

平成 30 年 6 月 20 日現在

機関番号：13904

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2015～2016

課題番号：15H06286

研究課題名(和文) 離散構造をもつ判定問題への連続最適化手法の構築

研究課題名(英文) Continuous Optimization Approach to Discrete Decision Problems

研究代表者

木村 慧 (Kimura, Kei)

豊橋技術科学大学・工学(系)研究科(研究院)・助教

研究者番号：00758716

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,100,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、離散構造をもつ判定問題への連続最適化手法の構築として以下の成果を得ることが出来た。

(1) 制約充足問題に対する線形計画法を用いた解空間近似の解析およびアルゴリズム開発を行った。(2) (1)の結果を重要な部分問題クラスであるホーン論理積に対して適用した。そして、近似に用いられる線形計画問題を高速に解くアルゴリズムを提案した。(3) 最適マトロイド分割問題に対するアルゴリズム開発を行った。(4) 離散的なパズル問題に対する計算複雑さの解析を行った。

研究成果の概要(英文)：In this research project, we obtained the following results.

(1) We analyzed the applicability of linear program to the constraint satisfaction problem and proposed an algorithm to find a satisfiability preserving assignment. (2) We applied the result (1) to Horn CNFs and obtained a linear time algorithm to find a linear autark assignment. (3) We revealed the computational complexity of optimal matroid partitioning problems under various objective functions. (4) We revealed the computational complexity of three discrete puzzles.

研究分野：離散最適化

キーワード：制約充足問題 アルゴリズム 数理計画法

1. 研究開始当初の背景

本研究の最終的な目標は離散的な構造をもつ判定問題の計算複雑さ解明であるが、まずはその中で大きな問題クラスを占める、制約充足問題に焦点を当てる。**制約充足問題**とは与えられた制約を満たす、有限個の値をとる離散的な変数への値の割当てを求める問題であり、**非常に多くの問題を含む**、様々な分野で研究がなされている問題である。例えば、充足可能性問題やグラフ彩色問題、整数線形不等式系の実行可能性判定といった人工知能や理論計算幾何学などの分野における基本的かつ重要な問題を含んでいる。制約充足問題は、1970年代から特に人工知能の分野において、様々な問題を統一的に解くための**実用的なアルゴリズム**を開発するために、集中的な研究が行われて来た。また、その**理論的な重要性**は離散数学や組合せ最適化の分野においても認識されており、現在においてもトップレベルの国際会議において、重要な結果が多数報告されている。その重要性は、制約充足問題にはそれに**特化した国際会議**があり、**商用のソフトウェアが開発**されていることなどからもみてとれる。

与えられた問題が計算機により効率的に解けるか否かという問いは計算機科学における基本的な問いであるが、P vs NP 問題が解かれていないように、未だに満足のいく答えは得られていない。一方で、この問いの解決を目指す足がかりとして、制約充足問題において用いることができる制約の集合に制限を与えることにより、計算複雑さどのように変化するかを明らかにする研究が盛んに行われている。すなわち、**制約の構造が計算複雑さに与える影響**を捉えようとする研究である。先行研究において、変数の取る値が2値であれば、制限されたどの問題も、その計算複雑さが多項式時間可解(P)か NP 完全であり、その中間の計算複雑さは現れないことが Shaefer (1978) により示されている。変数の取る値が3値以上であるときにも同様のことが成り立つという予想(**二分予想**)は提案されてから15年近くが経過したものの、**部分的にしか解決されておらず**、非常に難しい問題であると考えられている。

二分予想の解決に向けて、新たな効率的アルゴリズムの枠組みを提案することが重要であると考えられている。実際、二分予想はより詳細には、制約がある構造をもてばPであり、そうでなければNP完全であると予想されているが、このうち、後者、すなわち、ある構造をもたなければNP完全であることは既に示されている。したがって、この予想が正しいならば、我々の課題は効率的なアルゴリズムの設計ということになる。実は、上記の構造にはいくつかのパターンが存在し、特定のパターンに対しては、効率的なアルゴ

リズムが既に提案されているが、未だ、アルゴリズムが与えられていないパターンが存在する。

2. 研究の目的

上記の背景を踏まえ、これまでの研究において、**線形計画を用いたアルゴリズムの枠組み**を提案した。具体的には、問題の解集合をベクトル空間の部分集合へ変換し、変換後の集合を多面錐により近似することで、その中の元を線形計画に対するアルゴリズムにより効率的に求める手法を提案した。なお、線形計画は効率的に解ける連続最適化問題の中でも基本的な問題である。この枠組みにおいては、多面錐の選び方によりアルゴリズムの性能が変化する。そこで、解集合が単調という良い性質をもつ場合には、極大な多面錐による近似を与え、これを利用することで、制約充足問題の**重要な部分クラスに対し、効率的なアルゴリズムを与えた**。これは、制約が線形不等式系で与えられた場合の制約充足問題に対する**先行研究の結果を真に包含**する結果となっている。

上記のように、連続最適化によるアルゴリズムの枠組みを提案することで二分予想を解決し、さらには制約充足問題を越えた問題へアルゴリズムを発展させることが、本研究の目的である。なお、二分予想は期間中に別の研究者たちによって解決された。このことは、予想を解くための数学的な道具などが成熟したことを意味しており、本研究の狙いが妥当であったことを示唆する。

