様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ３０ 年　 ６ 月 ２８ 日現在

機関番号：１２４０１

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2015～2017

課題番号：１５Ｋ０００００８

研究課題名（和文）幾何図形の列挙とその応用

研究課題名（英文）Enumeration of geometric figures and its application

研究代表者

堀山　貴史（Horiyama, Takashi）

埼玉大学・理工学研究科・准教授

研究者番号：６０３１４５３０

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,600,000円

研究成果の概要（和文）：BDD（二分決定グラフ），ZDD（零抑制型BDD）や逆探索といった列挙の要素技術を統合し、幾何図形の列挙のためのアルゴルズム設計論について研究を行うと共に、様々な分野への応用を試みた。まず、直方体の展開図の列挙に注力し、正方形展開の概念を導入することで、直方体の正方形展開図を表す ZDD を効率的に構築するアルゴリズムを提案した。さらに、逆方向からの検討も行った。すなわち、与えられた直交多角形を直方体に折ることができるのか、また直方体に折れる場合にはその折り線を与えるアルゴリズムを提案した。応用面では、選挙区の区割りの問題や、菱形タイリングの列挙などに取り組んだ。

研究成果の概要（英文）：The methodology for designing enumeration algorithms of geometric objects are discussed by integrating basic technologies (e.g., BDDs (Binary Decision Diagrams), ZDDs (Zero-suppressed BDDs) and reverse search). We also applied the methodology to various fields. First, we focused on enumerating the developments of orthogonal boxes. We introduced the notion of unit square development, and proposed an efficient algorithms for constructing ZDDs of the unit square developments. We also considered the problem from the reverse side. That is, we proposed algorithms checking whether a given orthogonal polygon can be folded into an orthogonal box (and giving the creases if possible). As for the application of our method, we have enumerated all patterns of partitions for elections within a disparity bound, and also all rhombille tilings.

研究分野：計算幾何学

キーワード：アルゴリズム　列挙アルゴリズム　計算幾何学　展開図　多面体　選挙区割り

１．研究開始当初の背景

情報化社会の大規模化と多様化に伴い、その基礎を支えるアルゴリズムの設計と性能解析においても、従来からの主眼である「正確な計算を限られたメモリ量で速く」だけでなく、計算機が必要とされる場面に応じた新たな価値観を求められている。

列挙アルゴリズムは、ウェブの検索エンジンに代表されるように、与えられた制約条件を満たす解をただ一つだけではなく、すべて求めるための技術である。たとえば、データマイニングの分野では、大量のデータから有用な規則性やパターンを発見するために、頻出アイテム集合 (頻出集合) の列挙や、特定の性質を持ったグラフの列挙などが必要とされている。こうして、列挙アルゴリズムは、重要なパラダイムとして認識されてきている。

本研究課題で用いる要素技術の一つである BDD (Binary Decision Diagram: 二分決定グラフ) [Bryant, 1986] や ZDD (Zero-supp- ressed Decision Diagram) [Minato, 1993] は、有向非巡回グラフによる論理関数や組合せ集合の表現法であり、計算機援用 VLSI 設計・検証の分野で 1980 年代後半より盛んに用いられてきた。近年、D. E. Knuth の世界的名著 ``The Art of Computer Program- ming'' にて詳細に取り上げられ、他分野からも広く注目を集めている。日本では、JST ERATO 湊離散構造処理系プロジェクトが 2010 年より、その後継の科学研究費補助金基盤研究(S)離散構造処理系の基盤アルゴリズムの研究プロジェクトが 2015 年より開始された。

２．研究の目的

本研究の主題は、まず、理論計算機科学、人工知能、計算機援用 VLSI 設計などの各分野においてそれぞれ独自に形成されてきた列挙のための要素技術を統合し、幾何図形の列挙を行うことである。また、こうした列挙のための要素技術を融合し、列挙アルゴリズムの設計に新たな指針を与えることで、避難場所の割り当て問題、選挙区の区割り問題、カーボンナノチューブなどの高分子化合物の構造解析などの応用へと列挙アルゴリズムの効果を波及させることを目的とする。

