

令和 元年 9 月 1 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15H03663

研究課題名(和文)有限密度格子QCD - 実験と観測への寄与を目指して

研究課題名(英文)Finite Density Lattice QCD for Experiments and Observations

研究代表者

中村 純(Nakamura, Atsushi)

大阪大学・核物理研究センター・協同研究員

研究者番号：30130876

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,800,000円

研究成果の概要(和文)：量子色力学(QCD)は物質の基本要素であるクォークとグルーオンの理論であり、格子QCDシミュレーションによる計算が可能になってきた。しかし有限密度系については「符号問題」と呼ばれる困難のため格子QCD計算は不可能であると思われていた。本研究ではカノニカル法によりこの困難を克服し有限密度系の研究を行った。計算の不安定性を多倍長計算で克服し、符号問題の無い純虚数化学ポテンシャル領域で計算したカノニカル分配関数から実化学ポテンシャルでの物理量を得る定式化を構築した。実験データの存在する10GeVから200GeVの領域で計算を行った。今後の精密な実験との比較に耐えるコードの開発を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

2017年に、中性子星合体時に生成されたと考えられる重力波がレーザー干渉計重力波天文台LIGOによって観測された。中性子星は質量は太陽と同程度、大きさは直径20キロメートルほどで、その内部では超高密度が実現している。中性子星についてはいろいろな観測から情報が蓄積されてきたが、その内部がどのような状態方程式で記述されるかは明らかではない。有限密度系のQCDのシミュレーションが可能になれば、この状態方程式を求めることができる。中性子星の温度は低く、我々の定式化はまだ大きな改善が必要であるが、地上で実現される高エネルギー重イオン反応の記述は可能であり、そこでの検証を行いながら研究を進めている。

研究成果の概要(英文)：QCD(Quantum ChromoDynamics) is the fundamental theory of quarks and gluons which are constituents of matter. Lattice QCD can study its non-perturbative aspects by simulations. But at finite density systems, the lattice QCD simulation was considered to be impossible, because of the "Sign Problem".

We have overcome this difficulty by the canonical approach: We employ the multi-precision calculations to control instability, and we calculate the canonical partition functions at the pure imaginary chemical potential, where no sign problem occurs. Then using these canonical partition functions, we calculate physical quantities at the real chemical potentials.

We study energy regions from 10 GeV to 200 GeV, in which experimental data are available. For more realistic comparisons, we are improving our program codes.

研究分野：原子核理論

キーワード：QCD クォーク 有限密度 符号問題 数値シミュレーション 格子QCD

様式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) クォーク・ハドロン系の研究においては、格子 QCD 計算はもともと信頼度の高い第一原理計算として重要な役割を果たすことが期待されている。しかし、物理学会解説 (中村純, 解説「有限密度での格子 QCD 計算」日本物理学会誌 Vol. 66, 2011) で詳述されているように、有限密度格子 QCD シミュレーションでは、いくつかの例外を除いて「符号問題」という困難が存在する。格子 QCD の経路積分は

$$Z(\mu) = (\text{経路}) \det D(\mu) e^{-(\text{グルーオン場の作用})}$$

という形をしている。ここで $\det D(\mu)$ はクォーク行列式である。モンテカルロシミュレーションは $\det D(\mu) \exp(-\text{グルーオン場の作用})$ に比例するような確率で状態を生成していくが、実化学ポテンシャルでは、 $\det D(\mu)$ が複素数になってしまい、確率解釈に基づくモンテカルロシミュレーションが出来なくなる。絶対値と位相に分けても、位相が振動してしまう。これが「符号問題」である。格子 QCD による有限密度系の計算は、申請者により 30 年前に最初に挑戦された (A. Nakamura, Phys. Letters 149B, 1984)。その後、幾多の試みを経て、フォード・カットによる多パラメータ再規格化法、それに申請者等が提唱していたテーラー展開法 (ドゥ・フォークラン他 Nucl. Phys. B(PS) 73, 1999) を適用したヨーロッパグループの計算、ドゥ・フォークラン、ロンバルド等による虚数化学ポテンシャル法により大きな進展が見られた。現在、格子場理論の国際会議では、有限温度・密度は大きな分野となっている。しかし、これらの手法が適用できるのは高温、低密度で μ/T が小さな領域であった。ここで T は温度、 μ は化学ポテンシャルである。

