科学研究費助成事業

研究課題名(英文)Measurement of a micro-sphere using whispering gallery mode resonance

研究成果報告書 平成 29 年 6月 6 日現在 研究課題名(和文)光共振波長スペクトルに基づくマイクロ球形状のナノメートル精度計測

研究代表者

機関番号: 12601 研究種目: 若手研究(A) 研究期間: 2015~2016 課題番号: 15H05505

道畑 正岐(Michihata, Masaki)

東京大学・先端科学技術研究センター・助教

研究者番号:70588855

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 18,800,000円

研究成果の概要(和文):本研究では、マイクロ球の直径を10ナノメートル以下の精度で計測するため、 Whispering gallery mode (WGM)共振という現象を用いた新しい計測原理を提案した。実験において測定したWGM 共振波長から3種のモード番号および偏光状態を決定し、それを基に直径を求める解析手法を提案した。その手 法を用いて、65.244µmのマイクロガラス球を10 nmのばらつきで計測することに成功した。また、真球ではなく 回転楕円体に関する分散式を導出し、今後のより汎用性の高い球測定に関する理論の発展を行った。

研究成果の概要(英文): A sphere is frequently used as a reference for calibration in the 3-dimensional metrology because of its isotropic shape. For micro-scale 3D metrology, size of the reference sphere is also micro-scale from several hundred micrometers to a few tens of micrometers, which has to be measured with accuracy of better than 10 nm. Therefore, we proposed the new measurement principle of a diameter for the micro-scale sphere. As a measurement principle for the diameter of a microsphere, a new method using whispering gallery mode (WGM) has proposed. WGMs are the light propagation mode inside the sphere, and the light propagates along the equatorial line of the sphere. Based on the WGM wavelengths, it is possible to estimate the length of circumference, that is, the diameter of the sphere. A diameter of glass microsphere was experimentally measured by the proposed method. The estimated diameter was $65.244 \ \mu$ m with maximum variation of 10 nm.

研究分野:光応用加工計測

キーワード: Whispering gallery mode 光共振 マイクロ球 直径計測



1. 研究開始当初の背景

製品/部品の微細化に伴い、マイクロメートル スケールの3次元形状計測への要求が高い。 そのため、例えば、マイクロ3次元座標測定 器、マイクロX線CT、およびFocus variation や共焦点原理を用いた光学式測定器などが開 発されてきた。それらの校正用アーフィファ クトとしてマイクロ球がしばしば提案されて いる。本用途においては特に高精度に真球度 および直径が既知である必要がある。真球か らの相対的な歪みは比較的高精度が達成でき るが直径の高精度な測定はまだ確立されてい ない。

2. 研究の目的

本研究では、最終的に 1 mm 以下のマイクロ 球の直径を 10 nm 以下の測定不確かさで計測 するための計測技術の構築を目標としており、 Whispering gallery mode (WGM) 共振という光 共振を用いた直径計測原理を提案し、その原 理確立を目的としている。

3.研究の方法

マイクロ球の直径計測原理として WGM 共振 を用いた手法を提案している。WGM では、光 は球の表面近傍内部を周回するように伝搬し (図 1(a))、球円周と光伝搬波長の整数倍が一 致する際に伝搬光が共振するため、離散的に 複数の共振波長が存在する。光伝搬方向の角 度モード(図 1(b))および、光伝搬の直角方向 の方位角モードと半径モード(図 2)がある。 方位角モードは図 1(a)の φ 方向、半径モード は球の半径方向に関するモードである。この 方位角と半径モードにおいて、



Fig.2 Azimuthal and radial mode of WGM. m, q and ℓ indicate azimuthal, radial and angular mode number, respectively.