列挙技法の一つとして、逆探索 [Avis, Fukuda, 1996] を用いる。列挙対象の間に親子関係のルールを定義し、親の親の親…とたどることで共通の祖先に一意にたどり着けるようにルールを定めることで、子→親の関係による木構造 (家系木と呼ばれる) が列挙対象の上に導かれる。逆に、家系木の根を出発点として、親→子の関係により家系木を順にたどることで、列挙対象をすべて列挙することができる。ルールに従って次の列挙対象を求めることができるため、列挙対象の持つ性質を明晰な形でルール化する必要があるが、少ない計算時間と少ない計算領域で列挙を実行することができる。

また、列挙には、BDD や ZDD も用いる。等価な部分グラフの共有によるコンパクトな圧縮データ表現であるとみなせ、節点管理ハッシュや演算キャッシュにより圧縮データに対する高速な演算処理が可能となる。計算機援用 VLSI 設計・検証の分野で、SAT (論理式の制約充足問題) solver の利用と共に基礎的な技術となっている。近年では、データマイニングでの頻出集合列挙やベイジアンネットの解析など様々な分野で広く用いられるようになってきている。

さらに、関根、今井らの Tutte 多項式と BDD の研究や、Hardy を始めとするネットワーク信頼性の解析への BDD/ZDD の利用の研究、Knuth による無向グラフ上での st 経路の列挙などに端を発し、与えられたグラフ上で指定された性質を満たす部分グラフの集合を表す ZDD のトップダウン構築技術であるフロンティア法の開発など、BDD/ZDD 関連の技術は、今まさに急速に発展しつつある。

本研究課題では、これらの要素技術を用い、中心的な研究テーマとして、多面体の展開図の列挙、タイリングの列挙に取り組むとともに、そこで培われたアルゴリズム設計技法を幾何図形の列挙を必要とする様々な分野へと広く応用する。

３．研究の方法

本研究課題の多面体の展開図に関する研究は、「任意の凸多面体は、その面が重ならないように辺展開することができるか」、「与えられた多角形を折って凸多面体にするには、どこ折ればよいか」という計算幾何学の未解決問題に資するためにある。最初の問は、一見簡単で、どのように辺展開しても面が重ならないように思える。しかし、辺展開の仕方によっては重なりを持ち得ることが示された [Namiki, Fukuda, 1993]。一方、一般展開(面上を切ることも許した展開) も含めれば、任意の凸多面体から重ならない展開図を得る方法が知られている。研究代表者らは、これまでに、この問を別の角度から検討し、正多面体ならばいかなる辺展開でも重なりを持たないことを、BDD による列挙アルゴリズムを利用して証明した [Horiyama ら, 2011]。また、任意の多面体について、展開図を列挙することなく本質的に異なる展開図が何種類あるかを数え上げるアルゴリズム [Horiyama ら, 2013] を提案し、たとえば角切り二十面体(サッカーボール形状) は、本質的に異なる 3,127,432,220,939,473,920 種類 (約 312 京種類) の展開図が存在することが分かった。

本研究課題では、これらの手法を半正多面体に適用し、その面の重なりについての知見

を得る。また、これまでの知見を一般展開に活かし、切り開く位置の候補を面上も含めて任意に与えた場合にも展開図を列挙できるアルゴリズムを開発する。これを、「複数の多面体に共通の展開図が存在するか」という問へのアプローチに利用する。「多角形のどこを折れば凸多面体が得られるか」の未解決問題については、多角形の形や凸多面体の形を制限した場合にアルゴリズムを設計し、ボトムアップに問題解決を図る。

次に、これらの列挙の経験を活かし、避難場所の割り当て問題や、選挙区の区割り問題などの研究テーマへの列挙技術の応用に取り組む。

避難場所の割り当て問題は、地域の防災計画の検討のために、n 個の地区からなる地域を k 個に分割し、各領域がそれぞれ 1 つ避難所を持つようにする問題である。また、選挙区の区割り問題は、一票の格差をできるだけ小さくするように、n 個の地区からなる地域を k 個の集合に区割りする問題である。これらの問題は、制約条件は異なるものの、いずれもグラフの頂点分割問題として捉えることができる。こうした共通の構造を利用した列挙アルゴリズムの設計を行うと同時に、各問題に固有の制約や目的の考慮が必要となる。