(2) 実験的にも有限密度 QCD 系の解明を目指して精力的に研究が行われている。特に、相転移線、臨界点を探索する「ビーム・エネルギー・スキャン」実験が高エネルギー重イオン反応を使って精力的に行われ、興味深い結果が蓄積され始めていた。さらに、太陽質量の 2 倍に近い中性子星の発見など、観測の大きな進展により、有限密度核物質の信頼度の高い研究の重要性が高まっていた。日本の J-PARC、RIKEN-RIBF、ドイツの GSI-FAIR では、核内密度 ρ_0 からその数倍の密度までのデータが取れる可能性がある。中性子星中心部や有限密度核物質は低温で $\mu/T \gg 1$ の領域であり、これまでの有限密度格子 QCD の手法では研究が不可能であった。

2. 研究の目的

実験や観測との比較に耐える信頼度の高い格子 QCD コードを開発し、そのシミュレーション結果を対応する実験データと比較する。高エネルギー重イオン衝突実験およびコンパクト星観測の物理に寄与できるシミュレーションの実行とその結果の解析を目的とする。

3. 研究の方法

本研究における定式化の基本的な枠組みはカノニカル法である。このアイデアは、1992 年に A. Hasenfranz, Toussant によって提唱されていた。

虚数化学ポテンシャル μ_I について、フーリエ変換することでカノニカル分配関数 Z_n が求まる。

$$Z_n = \frac{1}{2\pi} \int d\left(\frac{\mu_I}{T}\right) e^{in\mu_I/T} Z(\mu_I)$$

このカノニカル法を使って有限密度 QCD の相構造を調べた。

4. 研究成果

(1) 符号問題の無い虚数化学ポテンシャル領域でカノニカル分配関数を計算する Hasenfranz, Toussant の方法は、 n が大きくなるとフーリエ変換の振動のために計算が破綻してしまい、実用にはならないと考えられていた。我々は、多倍長計算によりフーリエ変換を十進で 100 桁から 200 桁取ることで、この困難を避けられることを発見した。これは符号問題についての最初のブレークスルーであった。これによってカノニカル分配関数 Z_n が求まれば、

$$Z(\mu, T) = \sum_n Z_n(T) (e^{\mu/T})^n$$

によって、実の μ に対してもランドカノニカル分配関数を求めることができる。

もちろんこの計算のためには、多くの虚数化学ポテンシャルにおいて上記のフーリエ変換を行う必要がある。上記のカノニカル分配関数を係数とする展開式は、フガシティ $\exp(\mu/T)$ の多項式となっている。このことを利用してランドカノニカル分配関数のゼロ点を求める手法を開発した。ランドカノニカル分配関数のゼロ点はリー・ヤンゼロと呼ばれ、相転移点と密接に結びついている。

(2) 高次の多項式のゼロ点を求めることは不良設定問題 (ill-posed problem) で難しい。これをコーシー積分による1位の極を求める問題にマップできることに気が付き解決した。これはリーマンによって考えられた手法の再発見であった。現在、この手法を使って共同研究者と QCD 相図を調べている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 (計 18 件)

① M. Wakayama, V. G. Bornyakov, D. L. Boyda, V. A. Goy, H. Iida, A. V. Molochkov, A. Nakamura and V. I. Zakharov

``Lee-Yang zeros in lattice QCD for searching phase transition points'',

査読有 Phys. Lett. B, 2019

DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2019.04.040>

② V. G. Bornyakov, D. Boyda, V. Goy, A. Molochkov, A. Nakamura, A. Nikolaev and V. I. Zakharov

``Lattice Study of QCD Phase Structure by Canonical Approach'',

査読有 EPJ Web of Conferences 175, 07033 (2018)

