

令和元年6月10日現在

機関番号：32612

研究種目：若手研究(A)

研究期間：2015～2018

課題番号：15H05435

研究課題名(和文) 熱力学形式によるエノン写像の分岐の解明

研究課題名(英文) thermodynamic formalism and bifurcation of Henon maps

研究代表者

高橋 博樹 (takahasi, hiroki)

慶應義塾大学・理工学部(矢上)・准教授

研究者番号：00467440

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 9,100,000円

研究成果の概要(和文)：エノン写像とよばれる構造不安定な力学系の構造を、熱力学形式とよばれる統計力学とのアナロジーを用いて解析した。平衡状態とよばれるLyapunov指数とエントロピーの差を最大化する不変確率測度の存在と一意性を示し、それを通じてマルチフラクタル解析を行い、不変集合の幾何学的構造の一端を明らかにした。2017年度からは可算マルコフシフトとよばれる非コンパクト空間上の力学系の大偏差原理の研究を始め、level-2の大偏差原理を証明することができた。区間力学系のLyapunov指数の最適化問題についても研究を行い、成果を挙げることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

エノン写像については、最初の分岐パラメータにおいては期待された通りの成果が挙げられた。研究開始当初の目標であった分岐パラメータ通過後のダイナミクスの解析については結果を得ることができなかったが、本研究資金による海外研究者との研究交流により研究課題を共有することができ、国際的な共同研究に発展しつつあることには意義がある。大偏差原理の研究については、力学系の観点からの研究がまだそれほど多くないことから、今後の新展開が期待されるだけでなく、確率論など他分野との連携も大いに期待される。

研究成果の概要(英文)：I have analyzed the dynamics of Henon maps with the use of the thermodynamic formalism. I have succeeded in showing the existence and uniqueness of equilibrium states, and performed a multifractal analysis on the geometric structure of the invariant set. In 2017, I have started working on the Large deviation principle of countable Markov shifts, an important class of dynamical systems on non-compact spaces. I have established the level-2 large deviation principle.

研究分野：力学系・エルゴード理論

キーワード：力学系 エノン写像 大偏差原理

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

力学系とは、決定論的に時間発展する系を数学的に定式化したものであり、数理モデルの観点からは摂動に対する安定性の概念が重要である。力学系の構造安定性は一様双曲性で特徴づけられ、一様双曲性を持つ力学系の理論はほぼ完成されている。この理論体系を、一様双曲性を持たない力学系へと拡張することが近年の力学系研究における一つの大きな潮流であり、これまで代表者もそのような研究を行ってきた。

### 2. 研究の目的

構造不安定な力学系の中でも、エノン写像とよばれる2次元平面からそれ自身への多項式写像の反復合成が生成する力学系が重要な位置を占める。エノン写像の力学系の構造とそのパラメータ依存性、つまり分岐を、熱力学形式とよばれる統計物理学とのアナロジーを用いて精密に解析し、これを基にして、一般の構造不安定な力学系を理解するための基盤を構築することが研究の目的であった。

### 3. 研究の方法

一様双曲性からの分岐パラメータにおいて、不変多様体の構造を観察しながら inducing scheme とよばれる機構をエノン写像に対して構成し、力学系を可算マルコフシフトで表現する。これに基づき、平衡状態とよばれる重要な不変確率測度の存在と一意性を証明し、平衡状態を用いて力学系の不変集合の幾何的・解析的な性質を記述する。この枠組みを分岐パラメータ通過後のエノン写像について拡張し、同様の考察を行うことを試みた。

### 4. 研究成果

エノン写像については、最初に分岐パラメータにおいて熱力学形式やマルチフラクタル解析等を行い、一定の成果が挙げられた(発表論文5,6,7)。当初の目的であった分岐パラメータ通過後のダイナミクスについての結果を得ることはできなかったが、本研究資金を用いた海外研究者との研究交流により、エノン写像に関する課題を共有することができ、国際共同研究へと発展しつつある点には意義がある。

2017年度以降は、エノン写像の研究において習得した inducing scheme の手法を手がかりとして、可算マルコフシフトの大偏差原理について研究を始めた。Gibbs 測度が存在するという仮定のもとで測度の指数的緊密性を証明することができ、これを基にして Level-2 の大偏差原理について顕著な成果が挙げられ、付随するエントロピー近似可能性に関する結果も含め、国際的に評価の高い学術雑誌に論文が受理された(発表論文2,3)。連分数展開の係数の算術平均に関する大偏差原理についても、平均値が発散するにもかかわらず大偏差原理が存在する、という結果を得ており、学術雑誌に投稿した論文についてはすでに査読者の好意的な評価を得ている。区間力学系のエルゴード最適化理論やエノン写像の平衡状態の零温度極限(逆温度パラメータがゼロに向かうときの平衡状態の振舞い)についても研究を行い、一定の成果を挙げた(学術論文4,8)。