電磁場の広がりが最も小さいモードを基本モ ード(図2中のq=1,m=ℓのモード)と呼ぶ。 また、伝搬光の偏光状態に応じて Transverse electric (TE)型と Transverse magnetic (TM)型 が存在する。

(1) 直径計測原理

本手法で求める直径は,ある赤道面内を周 回伝搬する光の光路長,つまり円周長から算 出する円周直径に相当する.共振波長と球直 径の関係式は以下のように得られる分散式を 用いる。

$$\alpha \left(1 + \frac{\rho_1}{j_\ell(\rho_1)} \frac{\partial j_\ell(\rho_1)}{\partial \rho_1} \right) = 1 + \frac{\rho_2}{h_\ell^{(1)}(\rho_2)} \frac{\partial h_\ell^{(1)}(\rho_2)}{\partial \rho_2} \tag{1}$$

ただし、 ρ はサイズパラメータ $\rho_{1,2}=\pi dn_{1,2}/\lambda_0$ である. λ_0 は真空中の光波長、d は球の直径、 n は屈折率、添字の 1,2 は 1 が球内、2 が球外 を意味する. j(ρ)は球ベッセル関数、h⁽¹⁾(ρ)は第 1 種球ハンケル関数であり、添字は各特殊関 数の次数を意味し、ここでは角度モード番号 ℓ である. α は偏光に依存する定数で、TE型、 TM 型それぞれ n_2^2/n_1^2 、1 である.

球径を推定するために必要な WGM の励起 方法と共振波長を測定する手法を述べる.本 研究では、テーパ光ファイバによる光結合を 用いて WGM を励起する。WGM 共振が発生 する光波長を探索するため入射光を波長掃引 する.非結合条件で,光はテーパ光ファイバ を透過するのに対し,共振波長では光が強く 結合し球内で共振するため,テーパ光ファイ バの透過光は著しく減少する.その減衰ピー ク検出で共振波長を測定できる.

このようなテーパファイバによる直径計測 システムを構築し、WGM 共振波長分析によ りマイクロ球の直径計測を行う。

(2) 光結合による共振波長の解析

WGM 共振波長は、球の状態(直径、形状、屈 折率など)によるのみではなく、環境によっ ても影響される。つまり、光結合に用いる光 ファイバの存在が環境状態の擾乱となり、共 振波長の変化が懸念される。そこで、それら を調査するため、有限要素法を用いた WGM 現象の数値解析に取り組んた。光ファイバと 微小球の結合モデルを作成し、WGM 共振の 波長を取得できる。このように共振波長の変 化を調査する。

(3) 楕円体に対する分散式の導出

WGM 共振波長を決定する分散式(式(1))を 導出する際、対象の完全真球性および一様屈 折率を仮定している。一方で、高精度で計測 を行うには歪んだ球や屈折率が一様でない球 に対して共振波長がどの程度ずれるかを定量 的かつ先験的に評価する必要があり、そのた めには理論解析が望ましい。しかし、そのよ うな解析解はほとんど得られておらず、この 理論的脆弱性を改善すべく、球から回転楕円 体へのモデル拡張を試みた。

4. 研究成果

(1) 直径計測

まず、実験装置の概略図を図3に示す.光フ ァイバはコの字型のアクリルホルダに固定さ れ,一端から光を入射する.光源には50nmの 波長範囲(1520 - 1570 nm)を0.01 nmの分 解能で波長可変な外部共振器型半導体レーザ (直線偏光,線幅2kHz以下)を用いた.射 出した光は半波長板で偏光を制御した後,フ ァイバに結合させる.ファイバ他端では,透

過光の強度と波長精度 1 pm の波長計で計測 する. テーパ光ファイバはテーパ部が直径 1 μm, テーパ長が 2 mm である. 測定するマイ クロ球は軸に取り付けられ, ホルダに垂直に 固定される. 光ファイバの位置は XYZ マイク ロメータステージ, マイクロ球の位置は分解 能 9 nm の小型 3 軸 XYZ ピエゾステージで制 御できる.



Fig.3 Experimental setup.

