

平成 30 年 8 月 24 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15H03652

研究課題名(和文)非平衡系における量子シミュレーション法の開発

研究課題名(英文)Research on quantum simulations out of equilibrium

研究代表者

福島 健二 (Fukushima, Kenji)

東京大学・大学院理学系研究科(理学部)・教授

研究者番号：60456754

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,900,000円

研究成果の概要(和文)：量子揺らぎを入れた時間発展は、現実の物理現象を記述するために、不可欠な問題設定である。にもかかわらず、特に相対論的な場の量子論では、非摂動的に使える一般的なアルゴリズムは知られていない。我々はこの問題に対して、符号問題、ボルツマン方程式の固定点、粒子生成の計算、輸送係数の(再和法を取り入れた)計算など、多角的な視点からアプローチして、それぞれに具体的な答えを与えることができた。

研究成果の概要(英文)：The problem of real-time evolution with quantum fluctuations has universal relevance for establishing descriptions for realistic physics phenomena. This is a very important problem, and nevertheless, no general and nonperturbative algorithm at work is known, especially for relativistic quantum field theory. For the purpose to attack this problem, we investigated the sign problem, fixed point structures of the Boltzmann equation, particle production calculations, transport coefficient estimations including resummed diagrams. In this way we took the approaches from various perspectives, to find concrete answers for respective problems.

研究分野：原子核理論

キーワード：実時間発展 符号問題 粒子生成 ボルツマン方程式 輸送係数

1. 研究開始当初の背景

量子多体系の実時間発展を非摂動的に数値シミュレーションする方法は、半古典量子化法など限定的にしか知られていない。ボルツマン方程式は強力なツールだが、分布関数が十分に希薄で、散乱積分を摂動的に計算できる場合にしか実用的ではない。

実時間発展をシミュレーションする主な困難は「符号問題」である。汎関数積分をモンテ・カルロ積分法で処理しようとしても、被積分関数が正定値でなく符号が振動すると確率的な重みが定義できず、従って信頼できる精度を到達することができない。近年、複素ランジュバン法やレフシェッツ・シンプルなど新しいアイデアが提唱され、符号問題が解決される機運が高まってはいるものの、実用的な応用には程遠いのが現状である。

実時間発展は、トポロジ的に誘起される輸送現象という観点からも、大きな関心が寄せられている研究テーマである。右巻きフェルミ粒子分布と左巻きフェルミ粒子分布に有為な偏りのある状況に磁場を印加すると、スピンと磁場の相互作用およびスピンと運動量の相関により、磁場と平行な電流が発生する。このような現象を理論的に解析するためには量子実時間発展の適切な定式化が不可欠であり、方向依存性を持つような電気伝導度のミクロスコピックな計算手法を開発することが喫緊の課題である。

2. 研究の目的

本研究では量子多体系の実時間発展を定式化するために必要な諸問題に対して基礎的な研究を行い、理論整備を進めることを目的とする。実時間発展の困難は符号問題だけでなく、より多岐にわたる。それらを個別に抽出した理想化された理論模型を考え、それぞれに答えを与えることを目指す。

3. 研究の方法

①符号問題のより深い理解

簡単な積分の問題を複素ランジュバン法で解析することによって、複素ランジュバン法の数値的収束性の問題について詳細な理解を得る。特に、平均場近似を導入することで解析的な考察を単純化して、正しくない答えに収束してしまう問題を改善する処方箋を与える。

②粒子生成の理論的定式化

相対論的な場の量子論では、実時間発展に伴って実粒子・実反粒子の対生成・対消滅プロセスを考慮しなければならない。この量子プロセスの最も古典的な例は、電場中のシュウィンガー粒子生成機構である。電場だけでなく磁場も平行に印加された状況下では、粒子生成は量子異常と関連したカイラル荷を変化させるプロセスにも対応する。

