世界の同業研究者からの評価も高い。しかし、さらなる発展のためにはもっと広く社会の理解を得ておく必要があると認識し、そのため大学外でも一般向けの講演を行ったり、商業誌に解説記事を書いたり、入門書を出版したりすることも研究の一環と位置づけて真剣に取り組む。

### 3. 研究の方法

研究計画の前半は、次の5つの小課題に分けて研究を進め、後半では研究成果が明確に示せるように、課題間の関係を再検討して研究結果を整理する。

1. 証明可能性の相転移。代表者の研究室の学生と Pelupessy は、Paris-Harrington の定理などにパラメータを挿入した命題について証明論的強さを調べる。2. 逆数学と超準的手法。体系  $\text{WKLO}$  に対し自己埋め込み定理を応用した代表者の超準的方法是、そのまま他の体系に一般化できない。最近 Enayat と Wang は、Avigad による強制法の翻訳を用いた新技術を開発した。これにより、指標関数を用いた保存性証明から具体的な証明の書き換え手続きを得る見通しが立ち、Ramsey の定理や採集原理を用いた証明を変換する方法も可能になった。3. 超臨界命題。無限ゲームの決定性(必勝法の存在)は、通常の体系で真偽が判定できない超臨界命題の代表であり、近年米国で高階逆数学による分析結果が多く得られている。それらの仕事と、ヨーロッパで盛んなモデル検査の技法を融合する。4. 乱択計算における Yao の原理は、どんな乱択アルゴリズムも、最悪の入力分布に対しては、決定性アルゴリズムの期待値よりも効率良くならないことを示すものである。より一般的な木構造や重み付きの木に対する乱択クエリ複雑性について検討する。5. 旧来の逆数学と構成的逆数学を統合する視点において、定理の一樣計算可能性を測定する道具である Weihrauch 束が有用であり、開ゲームの決定性、完全集合定理などを Weihrauch 束を用いて分析する。

### 4. 研究成果

以下のような3つのテーマに組み替えて、研究結果を整理した。

1. 逆数学と超準的手法. 分担者の横山らは、超準モデル理論における Paris らの指標関数の手法を拡張し、そこに証明論における Ketonen/Solovay による順序数解析手法、再帰理論における Cholak/Jockusch/Slaman らの Mathias 強制法を組み入れることで、2次元 Ramsey の定理を特徴付ける関数のクラスが原始再帰的関数のクラスと一致することを示した。この融合手法を応用して、さらに多くの組み合わせ命題の証明論的強さを調べた。また、Enayat と Wang による Avigad の強制法を応用する技法を用い、Ramsey の定理や採集原理を用いた証明を帰納法公理のみを用いた証明に多項式サイズで変換できることを示した。

2. Weihrauch 次数と開ゲーム. 分担者の木原らは、2階算術における算術的超限再帰 (ATR) 周辺に相応する Weihrauch 次数の理論を整備し、この文脈で ATR,  $\Delta^1_1$ -選択公理,  $\Delta^1_1$ -従属選択公理などがどのような関係になるかの調査を行った。また、Stillwell の提示していた領域不変性定理の逆数学の問題に解決を与えた。

3. 代表者らは、ランダム決定木に対する決定性アルゴリズムによる最小クエリコストを最大化する入力確率分布 (固有分布) を様々な状況で特定する研究を行い、AND-OR 均整木 (多分岐) において固有独立分布 (ID) は独立同分布 (IID) になることを証明した。その結果をさらに非均整木に一般化する結果を得た。量子決定木の複雑さを特定する研究に向けて、測定ベースの量子計算に関する研究も行った。

本研究の成果の発表および討論の場として、ほぼ毎年50名程度の国際研究集会 CTFM および種々の勉強会を開催した。とくに、2019年3月に中国の武漢理工大学で開催した CTFM 2019 は、本研究の総合報告会を兼ねていて、そこでの発表・討論の話題から特に出版する価値のある結果を選んで、2019年度中に論文集を出版する予定であった。しかし、新型コロナ・ウィルスの蔓延により、編集会議は順延を繰り返し、漸く2022年夏の出版が決まった。  
<https://doi.org/10.1142/12917>

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計27件（うち査読付論文 25件 / うち国際共著 24件 / うちオープンアクセス 5件）