本実験では、石英ベースの光ファイバの一端をフッ化水素酸で溶解・先鋭化し、その光ファイバ先端を CO₂ レーザを用いて溶融させ表面張力で球状化したマイクロ球を測定用サンプルとして用いた(北九州市立大学 村上洋 准教授よりご提供頂いた)。その光学顕微鏡写真を図 4 に示す.光学顕微鏡の測長機能により簡易に求めた直径は 55 µm であった。



Fig.4 Measured micro-sphere.

WGM 共振波長の測定実験を行った。ピエ ゾステージを用いて、徐々に球と光ファイバ を接近させ、高 S/N 比の WGM 共振の減衰ピ ークが取れる位置で固定し、その位置での光 波長掃引により WGM の共振波長測定を行う。 波長掃引範囲は 1520 nm から 1570 nm の 50 nm とした。光ファイバとマイクロ球の Z 軸高 さ位置は、それぞれ光学顕微鏡の合焦点位置 に合わせた。

測定結果を図5に示す。ただし、波長を正 規化して整列させたグラフを示している。図 中の数字は各グラフのゼロ点の波長である。 ここでは、割愛するが、得られた共振ピーク から理論をベースとした解析を行い、偏光モ ードの判定、および半径モード番号、方位角 モード番号、角度モード番号の決定を行う。 その解析で得られたモード番号や偏光を用い、 式(1)の分散式から各共振波長に対するマイク ロ球の直径を算出した。各 WGM 偏光の基本 モードに対して直径を推定した。その結果を 表1に示す。複数の共振波長によって得られ た直径のばらつき(最大と最小値の差)が TE 型で 1.2 nm と測定することができた。また、 ここには示していないが、TM 型との平均直 径の差は23.4 nm であった。このように、マイ クロ球の直径を 30 nm 以下のばらつきで測定 することが可能であり、本計測原理の有効性 を示した。





 Table 1 Result of diameter measurement.

TE	
Resonant wavelength, nm	Diameter, µm
1527.07	52.1669
1537.08	52.1669
1547.23	52.1671
1557.52	52.1675
1567.95	52.1680
Average	52.1673
Variation (max – min)	0.0012

(2) 光結合による共振波長の解析

テーパファイバからマイクロ球への光結合 を解析するため、有限要素解析を用いた2次 元の数値解析を行った。解析のモデルと条件 は図6に示す通りである。直径20µmの球に



Fig.6 Model for numerical simulation.



直径 500 nm のテーパファイバで光結合を考 えた。計算する波長をスイープさせ、マイク ロ球内で共振する電場の強度が極大になる点 を目安として、共振波長を推定した。光ファ イバの距離を変化させながら解析を行った結 果、0.8 µm 以上の十分な距離をとった場合、 共振波長は安定であるが、テーパファイバが 近づくにつれ、共振波長の変化が見られた(図 7)。WGM はマイクロ球内で全反射しながら 周回するが、球外部に形成される近接場領域 にテーパファイバが侵入したことによって、 共振波長が変化したと考えられる。

また、光ファイバの屈折率を変化させなが ら、球-ファイバ間の距離に対する共振波長を 求めた結果、ファイバの屈折率が小さい方が 長波長側、屈折率が大きい方が短波長側にシ フトした(図7)。この原因は電場分布などが 影響していると考えられ、現在さらに解析を 実施し、理解を進めている。

(3) 楕円体に対する分散式の導出

WGM 共振を利用した球形計測では、対象が 真球からわずかに歪んでいる場合に、共振波 長がいくらずれるかを定量的に評価すること が難しく、数値解析に頼らざるを得ないが、3 次元の球歪みを数値解析で推定するための計 算機コストはかなり大きい。そこで、解析的 なアプローチにより真球から回転楕円体への モデル拡張を行い楕円体状に歪んだ球の共振 現象について理解を深めることを目的に、楕 円体の分散式を導出した。