DOI: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201817507033>

③ V. Bornyakov, D. Boyda, V. Goy, H. Iida, A. Molochkov, A. Nakamura, A. Nikolaev, M. Wakayama and V. I. Zakharov,

``Lattice QCD at finite baryon density using analytic continuation'',

査読有 EPJ Web of Conferences 182, 02017 (2018)

DOI: [10.1051/epjconf/201818202017](https://doi.org/10.1051/epjconf/201818202017)

④ V. Bornyakov, D. Boyda, V. Goy, A. Molochkov, A. Nakamura, A. Nikolaev and V. I. Zakharov

``Restoring canonical partition functions from imaginary chemical potential'',

査読有 EPJ Web of Conferences 175, 07027 (2018)

DOI: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201817507027>

⑤ V. G. Bornyakov, D. L. Boyda, V. A. Goy, E.-M. Ilgenfritz, B. V. Martemyanov, A. V. Molochkov, Atsushi Nakamura, A. A. Nikolaev and V. I. Zakharov

``Dyons and Roberge - Weiss transition in lattice QCD'',

査読有 EPJ Web of Conferences, Volume 137 (2017) 03002

DOI: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201713703002>

⑥ V. G. Bornyakov, D. L. Boyda, V. A. Goy, A. V. Molochkov, Atsushi Nakamura, A. A. Nikolaev and V. I. Zakharov

``Study of lattice QCD at finite baryon density using the canonical approach'',

査読有 EPJ Web of Conferences, Volume 137 (2017) 07017,

DOI: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201713707017>

⑦ V. A. Goy, V. Bornyakov, D. Boyda, A. Molochkov, A. Nakamura, A. Nikolaev, V. Zakharov

``Sign problem in finite density lattice QCD'',

査読有 Progress of Theoretical and Experimental Physics, 031D01,

DOI: [10.1093/ptep/ptx018](https://doi.org/10.1093/ptep/ptx018)

⑧ D. L. Boyda, V. G. Bornyakov, V. A. Goy, V. I. Zakharov, A. V. Molochkov, Atsushi Nakamura, A. A. Nikolaev

``Novel approach to deriving the canonical generating functional in lattice QCD at a finite chemical potential'',

査読有 JETP Letters 104, 657-661

DOI: [10.1134/S0021364016220069](https://doi.org/10.1134/S0021364016220069)

⑨ V. G. Bornyakov, D. L. Boyda, V. A. Goy, E.-M. Ilgenfritz, B. V. Martemyanov, A. V. Molochkov, Atsushi Nakamura, A. A. Nikolaev, V. I. Zakharov,

``Dyons and Roberge - Weiss transition in lattice QCD'',

査読有 EPJ Web of Conferences, 137, 03002, (2016),

DOI: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201713703002>

⑩ Atsushi Nakamura, Shotaro Oka, Yusuke Taniguchi,

``QCD phase transition at real chemical potential with canonical approach'',

査読有 JHEP02(2016)054,

DOI: [10.1007/JHEP02\(2016\)054](https://doi.org/10.1007/JHEP02(2016)054)

⑪ Ryutaro Fukuda, Atsushi Nakamura, and Shotaro Oka,

``Canonical approach to finite density QCD with multiple precision computation'',

査読有 Phys. Rev. D 93, 094508 (2016) arXiv:1504.06351,

DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.93.094508>

⑫ A. Nakamura and K. Nagata

``Probing QCD phase structure using baryon multiplicity distribution'',

査読有 Prog. Theor. Exp. Phys. 2016, 033D01 (17 pages), arXiv:1305.0760v2 [hep-ph]
DOI: 10.1093/ptep/ptw013

⑬ Etsuko Itou, Keitaro Nagata, Yoshiyuki Nakagawa, Atsushi Nakamura, and V. I. Zakharov

“Entanglement in four-dimensional SU(3) gauge theory”

査読有 Prog. Theor. Exp. Phys. 2016, 061B01

⑭ Kenji Morita, Atsushi Nakamura

“Stable Yang-Lee zeros in truncated fugacity series from net-baryon number multiplicity distribution”