③ボルツマン方程式の固定点解析

熱化を調べる古典的な方法はボルツマン方程式の散乱積分をゼロにするような分布、すなわちボルツマン方程式の固定点を探すことである。このとき熱分布関数は固定点になっていることを容易に確かめることができるが、実は熱分布関数の他にも、べき関数でも(近似的)固定点になることを示せる。固定点の分類はある程度知られてはいるものの、どのような初期条件から時間発展させると、どの固定点に近づいていくのか、またそれぞれの固定点の安定性など、グローバルなフロー構造は限定的な研究しかなされていない。そこで繰り込み群の摂動的なフローダイアグラムにヒントを得て、より一般的なボルツマン方程式の時間発展を固定点から固定点へのフローという観点で調べ直す。

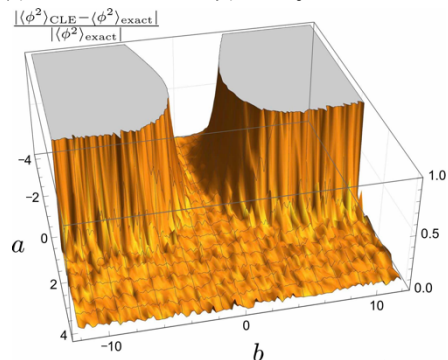
④輸送係数の計算

久保公式を用いて摂動的に計算するとき、赤外の特異性を再和しておく必要がある。こうした再和は結局、ボルツマン型の運動方程式を解くことに帰着する。このようなミクロスコピックな計算を、パリティを破るような電磁場の配位に対して行い、最近、実験的に測定された電気伝導度の非線型な磁場依存性を理論的に導出する。

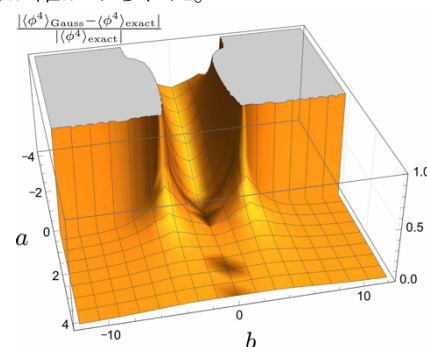
4. 研究成果

①符号問題のより深い理解

ふたつの変数 a , b を含む単純な積分に対して、複素ランジュバン法の結果と厳密な答えを比較した。以下に示すように、変数の領域によって複素ランジュバン法では正しい答えが得られないことが分かる。



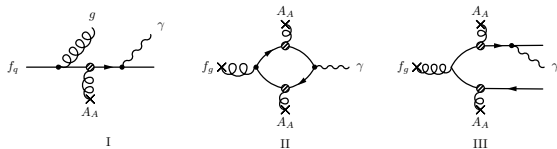
一方、平均場近似によって簡単な解析計算で答えを評価したところ、正しい答えからのズレが、複素ランジュバン法と全く同じになることが確かめられた。



この結果を利用して、複素ランジュバン法で試行錯誤的に改良法を探るのではなく、平均場方程式から、なぜ正しい答えとならないのか、その理由を簡単な代数計算で明らかにすることに成功した。また、どうしたら改良できるのかをレフシェッツ・シンプル法から提案し、実際に複素ランジュバン法で数値的にアイデアが機能することを確認できた。

②粒子生成の理論的定式化

高エネルギーQCD で実現されるコヒーレントなグルーオン場 (CGC 場と呼ばれる) の上でのクォーク・反クォーク対生成を考え、さらにクォークあるいは反クォークからの制動輻射による光子生成率を、以下のようなダイアグラムによって計算した。

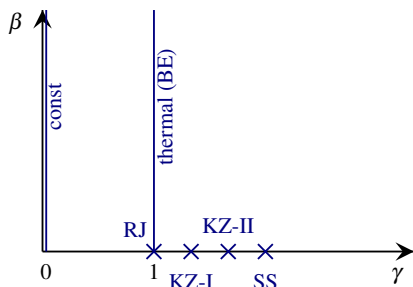


(ここで直線がクォーク、巻線がグルーオン、波線が光子を表す。)