平面楕円を長軸あるいは短軸に関して回転 させることで得られる曲面が回転楕円体であ る。長軸に関して回転させれば葉巻のような 細長い形となり、短軸に関して回転させれば



パンケーキのように薄く平らな形となる。前 者を扁長(prolate)型、後者を扁平(oblate) 型とよぶ(図 8)。解析の場面では、両者は変 数変換により互いに移り合い,互いに共役的 な振る舞いをする。

Maxwell 方程式から WGM 共振の分散式を 導出する。まず、回転楕円体座標系の変数変 換の式は以下で与えられる。

$$\begin{cases} x = l\sqrt{1 - \eta^2}\sqrt{\xi^2 \pm 1}cos\phi \\ y = l\sqrt{1 - \eta^2}\sqrt{\xi^2 \pm 1}sin\phi \\ z = l\xi\eta \end{cases}$$
(2)

for prolate:

$$\begin{array}{ll} -1 \leq \eta \leq 1, & 1 \leq \xi < \infty, & 0 \leq \phi \leq 2\pi \\ for \ oblate: \\ -1 \leq \eta \leq 1, & 0 \leq \xi < \infty, & 0 \leq \phi \leq 2\pi \end{array}$$

ただし符号の選び方については、上の符号を 選ぶときは prolate 型、下の符号を選ぶときは oblate 型の回転楕円体座標系をそれぞれ表す とし、*l*はもとの楕円の焦点と原点との距離で ある。この回転楕円体座標系における解析を 通じて、平面波を照射する場合の回転楕円体 内外の電磁場の明示的な表現が得られている。 その結果を応用し、球内電場が最大となる Richtmyer の共振条件を適用することで、次の 回転楕円体の分散式を導出した。

$$det \begin{pmatrix} q_{m,m}^{(I),0} & p_{m,m+1}^{(I),0} & q_{m,m+2}^{(I),0} & p_{m,m+3}^{(I),0} \\ p_{m,m}^{(I),1} & q_{m,m+1}^{(I),1} & p_{m,m+2}^{(I),1} & q_{m,m+3}^{(I),1} \\ q_{m,m}^{(I),2} & p_{m,m+1}^{(I),2} & q_{m,m+3}^{(I),2} & p_{m,m+3}^{(I),3} \\ p_{m,m}^{(I),3} & q_{m,m+1}^{(I),3} & p_{m,m+2}^{(I),3} & q_{m,m+3}^{(I),3} \\ & \vdots & \ddots \end{pmatrix} = 0$$

(3)

式の詳細は〔学会発表〕11の文献に示す。左 辺の行列の各成分は波長に関する関数であり、 この式から回転楕円体における WGM 共振波 長の理論値を得る。これより、平面波との相 互作用問題を調べると、回転楕円体内外の電 磁場が極大となり強い共振するような入射光 波長が複数個存在することが示唆される、と いう知見を得た。

5. 主な発表論文等

- 〔雑誌論文〕(計3件)
- ① <u>道畑正岐</u>, 儲 博懐, 趙 正, 林 晃平, 高増 潔, 高橋 哲, Whispering Gallery Mode 共振

を用いたマイクロ球の直径計測, 査読あり (投稿中)

- ② <u>M. Michihata</u>, S. Ueda, S. Takahashi, K. Takamasu, Y. Takaya, Scanning dimensional measurement using laser-trapped microsphere with optical standing-wave scale, Optical Engineerin, 査読あり(accepted)
- ③ <u>M. Michihata</u>, A. Kawasaki, Y. Takaya, Precise diameter measurement of a microsphere based on polarization analysis of whispering gallery mode resonance", Applied Mechanics and Material, 査読なし (to be published)

〔学会発表〕(計15件)

