

科学研究費助成事業（基盤研究（S））公表用資料  
〔平成30年度研究進捗評価用〕

平成27年度採択分  
平成30年 3月15日現在

幾何学的群論の深化と展開

Geometric Group Theory

課題番号：15H05739

藤原 耕二 (Fujiwara Koji)

京都大学・大学院理学研究科・教授



研究の概要

幾何学的群論についての包括的な研究を行う。代表者と分担者の研究上の強みである幾何学的群論・双曲幾何・作用素環論・リーマン幾何を融合したアプローチで、重要な問題の解決を目指す。国際的な研究プログラムや研究集会を運営・参加し、国際的にインパクトのある研究をする。この研究活動を通して京都大学が幾何学的群論の国際的な研究拠点として機能する。

研究分野：幾何学的群論

キーワード：離散群、双曲幾何、写像類群、自由群の外部自己同型群、擬ツリー

1. 研究開始当初の背景

1980年代にグロモフによって創始された「双曲群」の理論を端緒として、幾何学的群論が発展し、リーマン幾何・双曲幾何・低次元トポロジー・離散群論・作用素環論などに広範な影響を与えていた。Agolらの研究で、近年、三次元トポロジーに画期的な研究進捗があった。

代表者はBetvina・Brombergとの共同研究で、擬ツリーへの群作用の理論を構築しつつあり、多くの応用が見込まれていた。分担者の小澤は離散群と作用素環論の関わりの中で質の高い研究成果を得ていた。京都は幾何学的群論の国際的な研究拠点の一つとなっていた。

2. 研究の目的

研究目的は次の二つあり、一つ目は進捗が著しい幾何学的群論の分野において、その更なる深化につながる成果を出すことと、広範な範囲への応用を見出すことである。二つ目は、研究活動の結果として、京都大を幾何学的群論における国際的な研究センターとしてさらに発展させ、次世代研究者の育成に貢献することである。

具体的な学術上の研究対象については、次の四つをあげる。主要な研究手法の一つとして代表者らによる擬ツリーへの群作用の理論を考えている。

- 写像類群と自由群の外部自己同型群の

ヒルベルト空間やバナッハ空間への作用

- 自由群の外部自己同型群の漸近次元
- リー群の格子部分群の擬ツリーへの作用
- 写像類群や自由群の外部自己同型群をターゲットとする擬準同型

3. 研究の方法

《研究組織》

- 藤原耕二・京都大学教授（代表者）
- 小澤登高・京都大学教授（分担者）
- 山口孝男・京都大学教授（分担者）
- 塩谷隆・東北大学教授（分担者）

《研究方法》

研究課題に関係する次の研究プログラムへの参加・運営を行う。また、国際研究集会を組織する。

研究プログラム

- H28 京都大学数理解析研究所・プロジェクト研究「微分幾何学と幾何解析」：山口と藤原らが組織委員
- H28 アメリカ・数理科学研究所（MSRI）セメスタープログラム Geometric group theory：代表者が参加
- H29 ケンブリッジ大・ニュートン研究所セメスタープログラム Non-positive curvature：代表者と小澤が参加

研究集会

- 離散群の幾何解析、H28、京都大、代

表者らが組織

- Geometric analysis on Riemannian and metric spaces, H28、京都大、山口らが組織
- CAT(0) spaces with group action, H28, MSRI, 藤原らが組織

#### 4. これまでの成果

研究計画に基づき、順調な成果をあげている。主要な成果を述べる。

- 代表者は共同研究者である Bestvina・Bromberg との研究を押し進めた (論文13)。離散群の擬ツリーへの群作用の理論を応用し、双曲群の群作用の新しい構成法を発見した。それについて論文準備中である。
- コンピュータを援用した研究 (離散群の「性質T」に関するもの) について、蒲谷との共同研究で代表者は大きな進捗を得た。論文7として発表済みである。
- 代表者は、Breuillard・ケンブリッジ大教授との共同研究を行い、群の増大度について大きな成果を得た。これについては論文準備中である。
- 小沢は、他の研究者との共同研究において、ランク5の自由群の外部自己同型群が「性質T」をもつことを、コンピュータの援用のもと証明した。これは画期的な成果である。論文はアーカイブで発表済みである。
- 代表者は Kapovich との共同研究で、非可換群をターゲットにする擬準同型の研究で決定的な結果を得た。論文9として発表済み。

#### 5. 今後の計画

研究グループを継続し、代表者と三人の分担者を中心として現在進行中の研究を継続する。

国際研究集会などでの、いくつかの成果発表も予定されている。たとえば、代表者は2018年8月に国際数学会議 (ICM) のトポロジーセッションにおいて招待講演を行う。

#### 6. これまでの発表論文等 (受賞等も含む)

1. Erschler, N. Ozawa; Finite-dimensional representations constructed from random walks. Comment. Math. Helv., to appear.
2. N. Ozawa; A functional analysis proof of Gromov's polynomial growth theorem. Ann. Sci. Éc. Norm. Supér. (4), to appear.
3. Takashi Shioya and Asuka Takatsu, High-dimensional metric-measure limit of Stiefel and flag manifolds, to appear in Math. Z.,

4. Bestvina, Mladen; Fujiwara, Koji Handlebody subgroups in a mapping class group. In the tradition of Ahlfors-Bers. VII, 29-50, Contemp. Math., 696, AMS, 2017.
5. E. Breuillard, M. Kalantar, M. Kennedy, and N. Ozawa;  $C^*$ -simplicity and the unique trace property for discrete groups., Publ. Math. Inst. Hautes Etudes Sci. 126 (2017), 35--71.
6. R. Okayasu, N. Ozawa, and R. Tomatsu; Haagerup approximation property via bimodules. Math. Scand., 121 (2017), 75--91.
7. Koji Fujiwara, Yuichi Kabaya: Computing Kazhdan Constants by Semidefinite Programming, Experimental Mathematics, (2017)
8. Wu, Daruhan; Yamaguchi, Takao Hausdorff dimension of asymptotic self-similar sets. J. Fractal Geom. 4 (2017), no. 4, 339-368
9. Fujiwara, Koji; Kapovich, Michael; On quasihomomorphisms with noncommutative targets. Geom. Funct. Anal. 26 (2016), no. 2, 478-519.
10. Bestvina, Mladen; Bromberg, Ken; Fujiwara, Koji; Stable commutator length on mapping class groups. Ann. Inst. Fourier 66 (2016), 3, 871-898.
11. Bestvina, Mladen; Bromberg, Ken; Fujiwara, Koji; Bounded cohomology with coefficients in uniformly convex Banach spaces. Comment. Math. Helv. 91 (2016), no. 2, 203-218.
12. N. Ozawa; A remark on fullness of some group measure space von Neumann algebras. Compos. Math., 152 (2016), 2493--2502.
13. Bestvina, Mladen; Bromberg, Ken; Fujiwara, Koji; Constructing group actions on quasi-trees and applications to mapping class groups. Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci. 122 (2015), 1-64.
14. Fujiwara, Koji; Asymptotically isometric metrics on relatively hyperbolic groups and marked length spectrum. J. Topol. Anal. 7 (2015), no. 2, 345-359.

受賞: 藤原耕二 2015年日本数学会秋季賞

ホームページ等

<https://www.math.kyoto-u.ac.jp/~kfujiwara/kakenS>