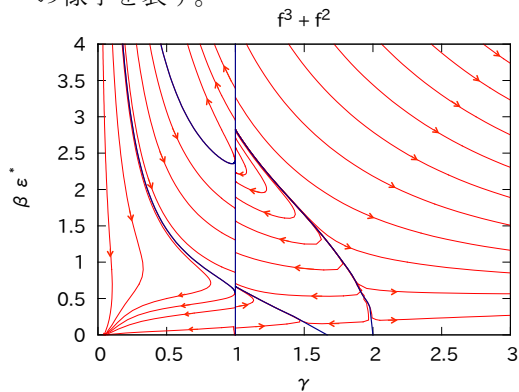
結果は相対論的重イオン衝突実験で測定されている光子の運動量分布を良く再現した。

③ボルツマン方程式の固定点解析

分布関数を β と γ というふたつのパラメータで特徴づけ、以下のように固定点を分類した。即ち、 γ が 1 となる線が熱分布に対応し、そのとき β は温度の逆数となる。他にも解析的な考察から 3 つの非自明な固定点を同定した。これらの非熱的な固定点はべき関数であるため β はゼロの極限をとる。



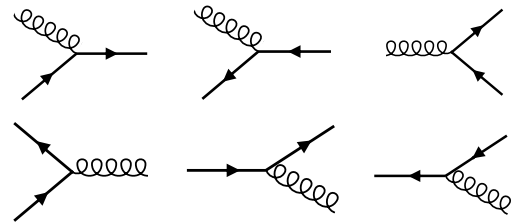
以下は 2-2 散乱プロセスによる散乱積分でボルツマン方程式を解いたときの実際のフローの様子を表す。



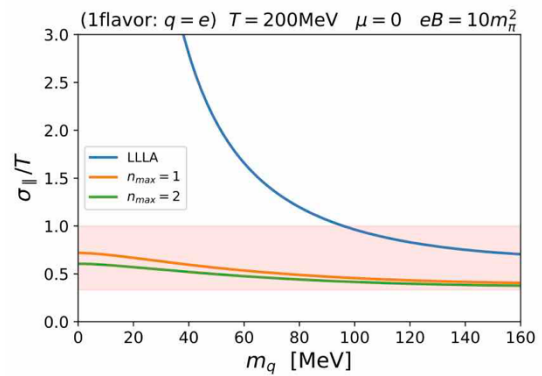
この場合、SS に対応するスケーリング解は数値的には見付けられなかった。また KZ-I は時間発展のもとで安定 (引力的)、KZ-II は不安定 (斥力的) であることも理解できた。

④輸送係数の計算

一様磁場、有限密度の環境下で電気伝導度の計算を遂行した。結合定数の最低次では、QCD の以下のようなプロセスが電気伝導度に寄与を与える。



これらのプロセスを全て取り入れて、ランダウ量子数についても数値的に和を取り計算した電気伝導度を、散乱に寄与するフェルミ粒子の質量の関数としてプロットしたものが以下の図である。

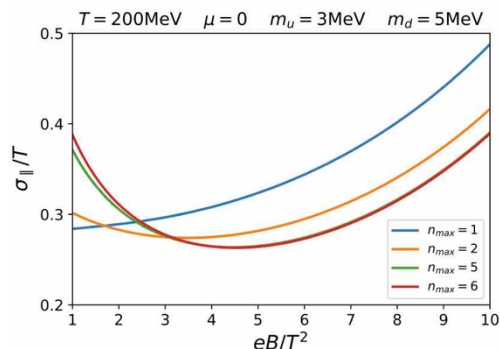


(ここで n_{max} は計算に取り入れる量子レベルのランダウ量子数の最大値を表す。)

ピンク色のバンドで示した領域は、格子 QCD 数値計算による結果に対応する。まだ数値計算のエラーバーが大きいためバンドとなっているが、我々の計算はこのバンドの領域内に収まっていることが分かる。一方、上図の青い実線は、ランダウ量子数のいちばん小さいレベルのみ取り入れた近似 (LLLA) による計算結果である。このような LLLA による扱いは通常、磁場が十分に強ければ良い近似になっているのだが、電気伝導度に対しては機能していないことが分かる。これは、本項目の最初に示したような散乱プロセスに LLLA を適用すると、質量の軽いフェルミ粒子は散乱できないためである。散乱がなければ当然、電気伝導度は発散してしまう。つまり散乱の位相空間が制限され過ぎてしまうため、通常は機能するはずの LLLA が良い近似になることができないのである。一方、上図のオレンジ色と緑色の実線はそれぞれ、ランダウ量子数を 1、2 まで取り入れた計算であり、LLLA だけが