1. 著者名 Kihara Takayuki, Montalban Antonio	4. 巻 371
2. 論文標題 On the structure of the Wadge degrees of bqo-valued Borel functions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Transactions of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 7885 ~ 7923
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/7621	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 KIHARA TAKAYUKI	4. 巻 84
2. 論文標題 ON A METRIC GENERALIZATION OF THE $tt$ -DEGREES AND EFFECTIVE DIMENSION THEORY	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 The Journal of Symbolic Logic	6. 最初と最後の頁 726 ~ 749
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/jsl.2019.18	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kihara Takayuki	4. 巻 8
2. 論文標題 The Brouwer invariance theorems in reverse mathematics	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Forum of Mathematics, Sigma	6. 最初と最後の頁 1 ~ 12
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/fms.2020.52	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 DING LONGYUN, KIHARA TAKAYUKI, SEMMES BRIAN, ZHAO JIAFEI	4. 巻 85
2. 論文標題 DECOMPOSING FUNCTIONS OF BAIRE CLASS ON POLISH SPACES	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 The Journal of Symbolic Logic	6. 最初と最後の頁 960 ~ 971
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/jsl.2020.57	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 D' AURIAC PAUL-ELLIOT ANGL?S、 KIHARA TAKAYUKI	4. 巻 86
2. 論文標題 A COMPARISON OF VARIOUS ANALYTIC CHOICE PRINCIPLES	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 The Journal of Symbolic Logic	6. 最初と最後の頁 1452 ~ 1485
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/jsl.2021.37	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Davis Caleb、 Hirschfeldt Denis R.、 Hirst Jeffry、 Pardo Jake、 Pauly Arno、 Yokoyama Keita	4. 巻 9
2. 論文標題 Combinatorial principles equivalent to weak induction	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Computability	6. 最初と最後の頁 219 ~ 229
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3233/com-180244	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fernandez-Duque David、 Shafer Paul、 Yokoyama Keita	4. 巻 26
2. 論文標題 Ekeland 's variational principle in weak and strong systems of arithmetic	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Selecta Mathematica	6. 最初と最後の頁 1 ~ 38
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00029-020-00597-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 NIES ANDRE、 TRIPLETT MARCUS A.、 YOKOYAMA KEITA	4. 巻 86
2. 論文標題 THE REVERSE MATHEMATICS OF THEOREMS OF JORDAN AND LEBESGUE	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 The Journal of Symbolic Logic	6. 最初と最後の頁 1657 ~ 1675
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/jsl.2021.16	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Peng Weiguang, Peng NingNing, Tanaka Kazuyuki	4. 巻 24
2. 論文標題 The Eigen-Distribution for Multi-Branching Weighted Trees on Independent Distributions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Methodology and Computing in Applied Probability	6. 最初と最後の頁 277 ~ 287
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11009-021-09849-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yijia Chen, Moritz Mueller and Keita Yokoyama	4. 巻 33
2. 論文標題 A parameterized halting problem, the linear time hierarchy, and the MRDP theorem	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of the 33rd Annual ACM/IEEE Symposium on Logic in Computer Science	6. 最初と最後の頁 235 ~ 244
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3209108.3209155	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 T. Kihara, A. Marcone, and A. Pauly	4. 巻 3
2. 論文標題 Searching for an analogue of ATR_0 in the Weihrauch lattice	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Symbolic Logic	6. 最初と最後の頁 1006 ~ 1043
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/jsl.2020.12	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 T. Kihara and A. Pauly	4. 巻 11436
2. 論文標題 Finite choice, convex choice and sorting	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of TAMC 2019, Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 378 ~ 393
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-14812-6_23	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 W. Li, Y. Omata and K. Tanaka	4. 巻 2083
2. 論文標題 Alternation hierarchies and fragments of modal mu-calculus	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 98 ~ 110
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 S. Okisaka, W. Peng, W. Li and K. Tanaka	4. 巻 10627
2. 論文標題 The eigen-distribution of weighted game trees	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 286 ~ 297
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-71150-8_25	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Theodore A. Slaman and Keita Yokoyama	4. 巻 83(4)
2. 論文標題 The strength of Ramsey's theorem for pairs and arbitrary many colors	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Symbolic Logic	6. 最初と最後の頁 1610 ~ 1617
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.48550/arXiv.1711.08704	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Emanuele Frittaion, Florian Pelupessy, Silvia Steila and Keita Yokoyama	4. 巻 28(6)
2. 論文標題 The strength of SCT soundness	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Logic and Computation	6. 最初と最後の頁 1217 ~ 1247
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/logcom/exy003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Ludovic Patey and Keita Yokoyama	4. 巻 330
2. 論文標題 The proof-theoretic strength of Ramsey's theorem for pairs and two colors	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Advances in Mathematics	6. 最初と最後の頁 1034 ~ 1074
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2018.03.035	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kihara Takayuki, Montalban Antonio	4. 巻 370
2. 論文標題 The uniform Martin's conjecture for many-one degrees	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Transactions of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 9025 ~ 9044
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/7519	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 W. Li and K. Tanaka	4. 巻 51
2. 論文標題 The determinacy strength of pushdown omega-languages	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 RAIRO - Theoretical Informatics and Applications	6. 最初と最後の頁 29 ~ 50
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1051/ita/2017006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 W. Peng, S. Okisaka, W. Li and K. Tanaka	4. 巻 43-3
2. 論文標題 The uniqueness of eigen-distribution under nondirectional algorithms	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 IAENG International Journal of Computer Science	6. 最初と最後の頁 318 ~ 325
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する



