

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 19 日現在

機関番号：12501

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2015～2016

課題番号：15H06086

研究課題名(和文)フォールトトレラント量子計算に適した量子符号理論の構築とその古典符号理論への応用

研究課題名(英文)A novel approach to a coding theory for fault-tolerant quantum information processing and its applications to classical coding theory

研究代表者

藤原 祐一郎 (Fujiwara, Yuichiro)

千葉大学・大学院融合科学研究科・助教

研究者番号：20756142

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,100,000円

研究成果の概要(和文)：研究代表者による先行研究では、量子誤り訂正符号の代表的クラスであるスタビライザー符号を巧みに利用することで、フォールトトレランスの負担を軽くすることが出来ると示されていたが、本研究では、このスタビライザー符号を利用した擬似フォールトトレランスが、干渉する量子ビット数を、古典符号理論においては low-density parity-check (LDPC, 疎密度検査行列) 符号と称される程度にまで、少なく抑えられることを発見した。また、この研究の流れを汲んだ古典符号理論及び組合せ論の研究課題をも新たに提起することとなった。

研究成果の概要(英文)：Error correction is vital to realize practical quantum information processing devices because quantum information is extremely fragile. Indeed, quantum information is much more vulnerable to noise than digital data in transitional form to the extent that we must assume that the process of error correction itself may fail. The principle investigator refined his theoretical method for making a standard quantum error correction process more robust against error correction failure. The research also discovered relations of his robust quantum error correction method to problems in classical error correction coding theory and combinatorial mathematics including estimating the trapping redundancy of a linear code.

研究分野：組合せ論, 符号理論, 量子情報

キーワード：量子誤り訂正符号 符号理論 組合せ論 有限幾何 LDPC符号

1. 研究開始当初の背景

日常で個人が扱う程度の規模の情報処理であれば、現在のコンピュータを構成する部品の信頼性は十分であり、通常、誤り訂正の理論もそれほど必要とはならない。実際、一般市民が普段の生活で身近に感じる範囲において、強力かつ現代的な誤り訂正の理論が活躍するのは、パソコンによる WiFi 無線通信や衛星テレビの受信など、直感的にもノイズ対策の必要性があると思われる情報通信の局面が主である。

しかし、量子力学を積極的に計算の仕組みに利用することを目指す量子情報処理では、ディコヒーレンスなどの量子力学的要因のため、誤り訂正の理論無しにはコンピュータを構成する部品の信頼性が保証できない。語弊を承知で一言にて表現すると、量子計算機の内部は、常にノイズに晒されているのである。

これだけを聞くと、人類は既に「符号理論」なる誤り訂正のための理論、つまりノイズ除去のための数学的道具を発明し、また少なくとも通常の情報処理と通信の範囲では実用化に成功したのであるから、これを量子計算機にも応用すれば良いだけではないのか、と考えるかも知れない。この発想はある意味とても素直で、事実、Shor (*Phys. Rev. A*, 52 (1995) R2493-R2496) による量子情報のための誤り訂正符号の発見は、それまで非現実的なものと見なされるがちであった量子情報科学というものを、科学として真剣に考える研究者が爆発的に増加した契機の一つである。

しかし問題となるのは、量子情報に誤り訂正を実行するその回路、それそのものも小さい量子計算機であり、信頼が出来ないことである。つまり、量子情報の世界では、ノイズを除去して誤りを無くす仕組み自体も、意図したとおりに正しく動作するという保証が出来ないのである。

量子情報科学においては、この根源的問題を解決するため、元来は超大規模情報処理や、宇宙空間などの極限環境下での情報処理を安定して行うための技術を、量子情報処理にも応用することが出来ないかと、活発に研究されている。事実、この着想を巧みに応用することで、いかなる規模の量子情報処理であっても、安定して行うことが可能であるということが、理論上は示されている。

しかしながら、これまでに提案されている手法には、非現実的な量の資源を必要とするものや、その安定化効果が不明瞭であるという、大変大きな欠点がある。本研究は、この量子情報処理の安定化の基礎理論における課題の解決、また古典情報処理における誤り訂正などの基礎理論の更なる進展、さらに双方の発展には不可欠である、離散数学という道具の発展が望まれているという事実を背景に開始したものである。

2. 研究の目的

情報科学における研究代表者の近年の研究には、共通して二つの側面がある。第一の側面は、これまで古典情報の世界で考えられてきた符号理論とは異なる、量子計算機の実現に向けての「量子符号理論」の発展を目指すことであり、第二の側面は、量子符号理論の構築と発展により、従来の符号理論へと、さらにはその基盤となる離散数学へと、知的フィードバックをかけることである。これらの究極目標を念頭に、一年半余りの期間で最大限の成果を挙げるべく、本研究では、量子情報において最重要課題の一つである「フォールトトレランス」に焦点をあてた。フォールトトレランスは、従来の情報処理においても、巨大データ処理の必要性などから、その符号理論的基礎の重要性が近年再認識されている概念であるが、本研究では、量子情報と古典情報を離散数学という道具で有機的に関連づけることで得られると目される、「フォールトトレラント符号理論」の提案と発展を目的とした。

3. 研究の方法

本研究課題で直接鍵となる先行研究は、研究代表者による Fujiwara, *Phys. Rev. A* 90 (2014) 062304 1-8 と Fujiwara, *Phys. Rev. Lett.* 110 (2013) 170501 1-5 である。これら先行研究で得られた知見を、符号理論および組合せデザイン論の側面から見つめ直すことにより、物理としてだけではなく、工学としても、また離散数学としても洗練されたものに昇華させる計画であった。平成 27 年度においては、主に標準スタビライザー形式に注目し、特にシンドローム復号それ自体がフォールトする場合にもフォールトトレランス定理に頼り切らず適用できるような符号理論開拓の糸口を、代数的符号理論と組合せデザイン論を用いて探し、また平成 28 年度においては、これに加え、量子情報で特に発展してきた概念と、従来の情報工学での様々な問題とを、離散数学により関連づけ、そこで得られる知見を新しい符号理論の礎に据えることを狙った。