3. 研究の方法

まず、ホーン充足可能性問題や一般の制約充足問題に対する数理計画法、特に線形計画法による近似手法の提案および解析を行う。ここでの近似手法とは、実行可能解の集合を変換し、変換された集合に含まれるような凸集合を扱う手法である。ホーン充足可能性問題に対しては、既に行われていたアプローチの、より詳細な解析を行う。これにより、近似に用いられる線形計画問題を高速に解くアルゴリズムを提案する。また、一般の制約充足問題に対しては、上記の二分予想(二分定理)では捉えられない部分問題に対する効率的なアルゴリズムを与える。さらに、制約充足問題の枠組みを超えた問題への成果として、様々な目的関数に対する最適マトロイド分割や、離散的なパズル問題の解の存在判定問題やヒント数最小化問題の計算複雑性を明らかにする。

4. 研究成果

本研究では以下の成果を得た。

制約充足問題に対する線形計画法を用いた解空間の近似およびアルゴリズム開発

研究の目的において述べたように，問題の解集合をベクトル空間の部分集合へ変換し，変換後の集合を多面錐により近似することで，その中の元を線形計画に対するアルゴリズムにより効率的に求める手法を提案した．そして，解集合が単調という良い性質をもつ場合には，極大な多面錐による近似を与え，これを利用することで，制約充足問題の**重要な部分クラスに対し，効率的なアルゴリズムを与えた**．これは，制約が線形不等式系で与えられた場合の制約充足問題に対する**先行研究の結果を真に包含**する結果となっている．これらの結果を人工知能分野におけるトップジャーナルの一つにおいてまとめることが出来た．

ホーン論理積に対する線形計画による解空間近似の解析

上記の一般の制約充足問題に対する結果を，重要な部分問題クラスであるホーン論理積に対して適用した．この際に，ホーン充足可能性問題に対しては，既に行われていたアプローチの，より詳細な解析を行うことで，近似に用いられる線形計画問題を高速に解くアルゴリズムを提案した．

最適マトロイド分割問題に対するアルゴリズム開発

様々な目的関数を考え，それぞれに対して多項式時間アルゴリズムを開発するか NP 困難性を証明した．また，NP 困難な問題に対してはその近似可能性を解析した．

離散的なパズル問題に対する計算複雑さの解析

3次元ピクロス，Fill-a-Pix，ぷよぷよの連鎖数判定問題を扱い，その計算複雑さを明らかにした．具体的には，3次元ピクロスに対しては解の存在判定が NP 完全であることが知られていたが，さらに ASP 完全かつ P 完全であることを証明した．また，そのヒント数最小化問題が Δ_2 困難であることを示した．Fill-a-Pix に対しては解の存在判定が NP 完全であることを示した．ぷよぷよに関しては，ぷよを自由に配置できる場合を考え，その最大連鎖数を求めることが NP 困難であることを示した．

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 2件)

- Kei Kimura and Kazuhisa Makino: Autark assignments of Horn CNFs, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 35, pp. 297-309, March

2018. 査読有り
DOI:10.1007/s13160-017-0284-6

- Kei Kimura and Kazuhisa Makino: Linear Satisfiability Preserving Assignments, Journal of Artificial Intelligence Research, 61, pp. 291-321, February 2018. 査読有り
<http://www.jair.org/papers/paper5658.html>

[学会発表](計 8件)

- Kei Kimura and Kazuhisa Makino: Linear Satisfiability Preserving Assignments (Extended Abstract), The 27th International Joint Conference on Artificial Intelligence and the 23rd European Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-ECAI 2018), Stockholm (Sweden), July 2018.

- Kei Kimura, Takuya Kamehashi, and Toshihiro Fujito: The Fewest Clues Problem of Picross 3D, The 9th International Conference on Fun with Algorithms (FUN 2018), La Maddalena (Italy), June 2018.

- 樋口雄太, 木村慧: ペンシルパズル「Fill-a-Pix」の NP 完全性, 組合せゲーム・パズル(CGP)プロジェクト 第 13 回研究集会, 大阪府立大学(大阪府堺市), 2018 年 3 月.

- 澁谷諒祐, 木村慧: ぷよを自由に配置できる場合のぷよぷよの連鎖数判定問題, 組合せゲーム・パズル(CGP)プロジェクト 第 13 回研究集会, 大阪府立大学(大阪府堺市), 2018 年 3 月.

- Yasushi Kawase, Kei Kimura, Kazuhisa Makino, and Hanna Sumita: Optimal Matroid Partitioning Problems, The 28th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2017), Phuket (Thailand), December 2017.

- Yasushi Kawase, Kei Kimura, Kazuhisa Makino, and Hanna Sumita: Min-sum-max matroid partitioning problem, The 10th Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications (JH 2017), Budapest (Hungary), May 2017.

- 木村慧: 整数線形不等式系の実行可能性問題における多項式時間可解部分クラス, 2017 年電子情報通信学会総合大会 COMP-ELC 学生シンポジウム, 名城大学

(愛知県名古屋市), 2017年3月. 招待講演

- Kei Kimura and Kazuhisa Makino: A Complexity Index for Integer Linear Systems Based on Their Sign Patterns, ISAAC2015 preworkshop: ELC Workshop on Algorithms and Computation, Kyoto (Japan), December 2015.

〔図書〕(計 0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0件)
取得状況(計 0件)

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.algo.cs.tut.ac.jp/~kimura/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

木村 慧 (KIMURA Kei)
豊橋技術科学大学・大学院工学研究科・助教
研究者番号: 00758716

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし

(4) 研究協力者

なし