４．研究成果

多面体の展開図の列挙に関する研究では、「多面体の辺を切り開いて展開図が得られるための必要十分条件は、多面体の１－スケルトン（多面体の辺と頂点からなるグラフ）の全域木を切る辺が構成していること」というよく知られた補題をもとにしている。そして、これまで、与えられた多面体の１－スケルトンにおいて、辺にラベルが付いているとしてその切り開き方を示した辺ラベル付き全域木（すなわち、すべての点は連結で、各点の次数は少なくとも１であり、サイクルを含まない）を列挙するという手法がとられてきた。これにより得られる展開図は、辺を切り開いた辺展開図であるが、辺のみでなく、面を切り開くことも許して展開した一般展開図へと適用範囲を広げるために、以下の手法を試みた。

まず、直方体の面を単位正方形に分割（各単位正方形は辺同士がちょうど向かい合って隣接するように分割）し、その単位正方形の各辺よりなるグラフを１－スケルトンとみなす。ここで、分割して得られる単位正方形の各辺は、もとの直方体の各辺と平行または垂直とは限らない。ただし、直方体の８つの頂点には、単位正方形の頂点が存在する必要がある。

ここで、この１－スケルトンに対して全域木を求めても、もとの直方体の展開図となるとはならない。そのため、もとの直方体の８つの頂点を結ぶ木（すなわち、この８つの点が連結で、各頂点の次数は少なくとも１であり、サイクルを含まない）で、それ以外の単位正方形の各頂点においては次数が１でないこと（つまり、０、２、３、または４であること）を満たすものを求めることで、この直方体の正方形展開図（単位正方形を組み合わせた形の展開図）が得られることを示した。また、この性質を満たす木の列挙アルゴリズムを設計することで、正方形展開図の列挙手法を開発した。

このアルゴリズムにより、１×１×７の直方体の正方形展開図を与える辺の切り開き方の列挙に 0.1 秒、１×３×３の直方体の正方形展開図を与える辺の切り開き方の列挙に 71.53 秒、√５×√５×√５の直方体の正方形展開図を与える辺の切り開き方の列挙に 354.64 秒と高速に列挙結果を与えることに成功している。実際、たとえば１×１×７の直方体の正方形展開図は、同型なものを除去する前の状態で 6,671,469,328 通り、１×３×３の直方体の正方形展開図は 37,054,664,336 通りであり、ZDD により圧縮しながら解を列挙する手法の利点が如実に活かされている。

また、上記の各直方体の切り方から、実際に１×１×７と１×３×３の２つの直方体の正方形展開図をそれぞれ列挙し、共通の展開図を得るのに 7.7 日を必要とした。さらに、√５×√５×√５の直方体の正方形展開図を列挙して、これら３つの直方体の共通の展開図を得るのに、2.5 日を必要とした。以上、Intel Xeon E5-2643 (3.3 G Hz), 128 GB メモリの PC 上で単一プロセスにより、合計 10.2 日で実行できるようになった。これまで、CRAY XC30 上で 500 以上の並列プロセスにより約２か月の時間を要していたため、1,000 倍以上の高速化を達成している。

こうした直方体の正方形展開図の列挙における知見をもとに、多面体→展開図とは逆の観点からのアプローチについて検討を行った。すなわち、展開図となる多角形が与えられた際に、適当な所で折ることで直方体が作れるかについて研究を進め、与えられた多角形から直方体が折れるかの判定と、直方体が折れる場合にどこを折ればよいかを求めるアルゴリズムの提案と、その実装を行った。

この問題自体の難しさは、たとえば立方体の展開図の１つであるラテンクロスと呼ばれる多角形が与えられた際に、立方体となるものも含めて 85 通りの辺々接着の仕方があり、この多角形から 23 通りの多面体が作り得る という多様性からも知ることができる。また、どの辺とどの辺を接着するかを列挙することは動的計画法により可能であるが、１つの辺々接着ごとに、どこを折ればよいのかを求めるのにそれぞれ O(n^{456.5} r^{1891} / ε^{121}) と多大な計算時間を要する。ここで、n は多角形の頂点数、r は頂点間の最大最小距離の比、ε は計算精度である。提案アルゴリズムでは、直方体に折る

ことに問題の焦点を絞り、直方体の性質を利用することで現実的な計算量に落とすことができる。

選挙区の区割りの問題においては、区割りを行う領域内の市町村を頂点とし、その頂点間の接続関係を辺としたグラフを扱い、区割りをグラフの分割問題として扱う。具体的には、グラフから取り除く辺の集合を、結果として得られるグラフの分割と対応させることにし、辺集合を列挙することで、非明示的に選挙区割りを列挙するアルゴリズムを提案した。この列挙のためにZDDをトップダウンに構築する際に、多くの場合にはZDDの各節点においてグラフの頂点数に比例する記憶領域を要するが、提案アルゴリズムではグラフの頂点数の２乗に比例する記憶領域を要する。これは、計算の途中において、どの頂点集合とどの頂点集合の間の辺は取り除いたかを記憶しておくためである。これにより、どの頂点が同じ頂点集合に属すかが調べられるのみではなく、２つの頂点集合を１つに併合することが禁止されているかも調べることが可能となる。