悪い近似で、ランダウ・レベルをひとつ取り込むだけでほぼ正しい答えに収束している。

以下は電気伝導度を、磁場の関数としてプロットした図である。



面白いことに、磁場 B の大きな極限で、電気伝導度は B とともに線型に増加することが見出された。これは従来の緩和時間近似を用いてなされた、 B に関して 2 次で立ち上がる理論予言とは定性的に異なっている。緩和時間も本来はミクロスコピックな散乱プロセスから計算されるべき量であり、 B に依存していると考えられるべきである。この線型の増加は、 B が無限に大きな仮想的極限で、有限質量フェルミ粒子系に対しては LLLA が漸近的に機能するようになると考えれば、いずれは電気伝導度はランダウ縮重度に比例する、と解釈することができる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 29 件)

- ① Kenji Fukushima, Yoshimasa Hidaka, "Electric conductivity of hot and dense quark matter in a magnetic field with Landau level resummation via kinetic equations", Phys. Rev. Lett. 120, 162301 (2018) [DOI: 10.1103/PhysRevLett.120.162301]、査読有り
- ② Kenji Fukushima, Koichi Murase, Shi Pu, "Fixed points and flow analysis on off-equilibrium dynamics in the boson Boltzmann equation", Annals Phys. 386, 76-96 (2017) [DOI: 10.1016/j.aop.2017.08.032]、査読有り
- ③ Kenji Fukushima, Koichi Hattori, Ho-Ung Yee, Yi Yin, "Heavy quark diffusion in strong magnetic fields at weak coupling and implications for elliptic flow", Phys. Rev. D93, 074028 (2016) [DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2017.05.062]、査読有り
- ④ Sanjin Benic, Kenji Fukushima, Oscar Garcia-Montero, Raju Venugopalan,

"Probing gluon saturation with next-to-leading order photon production at central rapidities in proton-nucleus collisions", JHEP 1701, 115 (2017) [DOI: 10.1007/JHEP01(2017)115]、査読有り

[学会発表] (計 20 件)

- ① Kenji Fukushima, "Particle Production in CGC", Saturation: Recent developments, new ideas and measurements, NY, USA, 2017 年 4 月 27 日発表 (招待講演)
- ② Kenji Fukushima, "Holography for hot and dense magnetized quark matter", 14th Workshop on Nonperturbative QCD, Paris, France, 2016 年 6 月 16 日発表 (招待講演)
- ③ Kenji Fukushima, "QCD in Heavy-Ion Collisions", New Progress in Heavy Ion Collisions: What is Hot in the QGP, Wuhan, China, 2015 年 10 月 7 日発表 (招待講演)

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

6. 研究組織

(1) 研究代表者

福嶋 健二 (FUKUSHIMA, Kenji)
 東京大学・大学院理学系研究科・教授
 研究者番号: 60456754

(2) 研究分担者

日高 義将 (HIDAKA, Yoshimasa)
 理化学研究所・仁科センター・専任研究員
 研究者番号: 00425604
 松枝 宏明 (MATSUEDA, Hiroaki)
 仙台高等専門学校・総合工学科・教授
 研究者番号: 20396518
 佐々木 勝一 (SASAKI, Shoichi)
 東北大学・理学研究科・准教授
 研究者番号: 60332590
 岡 隆史 (OKA, Takashi)
 東京大学・大学院工学系研究科・講師
 研究者番号: 50421847
 (平成 27 年度まで研究分担者
 平成 28 年度より研究協力者)

(4) 研究協力者

BENIC, Sanjin
 PU, Shi
 村瀬 功一 (MURASE, Koichi)
 岡 隆史 (OKA, Takashi)