査読有 Phys. Rev. D 92, 114507 (2015)

⑮ A. Nakamura, R. Fukuda, S. Oka, S. Sakai, Y. Taniguchi and A. Suzuki

“Beating the sign problem in finite density lattice QCD”

査読有 PoS(LATTICE 2015)208

⑯ M. Wakayama, T. Kunihiro, S. Muroya, A. Nakamura, C. Nonaka, M. Sekiguchi and H. Wada
“Lattice QCD study of four-quark components of the isosinglet scalar mesons: Significance of disconnected diagrams”

査読有 Phys. Rev. D91 (2015), 094508, arXiv:1412.3909

⑰ Shinya Aoki, Masanori Hanada, Atsushi Nakamura,

“Taming the pion condensation in QCD at finite baryon density”

査読有 Journal of High Energy Physics, 05 (2015), 71

⑱ K. Nagata, K. Kashiwa, A. Nakamura, S. M. Nishigaki,

“Lee-Yang zero distribution of high temperature QCD and Roberge-Weiss phase transition”

査読有 Phys. Rev. D91 (2015) 094507, arXiv:1410.0783

〔学会発表〕(計 5 件)

① 若山 将征, 飯田 英明, 中村 純, “リー・ヤンの零点分布から探る有限密度 QCD における相構造の研究”, 平成 30 年度公募型利用制度成果報告会, 大阪大学 CMC, Mar. 2019.

② M. Wakayama, V. G. Bornyakov, D. L. Boyda, V. A. Goy, H. Iida, A. V. Molochkov, A. Nakamura, A. A. Nikolaev, V. I. Zakharov, “Phase structures of finite density QCD from Lee-Yang zeros in lattice QCD with canonical approach”, 5th Joint Meeting of the APS Division of Nuclear Physics and the Physical Society of Japan, Hawaii, Oct. 2018.

③ Atsushi Nakamura, “Exploring QCD phase structure”, the 2nd International Workshop «Lattice and Functional Techniques for Exploration of Phase Structure and Transport Properties in Quantum Chromodynamics», Dubna, Sept. 2018.

④ Atsushi Nakamura, “J-PARC and NICA Promised lands for revealing QCD phase”, 第 721 回 ASRC セミナー&第 72 回原子核ハドロン物理セミナー, 日本原子力研究開発機構, July 2018.

⑤ 若山 将征, 飯田 英明, 中村 純, “リー・ヤンの零点分布から探る有限密度 QCD における相構造の研究”, JHPCN 第 10 回シンポジウム, 品川, July 2018.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年:

国内外の別:

○取得状況 (計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年:

国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：保坂 淳
ローマ字氏名：(Hosaka Atsushi)
所属研究機関名：大阪大学
部局名：核物理学研究センター
職名：教授
研究者番号 (8桁)：10259872

研究分担者氏名：國廣 悌二
ローマ字氏名：(Kunihiro Teiji)
所属研究機関名：京都大学
部局名：理学研究科
職名：名誉教授
研究者番号 (8桁)：20153314

研究分担者氏名：初田 哲男
ローマ字氏名：(Hatsuda Tetsuo)
所属研究機関名：国立研究開発法人 理化学研究所
部局名：仁科センター
職名：主任研究員
研究者番号 (8桁)：20153314

研究分担者氏名：大西 明
ローマ字氏名：(Onishi Akira)
所属研究機関名：京都大学
部局名：基礎物理学研究所
職名：教授
研究者番号 (8桁)：70250412

研究分担者氏名：稲垣 知宏
ローマ字氏名：(Inagaki Tomohiro)
所属研究機関名：広島大学
部局名：情報メディア教育研究センター
職名：教授
研究者番号 (8桁)：80301307

研究分担者氏名：隅谷 孝洋
ローマ字氏名：(Sumiya Takahiro)
所属研究機関名：広島大学
部局名：情報メディア教育研究センター
職名：准教授
研究者番号 (8桁)：90231381

(2) 研究協力者

研究協力者氏名：アレキサンダー モロチコフ
ローマ字氏名：Alexander Molochkov

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。