ZDD による幾何図形の列挙アルゴリズムの応用として、菱形タイリング図形の列挙を行った。菱形タイリング、紐の交差、あみだくじの３者の対応を数学的に検討し、列挙アルゴリズムの提案と実装を行った。この活動は、2020年夏季オリンピックのロゴデザインを行った野老朝雄氏の展覧会におけるコラボレーション展示へと結びつき、さらに日本建築学会情報システム技術委員会のデザイン科学数理知能シンポジウムでの基調講演へと結びついている。

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 13 件）

1. Y. Nakahata, J. Kawahara, T. Horiyama, and S. Kasahara, Enumerating All Spanning Shortest Path Forests with Distance and Capacity Constraints, IEICE Trans. Fundamentals, to appear. (査読有)
2. D. Xu, J. Huang, Y. Nakane, T. Yokoyama, T. Horiyama, and R. Uehara, Rep-cubes: Dissection of a Cube into Nets, IEICE Trans. Fundamentals, to appear. (査読有)
3. T. Feng, T. Horiyama, Y. Okamoto, Y. Otachi, T. Saitoh, T. Uno, and R. Uehara, Computational Complexity of Robot Arm Simulation Problems, Lecture Notes in Computer Science, to appear. (査読有)
4. T. Akagi, T. Araki, T. Horiyama, S. Nakano, Y. Okamoto, Y. Otachi, T. Saitoh, R. Uehara, T. Uno, and K. Wasa, Exact Algorithms for the Max-Min Dispersion Problem, Lecture Notes in Computer Science, to appear. (査読有)
5. T. Horiyama, T. Ito, K. Nakatsuka, A. Suzuki, and R. Uehara, Complexity of Tiling a Polygon with Trominoes or Bars, Discrete & Computational Geometry, vol. 58, no. 3, pp. 686-704, 2017. (査読有) DOI: 10.1007/s00454-017-9884-9
6. K. Yamanaka, E. D. Demaine, T. Horiyama, A. Kawamura, S. Nakano, Y. Okamoto, T. Saitoh, A. Suzuki, R. Uehara, and T. Uno, Sequentially Swapping Colored Tokens on Graphs, Lecture Notes in Computer Science, 10167, pp. 435-447, Springer-Verlag, 2017. (査読有) DOI: 10.1007/978-3-319-53925-6_34
7. T. Horiyama, T. Iizuka, M. Kiyomi, Y. Okamoto, R. Uehara, T. Uno, Y. Uno, and Y. Yamauchi, Sankaku-Tori: An Old Western-Japanese Game Played on a Point Set, Journal of Information Processing, vol. 58, no. 8, pp. 708-715, 2017. (査読有) DOI: 10.2197/ipsjjip.25.708
8. D. Xu, T. Horiyama, T. Shirakawa, and R. Uehara, Common Developments of Three Incongruent Boxes of Area 30, Computational Geometry: Theory and Applications, vol. 64, pp. 1-12, 2017. (査読有) DOI: 10.1016/j.comgeo.2017.03.001
9. J. Kawahara, T. Horiyama, K. Hotta, S. Minato, Generating All Patterns of Graph Partitions Within a Disparity Bound, Lecture Notes in Computer Science, 10167, pp. 119-131, Springer-Verlag, 2017. (査読有) DOI: 10.1007/978-3-319 -53925-6_10
10. H. Akitaya, K. C. Cheung, E. D. Demaine, T. Horiyama, T. Hull, J. S. Ku, T. Tachi, and R. Uehara, Box Pleating is Hard, Lecture Notes in Computer Science, 9943, pp. 167-179, Springer-Verlag, 2016. (査読有) DOI: 10.1007/978-3-319 -48532 -4_15
11. T. Horiyama, J. Itoh, N. Katoh, Y. Kobayashi, and C. Nara, Continuous Folding of Regular Dodecahedra, Lecture Notes in Computer Science, 9943, pp. 120-131, Springer-Verlag, 2016. (査読有) DOI: 10.1007/978-3-319 -48532 -4_11
12. Y. Araki, T. Horiyama, and R. Uehara, Common Unfolding of Regular Tetrahedron and JZ Solid, Journal of Graph Algorithms and Applications, vol. 20, no. 1, pp. 101-114, 2016. (査読有) DOI: 10.7155/jgaa.00386