4. 研究成果

前項にある通り、本研究では、これまで古典情報の世界で考えられてきた符号理論とは異なる、量子計算機の実現に向けての「量子符号理論」の発展を目指し、また同時に量子符号理論の構築と発展により、従来の符号理論およびその基盤となる離散数学の発展に寄与することが目的である。平成 27 年度では特に、量子情報において最重要課題の一つである「フォールトトレランス」に焦点をあて、量子情報と古典情報を離散数学という道

具で有機的に関連づけることで得られると目される，フォールトトレラント符号理論について，確率的組合せ論および組合せデザイン論の立場から考究した．

平成 27 年度得られた研究結果のうち最も重要なものは，LDPC 符号と呼ばれる現代的な古典誤り訂正符号のエラーフロア改善問題と，量子誤り訂正におけるスタビライザ符号の部分的フォールトトレラント化問題が，離散数学の言葉で抽象化した際には，同じ問題となることを発見したことである．この発見による影響について一例を挙げると，例えば，量子計算機のための誤り訂正の高信頼性実現と，通常の無線通信などにおけるノイズ除去という一見別個の問題を，特定の条件下では，統一した形で研究することができるようになった．また離散数学による抽象化に成功したことにより，本研究にて取り組んだ量子情報の問題と古典情報の問題の双方に，数学をより効果的に活用できるようになることが予想され，さらには離散数学の発展にも貢献できる可能性が見えた．なお，上記の成果の一部については，平成 28 年度夏に開催された国際会議 IEEE Symposium on Information Theory にて発表されており，また特に古典符号理論に関する部分について焦点を当てた論文の形で，会議録に収録されている．

また平成 28 年度においても引き続き，組合せ論を応用することで，量子符号理論と古典符号理論の双方を，その強い結びつきに着目しながら研究を行った．前年度はデザイン理論を主な道具とする研究が最も成功を納めたが，平成 28 年度では，確率的組合せ論並びに有限幾何学を有効に利用した証明技法が発展した．

本研究の背景には，誤り訂正を行う回路自身も安定して信頼ある動作が保証されないような状況下では，通常の誤り訂正よりも，より根源的な誤り耐性の仕組みが必要であるという事実がある．量子情報処理において，こういったフォールトトレランスという概念が必要となる状況下では，通常，誤り訂正の際に量子力学的操作を行う量子ビット数を極力少なくすることが望まれる．簡単に言えば，誤った動作をしてしまう可能性があるならば，手を出す数を少なくしたい，つまり同じ目的が達成できるのならば，出来るだけ単純な仕組みで実現したい，という素朴な要請である．

研究代表者による前年度までの研究により，上記の，素朴に実装するという要請を度外視すれば，量子誤り訂正符号の代表的クラスであるスタビライザ符号を巧みに利用することで，フォールトトレランスの負担を軽くすることが出来ると示されていた．本年度では，このスタビライザ符号を利用した擬似フォールトトレランスが，干渉する量子ビット数を，古典符号理論においては low-density parity-check (LDPC, 疎密度検

査行列) 符号と称される程度にまで，少なく抑えられることを発見した．また，この研究の流れを汲んだ古典符号理論及び組合せ論の研究課題をも新たに提起することとなり，本研究が当初目指した通りの成果が得られたと考えられる．

また，これらの研究成果のほか，情報圧縮技術，符号理論において separating redundancy と呼ばれる，誤り訂正符号の消失及びシンボル置換の訂正効率に関する尺度，並びに確率的組合せ論の三者の間での関連性が発見された．特に，X-compact と呼ばれる圧縮技術における圧縮効率の理論限界と線形符号の separating redundancy 双方が，非常によく似た枠組みで議論できると，本研究により判明したため，今後，該当分野において，確率的組合せ論を援用することで初めて可能になるような，本質的前進が期待される．

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 3 件)

1. Y. Tsunoda and Y. Fujiwara

Explicit bounds on the length of optimal X-codes

Proceedings of the 2017 IEEE International Symposium on Information Theory, to appear.

2. Y. Tsunoda and Y. Fujiwara

Probabilistic bounds on the trapping redundancy of linear codes

Proceedings of the 2016 IEEE International Symposium on Information Theory, 1745-1749, 2016.

DOI: 10.1109/ISIT.2016.7541598

3. Y. Fujiwara

Global stabilizer quantum error correction with combinatorial arrays

Proceedings of the 2015 IEEE International Symposium on Information Theory, 1114-1118, 2015

DOI: 10.1109/ISIT.2015.7282628

[学会発表](計 6 件)

1. Y. Tsunoda and Y. Fujiwara

Explicit bounds on the length of optimal X-codes

2017 IEEE International Symposium on Information Theory, to be presented.

2. Y. Tsunoda and Y. Fujiwara

Probabilistic bounds on the trapping redundancy of linear codes

2016 IEEE International Symposium on Information Theory, July 2017, Barcelona, Spain.

3. Y.Fujiwara

Global stabilizer quantum error correction with combinatorial arrays

2015 IEEE International Symposium on Information Theory, June 2016, Hong Kong.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤原 祐一郎 (Yuichiro FUJIWARA)
千葉大学・大学院融合科学研究科・助教
研究者番号：20756142

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

(4) 研究協力者

()