- ① K. Hayashi, <u>M. Michihata</u>, Evaluation of spheroidal distortion for micro-sphere based on whispering gallery mode resonance, Ilmenau Scientific Colloquium (ISC), September 11 15, 2017, Ilmenau (Germany) (採択済)
- ② M. Michihata, Accuracy improvement in diameter measurement of micro-sphere based on whispering gallery mode resonances, Ilmenau Scientific Colloquium (ISC), September 11 - 15, 2017, Ilmenau (Germany) (採択済)
- ③ B. Chu, <u>M. Michihata</u>, High-precision measurement of dielectric microsphere diameter using whispering gallery mode resonance, The 8th International Conference on Leading Edge Manufacturing in 21st Century (LEM21), November 13-17, 2017, Hiroshima in Peace Memorial Park (広島・広島市)(採 択済)
- ④ B. Chu, <u>M. Michihata</u>, Calibration of refractive index in microsphere diameter measurement based on analysis of polarized whispering gallery mode, International Symposium on Optomechatronic Technologies (ISOT2016), 9 October 2016, Itabashi (東京・板橋区)
- ⑤ A. Kawasaki, <u>M. Michihata</u>, Accurate diameter measurement of microsphere based on analysis for polarization of whispering gallery mode resonance, 12th International symposium of measurement technology and intelligent instruments (ISMTII), 22-25 September 2015, 台湾(中国)
- ⑥ <u>M. Michihata</u>, Measurement of micro-sphere diameter based on whispering gallery mode, IMEKO XXI world congress, September 2, 2015, プラハ (チェコ).
- ⑦ <u>M. Michihata</u>, Micro-sphere diameter measurement based on analysis of two wavelength ranges of whispering gallery modes, 38th MATADOR conference, 29 March 201, 台湾 (中国)
- ⑧ 道畑正岐, Whispering gallery mode 共振を 用いたマイクロ球径計測(テーパファイバ による光結合解析),日本機械学会年次大 会,2017年9月,埼玉大学(埼玉)
- ⑨ 儲 博懐, 道畑正岐, WGM 共振を利用した

微小球の直径計測(第7報)-共振波長の精 密計測-,精密工学会学術講演会春季大会, 2017年3月,慶応義塾大学(神奈川)

- ⑩ 趙 正, 道畑正岐, WGM 共振を利用した微 小球の直径計測(第8報)-有限要素法を用 いた WGM 結合解析-, 精密工学会学術講 演会春季大会, 2017年3月, 慶応義塾大学 (神奈川)
- 林 晃平, 道畑正岐, Whispering gallery mode 共振を利用したマイクロ球直径計測 -楕 円体モデルの構築-,応用物理学会春季学 術講演会,2017 年 3 月,パシフィコ横浜 (神奈川)
- 12 儲 博懐, 道畑正岐, WGM 共振を利用した微小球の直径計測(第6報)-近似式を用いた屈折率推定法の検討-, 精密工学会学術講演会秋季大会, 2016年9月, 茨城大学(茨城)
- ③ 道畑正岐, Whispering gallery mode 共振を 用いたマイクロ球径計測 - 偏光に着目し た屈折率校正法の提案-,日本機械学会年 次大会,2016年9月,九州大学(福岡)
- ④ 川寄彬史,道畑正岐,WGM 共振を利用した微小球の直径計測(第5報) -光ファイバによる WGM 励起の最適化-,精密工学会学術講演会春季大会,2016年3月,東京理科大学(千葉)
- (5) 道畑正岐,超高精度 WGM 応用マイクロ 球測定の新展開,精密工学会学術講演会秋 季大会ユネスコ国際光年記念シンポジウム「知的ナノ光計測の新展開」,2015年9 月,東北大学(宮城)

〔図書〕(計 0件)

〔産業財産権〕○出願状況(計0件)○取得状況(計0件)

〔その他〕 ホームページ等

https://sites.google.com/site/masakimichihata/

6.研究組織(1)研究代表者

道畑 正岐(Michihata, Masaki) 東京大学 先端科学技術研究センター・助教 研究者番号:70588855