1. 著者名 Silvia Steila and Keita Yokoyama	4. 巻 167(12)
2. 論文標題 Reverse mathematical bounds for the Termination Theorem	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Annals of Pure and Applied Logic	6. 最初と最後の頁 1213 ~ 1241
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.apal.2016.06.001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kreuzer Alexander P., Yokoyama Keita	4. 巻 16
2. 論文標題 On principles between 1- and 2-induction, and monotone enumerations	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Logic	6. 最初と最後の頁 1650004 ~ 1650004
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0219061316500045	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Emanuele Frittaion, Silvia Steila and Keita Yokoyama	4. 巻 20185
2. 論文標題 The strength of the SCT criterion	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 260 ~ 273
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-55911-7_19	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Wenjuan Li, Shohei Okisaka, Kazuyuki Tanaka	4. 巻 1950
2. 論文標題 Infinite games recognized by 2-stack visibly pushdown automata	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 121 ~ 137
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Yasuhiro Takahashi, Seiichiro Tani, Takeshi Yamazaki, Kazuyuki Tanaka	4. 巻 9198
2. 論文標題 Commuting quantum circuits with few outputs are unlikely to be classically simulatable	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 223 ~ 234
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-21398-9_18	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Weiguang Peng, Shohei Okisaka, Wenjuan Li, Kazuyuki Tanaka	4. 巻 1
2. 論文標題 The Eigen-distribution for Multi-branching Trees	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 International MultiConference of Engineers and Computer Scientists	6. 最初と最後の頁 88 ~ 93
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yasuhiro Takahashi, Seiichiro Tani, Takeshi Yamazaki, Kazuyuki Tanaka	4. 巻 16-3&4
2. 論文標題 Commuting quantum circuits with few outputs are unlikely to be classically simulatable	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Quantum Information and Computation	6. 最初と最後の頁 251 ~ 270
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.48550/arXiv.1409.6792	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計21件 (うち招待講演 11件 / うち国際学会 16件)