13. K. Yamanaka, T. Horiyama, D. Kirkpatrick, Y. Otachi, T. Saitoh, R. Uehara, and Y. Uno, Swapping Colored Tokens on Graphs, Lecture Notes in Computer Science, 9214, pp. 619-628, Springer-Verlag, 2015. (査読有) DOI: 10.1007/978-3-319-21840-3_51

〔学会発表〕(計 34 件)

1. T. Horiyama, M. Miyasaka, and R. Sasaki, Isomorphism Elimination by Zero-Suppressed Binary Decision Diagrams, The 30th Canadian Conference on Computational Geometry, Manitoba, Canada, to appear.
2. K. Yamanaka, T. Horiyama, T. Uno, and K. Wasa, Ladder-Lottery Realization, The 30th Canadian Conference on Computational Geometry, Manitoba, Canada, to appear.
3. K. Kuribayashi-Shigetomi, T. Horiyama, Q. He, and R. Uehara, Folding 3D Cell Shapes Optimized by Computational Origami, The 7th International Meeting on Origami in Science, Mathematics and Education, Oxford, United Kingdom, to appear.
4. T. Tachi and T. Horiyama, 1-DOF Structure Folding into Multiple Polyhedra, The 7th International Meeting on Origami in Science, Mathematics and Education, Oxford, United Kingdom, to appear.
5. 堀山貴史, (基調講演) 列挙アルゴリズムとデザイン, 日本建築学会, 情報システム技術委員会 デザイン科学数理知能小委員会, 第 1 回デザイン科学数理知能シンポジウム, 東京都港区, to appear.
6. 中畑裕, 鈴木浩史, 石畠正和, 堀山貴史, フロンティア法による DAG の非巡回縮約の列挙, 2018 年度 人工知能学会全国大会, 鹿児島県鹿児島市, 2018.
7. T. Horiyama, On the Enumeration of the Unfoldings of Hypecubes, The 11th Asian Association for Algorithms and Computation Annual Meeting, Beijing, China, 2018.
8. T. Horiyama, M. Miyasaka, and R. Sasaki, Isomorphism Elimination by Zero-Suppressed Binary Decision Diagrams, IPSJ SIG Technical Report, 2018-AL-167-7, pp. 1-5, Takamatsu, 2018.
9. 堀山貴史, 超立方体の展開図の列挙, 直観幾何学, 愛知県名古屋市, 2018.
10. T. Horiyama, M. Miyasaka, and R. Sasaki, Isomorphism Elimination by Zero-Suppressed Binary Decision Diagrams, LA symposium, pp. 9.1-9.5, Kyoto, 2018.
11. T. Feng, Y. Okamoto, Y. Otachi, T. Horiyama, T. Saitoh, T. Uno, and R. Uehara, Computational Complexity of Robot Arm Simulation Problems, IPSJ SIG Technical Report, AL, Ishigaki, Okinawa, 2018.
12. T. Horiyama, (invited talk) 3D-Modeling of Polyhedral Developments, International Conference on Mathematical Modeling and Applications, Tokyo, Japan, 2017.
13. H. Hamanaka, T. Horiyama, and R. Uehara, On the Enumeration of Chequered Tilings in Polygons, Bridges 2017 conference, Waterloo, Canada, 2017.
14. D. Xu, T. Horiyama, and R. Uehara, Rep-cubes: Unfolding and Dissection of Cubes, T he 29th Canadian Conference on Computational Geometry, Ottawa, Canada, 2017.
15. K. Hotta, J. Kawahara, T. Horiyama, and S. Minato, Enumeration and evaluation for the single-seat constituency system, The 21st Conference of the International Federation of Operational Research Societies, Quebec City, Canada, 2017.
16. H. Hamanaka, T. Horiyama, and R. Uehara, On the Enumeration of Chequered Tilings in Polygons, The 21st Conference of the International Federation of Operational Research Societies, Quebec City, Canada, 2017.
17. T. Horiyama, K. Wasa, and K. Yamanaka, Reconguring Optimal Ladder Lotteries, The 10th Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, Budapest, Hungary, 2017.
18. 繁富(栗林)香織, 堀山貴史, 上原隆平, 細胞折り紙における折りやすさの研究, 第 23 回 折り紙の科学・数学・教育 研究集会, 東京都文京区, 2017.
19. T. Haruna, T. Horiyama, and K. Shimokawa, On the Enumeration of Polymer Topologies, IPSJ SIG Technical Report, 2017-AL-162-5, pp. 1-5, Yufu, Oita, 2017.
20. 堀山貴史, 岡本吉央, 上原隆平, “Sphinxes in Pyramid” and “Sphinxes in Hexagon,” 第 12 回 組合せゲーム・パズル研究集会, 愛知県名古屋市, 2017.
21. 濱中裕明, 堀山貴史, 上原隆平, ソーティングネットワークの応用について, 第 25 回 列挙アルゴリズムセミナー, 群馬県渋川市, 2017.
22. 堀山貴史, (招待講演) ZDD による組合せ