### 5. 主な発表論文等

#### [雑誌論文](計9件)

1. Yong Moo Chung, Juan Rivera-Letelier, 高橋 博樹, Large deviation principle in one-dimensional dynamics, *Inventiones mathematicae*, 査読有、印刷中
2. 高橋 博樹, Large deviation principles for countable Markov shifts, *Transactions of the American Mathematical Society*, 査読有、印刷中
3. 高橋 博樹, Entropy-approachability for transitive Markov shifts over infinite alphabet, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 査読有、印刷中
4. 高橋 博樹, 篠田 万穂, Lyapunov optimization for non-generic one-dimensional expanding Markov maps, *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, 査読有、印刷中
5. 高橋 博樹, 荒井 迅, 石井 豊, Boundary of horseshoe locus for the Henon family, *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 査読有、17 (2018) 2234-2248
6. 高橋 博樹, Lyapunov spectrum for Henon-like maps at the first bifurcation, *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, 査読有、38 (2018) 1168-1200
7. 高橋 博樹, Removal of phase transition in Chebyshev quadratic and thermodynamics near the first bifurcation of Henon-like maps, *Journal of Statistical Physics*, 査読有、164 (2016) 1354-1378
8. 高橋 博樹, Equilibrium measures at temperature zero for Henon-like maps at the first bifurcation, 査読有、*SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 15 (2016) 106-124
9. 高橋 博樹, Birkhoff spectrum for Henon-like maps at the first bifurcation, *Dynamical Systems: An International Journal*, 査読有、31 (2016) 41-59

#### [学会発表](計17件)

1. 高橋 博樹, Equi-distribution theorem for the Gauss map, 日本数学会年会、2019年3

- 月
2. 高橋 博樹、可算マルコフシフトの大偏差原理とその連分数展開への応用、確率論シンポジウム、2018年12月
  3. 高橋 博樹、Large deviation principle for arithmetic mean of digits in continued fraction expansion, 日本数学会秋期総合分科会(統計数学)2018年9月
  4. 高橋 博樹、Large deviation principle for arithmetic functions in continued fraction expansion, ICM Satellite conference on dynamical systems and related topics, 2018年8月
  5. 高橋 博樹、Large deviation principles for countable Markov shifts, The 12<sup>th</sup> AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential equations and Applications, 2018年7月
  6. 高橋 博樹、連分数展開の大偏差原理、RIMS 力学系研究集会、2018年6月
  7. 高橋 博樹、Large deviation principles for countable Markov shifts, 京都力学系セミナー、2018年4月
  8. 高橋 博樹、可算マルコフシフトの大偏差原理とその連分数展開への応用、エルゴード理論研究集会、2018年2月
  9. 高橋 博樹、Large deviation principles for countable Markov shifts, 冬の力学系研究集会、2018年1月
  10. 高橋 博樹、区間力学系の大偏差原理とレート関数の零点の構造について、確率論シンポジウム、2017年12月
  11. 高橋 博樹、篠田 万穂、Lyapunov optimization for non-generic one-dimensional expanding Markov maps, 日本数学会秋期総合分科会(統計数学)2017年9月
  12. 高橋 博樹、Lyapunov optimization for non-generic one-dimensional expanding Markov maps, 京都力学系セミナー 2017年6月
  13. 高橋 博樹、Lyapunov optimization for non-generic one-dimensional expanding Markov maps, NCTS workshop on Dynamical Systems, 2017年5月
  14. 高橋 博樹 On the removal of freezing phase transition of the Chebyshev quadratic maps, 日本数学会秋期総合分科会(統計数学)2016年9月
  15. 高橋 博樹 最初の分岐のエノン写像の零温度極限、日本数学会年会(統計数学)2015年3月
  16. 高橋 博樹 Lyapunov spectrum for Henon-like maps at the first bifurcation, School and Conference on Dynamical Systems, 2015年8月
  17. 高橋 博樹 Escape rate formula for some non-uniformly hyperbolic one-dimensional maps, NCTS workshop on Dynamical Systems, 2015年5月

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年：  
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等 <http://www.math.keio.ac.jp/~hiroki/>

## 6 . 研究組織

(1) 研究分担者 なし

(2) 研究協力者 なし

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。