1. 発表者名 Takayuki Kihara
2. 発表標題 Computability-theoretic methods in descriptive set theory
3. 学会等名 16th Asian Logic Conference 2019, Kazakhstan (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takayuki Kihara
2. 発表標題 Degrees of non-computability of homeomorphism types of Polish spaces
3. 学会等名 Computability in Europe 2020, Salerno, Italy (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Keita Yokoyama
2. 発表標題 Finitary infinite pigeonhole principle and Ramsey's theorem in reverse mathematics
3. 学会等名 Computability in Europe 2019, Durham (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田中一之
2. 発表標題 重み付きAND-OR木の固有分布について
3. 学会等名 日本応用数理学会年会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田中一之
2. 発表標題 ブール木に対する固有独立分布について
3. 学会等名 日本数学会年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 K. Yokoyama
2. 発表標題 Ramsey's theorem and sizes of proofs
3. 学会等名 Workshop on Ramsey Theory and Computability, Rome (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 K. Yokoyama
2. 発表標題 Weihrauch degrees of numerical problems
3. 学会等名 The 9th Computability Theory and Foundations of Mathematics 2019, Wuhan (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Kihara
2. 発表標題 Weihrauch counterparts of reverse mathematical principles
3. 学会等名 The 2018 North American Annual Meeting of the Association for Symbolic Logic (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 T. Kihara
2. 発表標題 On the structure of the Wadge degrees of BQO-valued Borel functions
3. 学会等名 The Logic Colloquium 2018, Italy (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 T. Kihara
2. 発表標題 The Brouwer Invariance Theorems in Reverse Mathematics
3. 学会等名 The 9th Computability Theory and Foundations of Mathematics 2019, Wuhan (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田中一之
2. 発表標題 重み付きAND-OR木の固有分布について
3. 学会等名 日本応用数理学会年会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 S. Okisaka, W. Peng, W. Li and K. Tanaka
2. 発表標題 The eigen-distribution of weighted game trees
3. 学会等名 COCO A 2017 in Hong Kong (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 田中一之, 沖坂祥平
2. 発表標題 重み付きAND-OR木における固有分布の一意性について
3. 学会等名 日本数学会年会(東京大学)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 横山啓太
2. 発表標題 On the first-order part of Ramsey's theorem for pairs
3. 学会等名 CTFM 2017 at NUS (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 木原貴行
2. 発表標題 Wadge-like classifications of real valued functions
3. 学会等名 Aspects of Computation at NUS (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Keita Yokoyama
2. 発表標題 Trees with at most finitely many paths in reverse mathematics
3. 学会等名 CTFM2016 (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Keita Yokoyama
2. 発表標題 On the Proof-Theoretic Strength of Ramsey's Theorem for Pairs
3. 学会等名 Mathematical Logic and Its Applications (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 W. Li and K. Tanaka
2. 発表標題 The determinacy strength of infinite games in omega-languages recognized by variations of pushdown automata
3. 学会等名 Mathematical Logic and Its Applications (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 田中一之, 李文娟
2. 発表標題 無限ゲームとプッシュダウン 言語
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会(山形大学)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazuyuki Tanaka
2. 発表標題 Determinacy strength of infinite games in omega-languages recognized by variations of automata
3. 学会等名 IMS-JSPS Joint Workshop on Mathematical Logic and the Foundations of Mathematics (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Keita Yokoyama
2. 発表標題 Thoughts on indicators and density notions
3. 学会等名 IMS-JSPS Joint Workshop on Mathematical Logic and the Foundations of Mathematics (国際学会)
4. 発表年 2016年

## 〔図書〕 計2件

1. 著者名 田中 一之	4. 発行年 2019年
2. 出版社 裳華房	5. 総ページ数 384
3. 書名 数学基礎論序説	

1. 著者名 田中 一之	4. 発行年 2022年
2. 出版社 共立出版	5. 総ページ数 312
3. 書名 計算理論と数理論理学	

## 〔産業財産権〕

## 〔その他〕

<p>国際会議：CTFM series  <a href="https://sendailogic.com/ctfm/">https://sendailogic.com/ctfm/</a></p> <p>国際勉強会：SLS series  <a href="https://sendailogic.com/sls/">https://sendailogic.com/sls/</a></p>
---

## 6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担 者	横山 啓太  (Yokoyama Keita)  (10534430)	東北大学・理学研究科・教授    (11301)	



6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	木原 貴行  (Kihara Takayuki)  (80722701)	名古屋大学・情報学研究科・准教授   (13901)	
研究分担者	根元 多佳子  (Nemoto Takako)  (20546155)	広島工業大学・環境学部・准教授   (35403)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計5件

国際研究集会 Computability Theory and Foundations of Mathematics (CTFM 2018)	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Computability Theory and Foundations of Mathematics (CTFM 2017)	開催年 2017年～2017年
国際研究集会 Computability Theory and Foundations of Mathematics (CTFM 2016)	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 Workshop on Mathematical Logic	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 Computability Theory and Foundations of Mathematics (CTFM 2019)	開催年 2019年～2019年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
シンガポール	National University of Singapore	Nanyang Technological University		
中国	Wuhan University of Technology	Southwest University		
イタリア	University of Torino	University of Udine		
アメリカ合衆国	University of California, Berkeley			
ベルギー	Ghent University			