集合の表現と列挙：基礎から応用へ，非線形波動研究の深化と展開（平成 28 年度 九州大学応用力学研究所共同利用研究集会），福岡県春日市，2016.
23. T. Horiyama, J. Itoh, N. Katoh, Y. Kobayashi, and C. Nara, Continuous Flattening of Regular Dodecahedron and Regular Icosahedron, International Conference on Mathematical Modeling and Applications 2016, Tokyo, Japan, 2016.
24. T. Horiyama, (invited talk) On the Enumeration and Counting of Developments of Polyhedra, International Conference on Mathematical Modeling and Applications 2016, Tokyo, Japan, 2016.
25. T. Horiyama and K. Mizunashi, Folding Orthogonal Polygons into Rectangular Boxes, the 19th Japan-Korea Joint Workshop on Algorithms and Computation, 6-1, Hakodate, Hokkaido, 2016.
26. T. Horiyama, R. Uehara, and H. Hosoya, Convex Configurations on Nana-kin-san Puzzle, The 8th International Conference on Fun with Algorithms, LIPIcs 49, 20:1-20:14, La Maddalena, Maddalena Islands, Italy, 2016.
27. 川原純，堀田敬介，堀山貴史，湊真一，m 連結成分分割の高速列挙法と区割の比較，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2015 年秋季研究発表会，福岡県北九州市，2015.
28. 宮坂正大，堀山貴史，逆探索による pmg タイリング可能なポリアモンドの列挙，情報処理学会，アルゴリズム研究会，2016-AL-159-1, pp. 1-8，徳島県徳島市，2016.
29. K. Yamanaka, E. D. Demaine, T. Horiyama, A. Kawamura, S. Nakano, Y. Okamoto, T. Saitoh, A. Suzuki, R. Uehara, and T. Uno, Computational Complexity of Sequential Token Swapping Problem，電子情報通信学会技術研究報告，vol. 116, no. 116, COMP2016-13, pp. 115-121，石川県金沢市，2016.
30. 堀山貴史，(招待講演)多面体の展開図の列挙について，第 29 回 回路とシステムワークショップ，D1-1-1，福岡県北九州市，2016.
31. 堀山貴史，水無浩一，直交多角形の直方体折りのための折り線探索，LA シンポジウム，京都府京都市，2016.
32. K. Yamanaka, T. Horiyama, D. Kirk patrick, Y. Otachi, T. Saitoh, R. Uehara, and Y. Uno, Computational Complexity of Colored Token Swapping Problem，情報処理学会，アルゴリズム研究会，2016-AL-156-2, pp. 1-4，宮城県仙台市，2016.
33. T. Horiyama, Y. Okamoto, and R. Uehara, Ls in L and Sphinxes in Sphinx, The 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs, Kyoto, Japan, 2015.
34. T. Horiyama, Y. Okamoto, and R. Uehara, Ls in L and Sphinxes in Sphinx, LA Symposium, Kaga, Ishikawa, 2015.

〔図書〕（計０件）

〔産業財産権〕

○出願状況（計０件）
○取得状況（計０件）

〔その他〕
ホームページ等

６．研究組織
(1)研究代表者
堀山　貴史（HORIYAMA, Takashi）
埼玉大学・理工学研究科・准教授
研究者番号： 60314530

(2)研究分担者
なし

(3)連携研究者
なし

(4)研究協力者
なし